

# 锥形场发射体尖端温度的分析

江天府<sup>1</sup>, 田时开<sup>1</sup>, 曾葆清<sup>2</sup>, 杨中海<sup>2</sup>

(1. 中国民航飞行学院计算机学院 四川 广汉 618307; 2. 电子科技大学物理电子学院 成都 610054)

**【摘要】**从热传导方程出发, 考虑Nottingham效应和焦耳热情况下, 采用自洽求解了圆锥形场发射体的尖端表面温度; 定量讨论了温度与给定的圆锥形场发射体的结构参量与物理参量的关系。结果表明Nottingham效应、热导率和锥体横截面积的大小对尖端表面温度起决定作用, 由Nottingham效应和焦耳热产生的温度在通常发射电流情况下, 并不会达到钨的熔点温度而引起微尖锥发射体的失效。

**关键词** 锥形场发射体; Nottingham效应; 焦耳热; 自洽计算  
中图分类号 O462.4 文献标识码 A

## Analysis of the Tip Temperature of Cone Field Emitters

JIANG Tian-fu<sup>1</sup>, TIAN Shi-kai<sup>1</sup>, ZENG Bao-qing<sup>2</sup>, YANG Zhong-hai<sup>2</sup>

(1. College of Computer Science, Civil Aviation Flight University of China Guanghan Sichuan 618307;

2. School of Physical Electronics, Univ. of Electron. Sci. & Tech. of China Chengdu 610054)

**Abstract** Based on the heating flow equation, the tip temperature of the cone field emitters were computed self-consistently in Nottingham effect and in Joule heating. The temperature as a function of structure parameter and physical parameter of the cone emitter was calculated. The results show that Nottingham effect, thermal conductivity and cross section determine the tip temperature obviously, the temperature from this heating cannot possibly be a cause for failure in most tips under normal operating conditions.

**Key words** cone field emitters; Nottingham effect; Joule heating; self-consistent calculation

真空微电子器件中主要采用冷阴极。其中, 尖端场致发射冷阴极是目前研究得最多、最有前途的一种。在文献[1]提出真空蒸发技术并用此方法制作了锥形金属钨发射体即Spindt阴极阵列后, 真空微电子进入了一个新的发展时期。当前最成熟并提供最大发射电流密度的技术即为Spindt场致发射阵列阴极技术。为了得到低噪声、高电流密度和长寿命的场致发射冷阴极, 人们对发射体的可靠性和稳定性做了大量的分析研究, 并得出了很多有意义的结论<sup>[2-4]</sup>。本文从热传导方程出发, 考虑到Nottingham效应、热传导和焦耳热等因素, 导出了圆锥形场发射体表面温度 $T$ 与发射体表面电场 $E$ 、功函数 $\phi$ 、热导率 $k$ 、电阻率 $\rho$ 等物理参量以及尖锥结构参量的关系, 以温度 $T$ 作为自洽变量, 自洽计算了发射体尖端表面温度与物理参量和结构参量的关系, 并对发射体的可靠性和稳定性作了进一步的分析讨论。

## 1 计算模型

### 1.1 Nottingham效应<sup>[5]</sup>

在 $dw$ 能量范围内, 每平方厘米每秒隧穿过势垒的电子数目为<sup>[6]</sup>:

$$P(w) = 8.70 \times 10^{-24} T \exp[-6.83 \times 10^{-7} (|w|^{3/2} / E) \nu(3.79 \times 10^{-4} (E^{1/2} / |w|))] \ln[1 + \exp(-1.16 \times 10^{-4} (w + \phi / T))] \quad (1)$$

式中  $T$  为发射体表面的绝对温度;  $E$  是发射体表面的电场强度;  $\phi$  是金属的功函数;  $\nu(y) = \nu(3.79 \times 10^{-4} (E^{1/2} / |w|))$  为Nordheim椭圆函数。由此可计算温度为 $T$ 时, 从低于费米能级处发射电子传给晶格的能量:

收稿日期: 2005-05-13

基金项目: 国家重点实验室基金资助项目(2002061400); 教育部博士点基金资助项目(2002061400)

作者简介: 江天府(1969-), 男, 博士生, 副教授, 主要从事大学物理教学及真空微电子方面的研究。

$$H_1(T) = e \int_{-W_a}^{-\phi} P(w)(w + \phi)dw \tag{2}$$

高于费米能级的电子发射将从晶格带走的能量：

$$H_2(T) = e \int_{-\phi}^{-v_0} P(w)(w + \phi)dw \tag{3}$$

式中  $v_0 = e^{3/2} E^{1/2} = 3.74 \times 10^{-4} E^{1/2} / eV$  是电场为  $E$  时由于Schottky效应降低的势能。热电子发射从晶格带走的能量：

$$H_3(T) = J_{th}(T)(\phi - v_0 - 2kT) = 120T^2 \exp[-(\phi - v_0) / 8.6 \times 10^{-5} T][\phi - v_0 + 1.72 \times 10^{-4} T] \tag{4}$$

