第 35 卷 第 5 期 电 子 科 技 大 学 学 报 Vol.35 No.5
2006 年 10 月 Journal of University of Electronic Science and Technology of China Oct. 2006

·电子机械工程·

MEMS器件缩减模型建模方法研究

卢 凉[1]，杜平安[1]，秦东兴[1]，阎 威[2]

(1. 电子科技大学机械电子工程学院 成都 610054; 2. 中国工程物理研究院911信箱71分箱 四川 绵阳 621900)

【摘要】论述了微机电系统(MEMS)器件缩减模型的建立是进行MEMS系统级模拟的关键。论证了基于线性正交振型建立MEMS器件缩减模型是一种有效的方法，导出了MEMS器件动态缩减模型的微分方程，即根据能量守恒定律，用广义坐标表示系统的各个能量域，用线性正交振型的叠加对微分方程进行解耦，建立起一组表征器件动态特性的常微分方程，就可以利用现有的系统级仿真软件和电路一起进行系统级模拟。

关 键 词 微机电系统; 振型; 缩减模型; 器件

中图分类号 TN401; TH113.1 文献标识码 A

Study on the Modeling Method of Reduced-Order Model for MEMS Devices

LU Liang[1]，DU Ping-an[1]，QIN Dong-xing[1]，YAN Wei[2]

(1. School of Mechatronics Engineering, Univ. of Electron. Sci. & Tech. of China Chengdu 610054;

2. CAEP, Postbox 911-71 Mianyan Sichuan 621900)

Abstract Reduced-order models of MEMS devices are the key step of system-level simulation for MEMS. It is an effective way that reduced-order models of MEMS devices are established based on linear orthogonal mode shapes. The differential equations of dynamic reduced-order models are deduced. According to the law of energy conservation, every energy domain of the system can be represented by generalizing coordinates, and the coupled differential equations can be solved by superposition of linear orthogonal mode shapes. Consequently, a set of differential equations representing dynamic characteristics of MEMS devices can be expressed. As a result, the system-level simulation can be performed by existing software of circuit simulation.

Key words micro electro-mechanical system; mode shapes; reduced-order models; devices

对微机电系统(Micro Electro-Mechanical System，MEMS)器件的模拟，目前大多是用数值方法(如有限元法、边界元法或有限差分等)仿真器件特性[1]。用这类方法进行器件的动态仿真，虽然精度较高，但通常有上百万个自由度，使模拟花费巨大的计算资源，并且很可能出现不收敛。在实际中设计者往往只对少数参数感兴趣，如果在不显著降低精度的前提下，尽量减少器件的自由度，建立器件的缩减模型，从而使模型可用于系统级模拟，就可大大减少系统的模拟时间和复杂程度[2]。因此建立MEMS器件的缩减模型是进行MEMS系统仿真的关键，也是MEMS中研究的一个重点方向。

利用等效电路法建立器件的缩减模型是常用的一种方法[3]。其主要优点是可清楚了解器件的动态特性，进行小信号分析；但它缺乏统一的建立方法，而且对于一些复杂的MEMS器件，很难建立相应的等效电路[4]。本文提出的基于线性正交振型建立缩减模型的方法可以克服这些缺点。

1 MEMS器件缩减模型建立方法

微执行器是MEMS的重要器件，其驱动方式有多种形式，如静电驱动、压电驱动、电磁驱动、形状记忆合金驱动、热双金属驱动、热气驱动等等。静电驱动是目前比较成熟和常用的方式，本文以静电微执行器为研究对象，讨论其缩减模型的建立方法。图1表示了建立缩减模型进行模拟的过程。

收稿日期：2004 - 05 - 09

作者简介：卢 凉(1976 -)，男，硕士，主要从事机电系统CAD/CAE/CAM方面的研究.

在建立器件解析的缩减模型之前，将器件进行结构离散，建立有N个节点的有限元模型，忽略节点的旋转(三维实体单元)，系统共有3N个自由度。如果要描绘系统动态行为，必须有6N个动态状态变量。通过能量法来建立仅有m个自由度($m<<N$)的缩减模型，需要先选择合适的广义坐标，建立动能、弹性能、静电能的分析缩减模型，再计算能量函数的梯度，通过拉格朗日动力学方程可得到器件的动态缩减模型的微分方程。将该方程的结果用硬件描述语言表述，就可插入仿真器中进行仿真，得到系统的行为特性。下面根据图1所示过程具体说明静电微执行器缩减模型的建模方法。