式中  $J_{th}$  为热发射的电流。因此，对于给定的电场强度  $E$  和功函数  $\phi$ ，电子发射带给发射体表面的总能量：

$$H(T) = H_1(T) + H_2(T) + H_3(T) \tag{5}$$

微尖锥的发射电流密度是场致发射电流和热发射电流密度之和。

### 1.2 热传导方程

由于Nottingham效应和焦耳热，会在锥尖产生大量的热量，该热量沿着锥体传到锥底并以热辐射形式散发出去。建立如图1所示的坐标，在忽略热辐射的情况下，平衡时温度沿高度的分布方程<sup>[7]</sup>及边界条件为：

$$y^4 (d^2T / dy^2) + 2y^3 (dT / dy) = -(I^2 \rho / k\pi^2 \text{tg}^4 \theta) = b \tag{6}$$

$$T|_{y=h} = T_0 \tag{7}$$

$$k[\partial T / \partial y = H(T)]|_{y=y_0} = H(T) \tag{8}$$

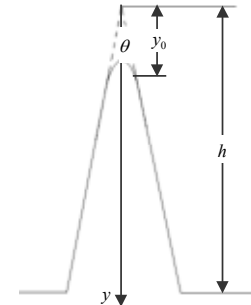


图1 锥形场发射体模型

式中  $T_0$  为基底温度； $H(T)$  为尖端表面在温度为  $T$  时的总能量，由式(2)、(5)计算。

考虑到方程所满足的边界式(7)、(8)，在微尖锥顶端，方程的解用锥体的结构参数  $r$ 、 $\theta$  表示为：

$$T = T_0 + J^2 r^4 \rho / 2h^2 \text{tg}^4 \theta + J^2 r^2 \rho / k \text{tg}^2 \theta + r^2 / k h \text{tg}^2 \theta (H(T)) - J^2 r^2 / 2k \text{tg}^2 \theta - J^2 r^3 \rho / k h \text{tg}^3 \theta - r / k \text{tg} \theta (H(T)) \tag{9}$$

$$J = I / \pi y_0^2 \text{tg}^2 \theta \tag{10}$$

联合式(2)、(5)、(9)及(10) 即可以在热平衡条件下求圆锥形场发射体尖端表面温度  $T$  的自洽解。在具体计算中采用MATLAB软件，用计算机编程进行了自洽求解。

## 2 结果和讨论

采用典型的发射体材料钼，其物理参量为：热传导率  $k=1.38 \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$ ，电阻率  $\rho=5.7 \times 10^{-6} \text{ W}\cdot\text{cm}$ ，逸出功  $\phi=4.35 \text{ eV}$ ；结构参量为：锥体高度  $h=1 \mu\text{m}$ ，锥半角  $\theta=10^\circ$ ，顶端截面曲率半径  $r=20 \text{ nm}$ 。

### 2.1 温度和发射电流密度的关系

图2所示给出了取上述结构参量时电流密度和温度的关系。从图中可知：锥尖表面温度随发射电流增加而增加。从Fowler-Nordheim方程(以下简称F-N方程)可知，发射电流随着电场强度的增加而增加，特别是当电场强度很强时，发射电流密度指数上升，而场发射的电子主要来源费米能级附近及能级以下的电子，因此，由Nottingham效应可知必然有大量的电子将能量交给晶格，温度必然随发射电流的增加而增加。

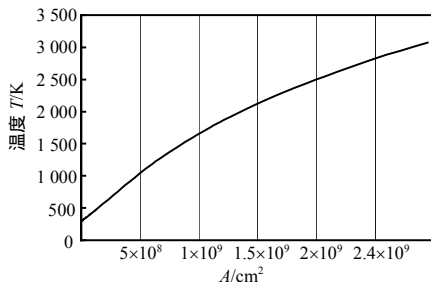


图2 温度和电流密度的关系的关系曲线

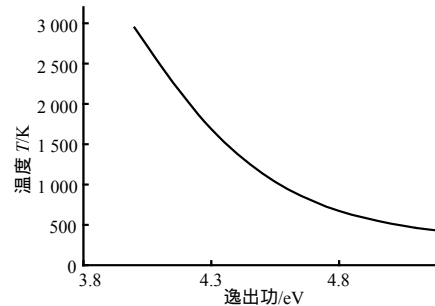


图3 温度和逸出功的关系曲线

## 2.2 温度与逸出功的关系

取外加电场强度为 $10^8 \text{ V}\cdot\text{cm}^{-1}$ , 计算尖端表面温度在逸出功 $4 \sim 5.3 \text{ eV}$ 之间的关系曲线。图3的计算结果表明: 随着逸出功的增加, 在保持其他物理参量和结构参量不变的情况下, 温度随着逸出功的增加而迅速减少。按F-N方程, 由于逸出功的增加, 低于费米能级发射的电子迅速减少, 场致发射电流密度迅速减少, 因此, 由Nottingham效应产生的热量和焦耳热迅速减少, 导致发射体表面的温度降低。