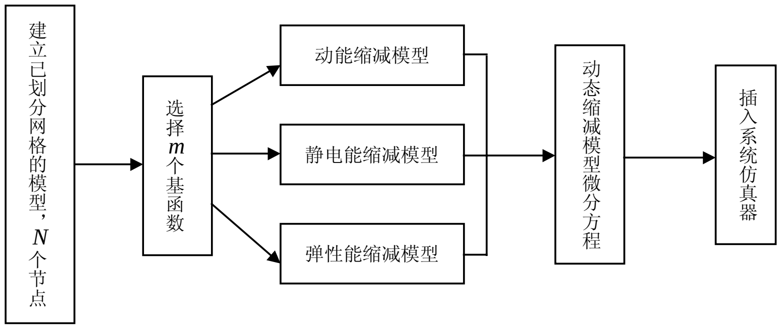

图1　器件缩减模型的建模过程

2　MEMS器件缩减模型具体理论推导

2.1　基函数的确定

根据图1所示在对模型进行网格划分后(N个节点)首先应选择合适的基函数，本文选择主振型作为基函数。记q_i为基函数集的振幅，节点位移为：

$$u(r,t)=u_{eq}+\sum_{i=1}^{m}q_i(t)\varphi_i(r) \tag{1}$$

式中　u_{eq}为系统的平衡位置；q_i为基函数$\varphi_i(r)$的振幅；由式(1)可得器件的动态微分方程为：

$$[\boldsymbol{M}]\mathrm{d}t^2/\mathrm{d}^2u/+F_m(u,t)-F_e(u,t)=0 \tag{2}$$

式中　$[\boldsymbol{M}]$为质量矩阵；F_m为节点的弹性力，满足：

$$F_{m,j}(u,t)=\partial U_m(u,(\mathrm{d}u/\mathrm{d}t),t)/\partial u_i \tag{3}$$

式中　F_e为节点的静电力；以U_e^*表示静电能，则F_e可表示为：

$$F_{e,j}(u,t)=\partial U_e^*(u,(\mathrm{d}u/\mathrm{d}t),t)/\partial u_i \tag{4}$$

如果是小振幅位移，F_m可以线性化，用$[\boldsymbol{K}]$表示刚度矩阵，式(2)可简化为：

$$[\boldsymbol{M}]\mathrm{d}^2u/\mathrm{d}t^2+[\boldsymbol{K}]u=F_e(u,t) \tag{5}$$

对于线性问题(不考虑应力刚化效应)，$[\boldsymbol{K}]$可以准确表示出来，且易于进行对角化处理，那么式(5)的解就是对应于基函数$\varphi_i(r)$系统的特征向量或主振型。为了便于缩减模型的建立，对基函数进行正则化处理[7]。这样，式(5)变为：

$$[\boldsymbol{M}_G]\mathrm{d}^2q/\mathrm{d}t^2+[\boldsymbol{K}_G]q=F_e(q,t) \tag{6}$$

式中　$[\boldsymbol{M}_G]$为主质量矩阵；$[\boldsymbol{K}_G]$为主刚度矩阵，通过正则化处理把式(5)解耦，新变量q为系统的主坐标；静电力F_e可用q表示为静电力$F_e(q,t)$。取方程解集中的前m阶振型，获得m个广义坐标；若前m阶广义坐标可足够精确表达系统的动力学行为时，就得到期望的缩减模型。

2.2　动能和弹性能

正交振型作为基函数的优点是$[\boldsymbol{M}_G]$和$[\boldsymbol{K}_G]$均为对角阵。若$\boldsymbol{M}_i$是第i个振型对应子质量矩阵，则相应子刚度矩阵就是$\boldsymbol{M}_i\omega_i^2$，$\omega_i$是第$i$个振型无阻尼谐振频率，则广义动能$T_m$和弹性能$U_m$为：

$$T_m(q,(\mathrm{d}q/\mathrm{d}t),t)=\sum_i 1/2\boldsymbol{M}_i(\mathrm{d}q/\mathrm{d}t)^2\text{，}\quad U_m(q,(\mathrm{d}q/\mathrm{d}t),t)=\sum_i 1/2\boldsymbol{M}_i\omega_i^2q_i^2 \tag{7}$$