## 2.3 温度和电阻率的关系

外加电场强度为 $10^7 \text{ V}\cdot\text{cm}^{-1}$ 时, 计算电阻率从 $10^{-6} \sim 1.1^{-5} \text{ W}\cdot\text{cm}$ 之间尖端表面温度的变化关系。当发射体的电阻率发生变化而其他参量不变时, 结果表面微锥顶端的温度作线性变化, 但值得注意的是温度随电阻率的变化量并不大。在式(9)中若令 $H(T)=0$ 可得不考虑Nottingham效应时的温度, 通过计算表面, 焦耳热对温度的贡献很小。这与文献[4]得到的结果一致。即在锥体上, 发射体表面温度主要由能量小于费米能级的电子隧穿而带给晶格的能量产生(增热效应)。

## 2.4 温度和热导率的关系

取外加电场强度为 $10^7 \text{ V}\cdot\text{cm}^{-1}$ , 保持其他参量不变的情况下, 计算热导率从 $0.6 \sim 2.9 \text{ W}/\text{cm}^2\cdot\text{K}$ 之间的关系曲线。计算表明: 热导率对温度的影响非常大, 当热导率增加时, 温度将急剧降低。即热传导是微尖锥场发射体散热最主要的方式之一, 相比较而言, 热辐射效应相对来说可以忽略不计。

## 2.5 温度与锥半角的关系

取外加电场强度为 $9.6 \times 10^7 \text{ V}\cdot\text{cm}^{-1}$ , 在保持其他参量不变的情况下, 分别取锥半角为 $5^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $20^\circ$ , 计算分析圆锥尖端温度随锥半角 $\theta$ 的关系曲线。图4的计算结果表明: 当半锥角为 $5^\circ$ 时, 对于钼的熔点温度, 发射电流为 $1.65 \times 10^9 \text{ A}/\text{cm}^2$ ; 当半锥角为 $10^\circ$ 时, 电流密度为 $2.60 \times 10^9 \text{ A}/\text{cm}^2$ ; 而当半锥角为 $20^\circ$ 时, 电流密度高达 $5.67 \times 10^9 \text{ A}/\text{cm}^2$ 。一般说来, 对于 $5^\circ$ 的锥半角, 即要求单锥的发射电流低于 $158 \mu\text{A}$ ,  $10^\circ$ 时要求发射电流低于 $992 \mu\text{A}$ , 而 $20^\circ$ 时要求发射电流低于 $1060 \mu\text{A}$ , 即满足不会超过钼的熔点温度。事实上, 目前Spindt阴极阵列能释放的平均电流密度约为 $10^2 \text{ A}/\text{cm}^2$ , 因此, 通过自洽计算可以看到: 在通常发射电流密度情况下, Nottingham效应和焦耳热产生的温度并不能达到金属钼的熔点温度, 对于“标准”阵列的Spindt阴极, 由Nottingham效应和焦耳热产生的温度并不能使微尖锥融化和失效。

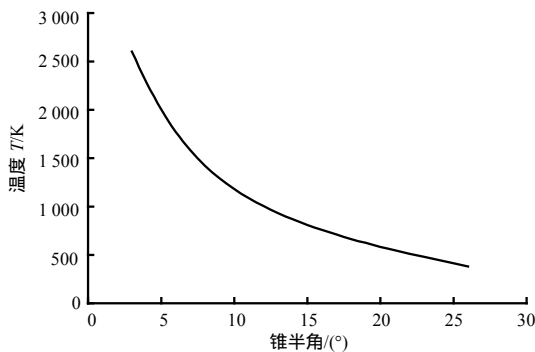


图4 温度和锥半角的关系曲线

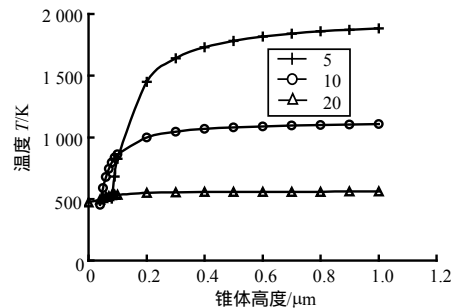


图5 温度随锥体高度的变化关系

## 2.6 温度随锥体高度变化的关系

取电场强度为 $9.5 \times 10^7 \text{ V}\cdot\text{cm}^{-1}$ , 在保持其他物理参量不变, 锥体截面半径为 $r=20 \text{ nm}$ 时, 图5给出了锥半角分别为 $5^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $20^\circ$ 时温度随锥体高度的变化曲线。当锥半角较小时, 锥体顶端温度受锥体的高度变化在一定范围内有比较大的影响。例如当半角为 $5^\circ$ 的锥体, 当锥体的高度从 $0.08 \mu\text{m}$ 变化到 $0.3 \mu\text{m}$ 时, 锥体顶端温度变化较大, 而达到 $0.3 \mu\text{m}$ 后, 温度随锥体高度的变化并不大; 当锥半角较大时, 温度随锥体高度的变化并不明显, 因此, 温度的变化相对于锥半角的变化而言(即锥体的横截面积), 远比高度的变化敏感和有效得多; 温度的变化对于不同锥半角的锥体, 角度越大, 表面温度越小, 角度越小, 表面温度越大; 因此从热传导的角度考虑, 细长、狭窄的锥体其热传导面积小, 传热距离大, 使其尖端温度高。

### 3 结 论

通过微尖锥发射体表面温度的自治求解, 定量得出了锥体尖端表面温度与构成尖锥的物质的物理参量与结构参量的关系, 通过分析可知: 由Nottingham效应和焦耳热产生的温度在通常发射电流情况下, 并不会达到钼的熔点温度而引起微尖锥发射体的失效; 热传导是锥体散热的降温的主要方式。因此, 在结构参量方面, 锥体的截面积大小(半锥角的大小)对尖端温度的分布起着至关重要的作用; 物理参量方面, 热传导率起至关重要的作用。一些在微细加工中不规则的微尖, 若形成微小的突起, 场发射将集中于这些突起, 并由于微突起的热传导面积小, 半锥角小而产生较大的发射电流使锥体融化。此外, 在较大的发射电流情况下, 离子轰击对锥体的溅射腐蚀将影响锥体的高度和半锥角, 同时也将引起锥体表面功函数的改变, 这将极大降低场发射电流密度。

#### 参 考 文 献

- [1] Spindt C A, Brodie I, Humphrey L, et al. Physical properties of thin-film field field-emission cathodes with molybdenum cones[J]. J. Appl. Phys. , 1976, 47: 5248.
- [2] Brodie I. Temperature of a strongly field emitting surface[J] Int. J. Electron, 1965, 18: 223.
- [3] Robert B Marcus K, Chin K, et al. Simulation and design of field emitters[J]. IEEE Transactons on Electron Devices, 1990, 37(6): 1545.
- [4] Ancona M G Thermomechanical analysis of failure of metal field emitters[J]. J. Vac.Sci.Technol., 1995, B13(6): 2206.
- [5] Nottingham W B. On the thermodynamic interpretation of certain thermionic and thermoelectric phenomena[J]. Phys. Rev., 1941, (59): 889-896
- [6] Murphy E L, Good R H. Thermionic emission, field emission, and the transition region[J]. Phys. Rev., 1956, 102(6): 1464.
- [7] Brodie I. Temperature of a strongly field emitting surface[J]. J. Electron, 1965, (18): 223.
- [8] Yu Z X, Wu S S, Xu N S. Theoretical study of thermal instability of mo tips with an without diamond coatings[J]. J. Vac. Sci. Technol., 1999, B17(2): 562.

编 辑 孙晓丹

(上接第769页)

表1 McCallum的算法与改进的算法的性能对比

算法类型	最佳优化值	平均优化值	最差优化值	达到最优值的概率/(%)	达到最优值所需平均时间/s
McCallum的算法	$10^{-3.7}$	$10^{-2.3}$	$10^{-1.7}$	10	480.992 0
改进的算法	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2.5}$	50	248.397 0

### 3 结 束 语

模拟退火算法是一种常用的概率性全局优化算法, McCallum将它用于图像的盲解卷积, 在McCallum的模拟退火算法中, 状态产生函数中的随机扰动量服从均匀分布。本文通过分析均匀分布与Cauchy分布的分布机制, 对该算法进行了改进, 提出了一种基于Cauchy分布随机扰动量模拟退火图像盲复原算法, 最后通过计算机仿真, 验证了改进算法对初值的鲁棒性、复原的效果、收敛到最优解的速度都要优于文献[1]的方法。

#### 参 考 文 献

- [1] McCallum B C. Blind deconvolution by simulated annealing[J]. Optics Communications, 1990, 75(3): 101-105.
- [2] Kundur D, Hatzinakos D. Blind image deconvolution[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(3): 43-64.
- [3] 王 凌, 郑大钟. 基于Cauchy和Gaussian分布状态发生器的模拟退火算法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2000, 40(9): 109-112.
- [4] Yan Lei-po, Wang Li-po. Image restoration using chaotic simulated annealing[C]// Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, 2003, 4: 3060-3064.
- [5] 邹谋炎. 反卷积和信号复原[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.

编 辑 刘文珍