2.3　静电能

为了得到静电能函数U_e^*，必须先确定哪一个振型对器件动态行为更加重要，而且对每一个重要的振型

还必须考虑其振幅范围。解决这个问题的方法是，对器件进行简单的静态三维耦合能量域仿真，在静态仿真中用u_{ex}作为计算的位置状态，得到静电场对系统的位移场的影响结果后，通过QR分解用最小二乘法得到静电能对位置状态u_{ex}的影响因子c_i，c_i决定了静电能作用下最重要的振型。

$$u_{ex} = u_{eq} + \sum_{i=1}^{m'} c_i \varphi_i \tag{8}$$

式中　m'为被测试振型的数目。对式(8)进行计算，把振型按重要性列表，根据列表就可选择建立缩减模型所需基函数的数目m。一旦确定了主要振型，则可得到静电能为：

$$U_e^* = 1/2C(q)V^2 \tag{9}$$

式中　V是执行器电容的电压，因为控制电压的条件对于运动来说是独立的，因此U_e^*的梯度只对电容有用，可得：

$$F_e = (1/2V^2)\nabla C \tag{10}$$

为了建立静电能的缩减模型，就必须建立系统电容的分析模型。电容的广义坐标表达式为：对一个忽略了边缘效应的平行板电容器$C = \varepsilon_0 A/d$，其中，A是平行板的面积；d是平行板间的距离，故只需利用广义坐标表示相应的间隙d。在电容表达式里d是分母变量，应用多元函数Taylor多项式的有理分式来表示电容：

$$C(q) = \sum_{i_1=0}^{R_1}\sum_{i_2=0}^{R_2}\cdots\sum_{i_m=0}^{R_m} a_{i_1 i_2\cdots i_m} q_1^{i_1} q_2^{i_2}\cdots q_m^{i_m} \Big/ \sum_{i_1=0}^{S_1}\sum_{i_2=0}^{S_2}\cdots\sum_{i_m=0}^{S_m} b_{i_1 i_2\cdots i_m} q_1^{i_1} q_2^{i_2}\cdots q_m^{i_m} \tag{11}$$

2.4　动态缩减模型的微分方程

用$T_m(q,(\mathrm{d}q/\mathrm{d}t,t)$表示动能，$U_m(q,(\mathrm{d}q/\mathrm{d}t,t)$表示系统势能，根据拉格朗日函数：

$$L(q,(\mathrm{d}q/\mathrm{d}t),t) = T_m(q,(\mathrm{d}q/\mathrm{d}t),t) - U_m(q,(\mathrm{d}q/\mathrm{d}t),t) \tag{12}$$

运动方程为：

$$\mathrm{d}/\mathrm{d}t(\partial L/\partial(\mathrm{d}q/\mathrm{d}t)) - \partial L/\partial(\mathrm{d}q/\mathrm{d}t) = 0 \tag{13}$$

把式(7)、(11)代入式(13)，可得到运动方程：

$$\boldsymbol{M}_i(\mathrm{d}^2 q_i/\mathrm{d}t^2) + \boldsymbol{M}_i \omega_i^2 q_i = 1/2[V(t)^2(\partial C(q)/\partial q_i)] \tag{14}$$

该方程有$m(m<<N)$个，与原来的$6N$方程相比方程数大大减少。式(14)就是MEMS器件的缩减模型，通过式(14)可得到MEMS器件动态行为的解析解，从而避免了数值方法带来的误差。将式(14)的结果用硬件描述语言(HDL)表述，就可插入到仿真器中进行系统级模拟。

3　结　论

通过应用广义坐标描述MEMS的能量，提出了在保守系统的复杂系统中用基于线性正交振型的方法把器件模型转换成一个缩减模型的方法。本文针对静电微执行器的研究，同样可以推广到其他形式的MEMS器件中。根据以上论述，建立器件缩减模型的关键问题在于：如何确定完备基集中的主要振型，即系统应由多少个广义坐标描述从精度上来说较为合适；如何确定系统的能量解析表达式。上述问题直接关系到所构造的缩减模型精度。通过上述方法，MEMS器件的耦合场被转化为由少数几个参数描述的缩减模型，将缩减模型插入MEMS的系统中加以分析，可以大幅度减少系统模拟时间。

参　考　文　献

[1] Senturia S D. CAD challenges for microsensors,microactuators and microsyetems[J]. Proceedings of the IEEE, 1998, (3)86: 1611-1626.
[2] Gabbay L D, Mehner J E, Senturia S D. Computer aided generation of nonlinear reduced-order dynamic macromodels-I: Non-stress-stiffened case[J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2000, 9(2): 262-269.
[3] Tlmans H A C. Equivalent circuit representation of electromechancial transducer: I. lumped-parameter system [J]. Micromech Microeng, 1996, 6 (1): 157-176.
[4] Senturia S D. CAD for micro electromechanical systems[J]. IEEE Trans. on Eurosensors IX, 1995, 7(3): 352-357.
[5] 孙道恒. MEMS耦合场分析与系统级仿真[J]. 中国机械工程, 2002, 13(9): 765-768.
[6] 李方泽, 刘馥清, 王正编. 工程振动测试与分析[M]. 北京: 高等教育出版社, 1989.

编　辑　孙晓丹