

梳状音叉MEMS陀螺非随机误差分析

李荣冰¹, 刘建业¹, 林雪原¹, 华冰¹, 刘瑞华²

(1. 南京航空航天大学导航研究中心 南京 210016; 2. 中国民航学院天津市智能信号与图像处理重点实验室 天津 东丽区 300300)

【摘要】研究了一种典型结构的梳状音叉MEMS陀螺的非随机性误差特性。综合考虑梳状音叉MEMS陀螺质心偏移、硅的非等弹性等因素,分析该陀螺中的非随机性干扰力矩;从二阶欠阻尼控制系统的角度,讨论了干扰力矩在陀螺内调制、解调环节对输出的影响;推导出开环灵敏度随温度、比力和角速度的变化关系。在一定近似条件下,得到梳状音叉MEMS陀螺非随机性误差模型的形式。

关键词 MEMS陀螺; 非随机性误差; 微电子机械系统; 惯性导航
中图分类号 V241.59 文献标识码 A

Analysis of Non-Stochastic Errors in Comb-Drive Tuning Fork MEMS Gyroscopes

LI Rong-bing¹, LIU Jian-ye¹, LIN Xue-yuan¹, HUA Bing¹, LIU Rui-hua²

(1. Navigation Research Center, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics Nanjing 210016;
2. Tianjin Key Lab for Advanced Signal Processing, Civil Aviation University of China Dongli Tianjin 300300)

Abstract Analyzing error characters of inertial sensors and modeling errors are important tasks when building Inertial Navigation Systems (INS) and effective ways to improve accuracy of INS. Non-stochastic error characters and error sources of a typical kind of MEMS gyroscope in structures and Comb-drive Tuning Fork Gyroscope (TFG) are researched. The effects of interfering torques are discussed from the aspect of two-order weakly damped control systems. The open-loop sensitivity of the gyroscope is focused on and its variation versus temperature, specific force and angle rate is brought forward to under some simplified conditions. Finally, the form of the non-stochastic error model is concluded and the conclusion is much helpful and instructional to modeling non-stochastic errors of TFG.

Key words MEMS gyroscope; non-stochastic errors; micro electro-mechanical system; inertial navigation

近年来,微电子机械系统(Micro Electro-Mechanical System, MEMS)的器件设计、制造不断成熟, MEMS惯性传感器,性能不断提高。20世纪90年代中期以来,国外尤其是美国,在基于MEMS惯性器件构建惯性以及组合导航系统方面的研究取得显著成果,成功实现了低成本战术级导航系统^[1-3]。

梳状音叉MEMS陀螺(Comb-drive Tuning Fork MEMS Gyroscope, TFG)是一种可承受高加速度、有较大发展空间的MEMS陀螺,许多美国国防部资助的基于MEMS技术的惯性导航系统都采用了这类陀螺^[2]。从构建惯性导航系统的角度研究MEMS惯性器件的误差特性,进行误差补偿,是研制MEMS惯性导航系统时首先要解决的关键问题。

1 梳状音叉MEMS陀螺

据Draper实验室TFG的扫描电子显微镜照片^[4],TFG原理结构的俯视图如图1所示。图中,X为驱动轴;Y轴既为输入轴,也为输出轴^[5];Z轴与X、Y构成右手系;A_U、A_D是TFG谐振器在衬底上的锚点;C_U、C_D是检测角振动的扭转轴,由两对支撑梁等效而成;M_L、M_R是敏感质量块,两侧为梳状驱动器的动齿;B_L、B_R外侧静齿;D为内侧静齿;E_L、E_R为质量块的支撑梁结构;S_L、S_R,FF_L、FF_R,KA_L、KA_R分别是检测电极、

收稿日期:2004-09-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60472125);国防科技预研基金资助项目(514090301);航空科学基金资助项目(04D52030)

作者简介:李荣冰(1977-),男,博士生,主要从事基于MEMS技术的微型惯性导航系统方面的研究。

力反馈电极和调整检测角振动扭转系数的电极。

TFG驱动模式和检测模式动力学方程分别为^[5]：

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + D_x \frac{dx}{dt} + k_x x = F_x = F_0 \sin(\omega t) \quad (1)$$

$$J_y \frac{d^2\theta_y}{dt^2} + D_y \frac{d\theta_y}{dt} + k_y \theta_y = M_{G_y} \quad (2)$$

式中 m 是 M_L 、 M_R 的质量； D_x 、 k_x 分别是驱动振动的阻尼系数和弹性系数(支撑梁 E_L 、 E_R 的 X 方向弹性系数)； F_x 为静电驱动力； F_0 为幅值； ω 为频率； J_y 、 D_y 和 k_y 分别是检测振动的转动惯量、阻尼系数和弹性系数(C_U 、 C_D 的扭转形变系数)； M_{G_y} 是由哥式惯性力对 Y 轴的力矩。

设计、制造 TFG 时，会尽量保证驱动信号频率与检测模式固有频率相等，此时，检测振动的角位移为^[5]：

$$\theta = 4m\omega\Omega l_0 F_0 Q_x Q_y / (k_x k_y) \cos \omega t \quad (3)$$

式中 l_0 为敏感质量静止时质心到输出轴的距离； Ω 为输入角速度。驱动和检测模式品质因数为 $Q_x = \sqrt{mk_x}/D_x$ 和 $Q_y = \sqrt{J_y k_y}/D_y$ ，则 TFG 的开环灵敏度为：

$$S = \frac{\Delta u}{\Omega} = \frac{4m\omega l_0 F_0 \sqrt{mJ_y k_c k_u}}{\sqrt{k_x k_y D_x D_y}} \quad (4)$$

式中 k_c 、 k_u 分别是电容和电压放大系数。

2 TFG漂移中的非随机性干扰力矩

2.1 质量不平衡引入的与比力相关的误差

TFG 谐振器质量不平衡，其质心偏离几何中心，如图 2 所示。偏离量为 Δx 、 Δy 和 Δz ， X 、 Y 和 Z 方向的比力为 f_x 、 f_y 和 f_z ，则有：

$$M_{d_{y1}} = 2mf_x \Delta z - 2mf_z \Delta x \quad (5)$$

$$M_{d_{x1}} = 2mf_z \Delta y - 2mf_y \Delta z \quad (6)$$

$$M_{d_{z1}} = 2mf_y \Delta x - 2mf_x \Delta y \quad (7)$$

$M_{d_{y1}}$ 直接影响检测模式。 $M_{d_{x1}}$ 、 $M_{d_{z1}}$ 与扭转轴 C_U 、 C_D 垂直，使扭转轴绕中心点发生形变，引起 TFG 中比驱动模式和检测模式频率更高的振动，因其频率远高于驱动模式和检测模式，故分析 TFG 干扰力矩时，不予考虑。

2.2 各方向弹性系数不同引入的与比力相关的误差

在 TFG 的三个轴上有比力输入时，其质量块和框架梁结构将发生变形。据框架梁结构上的特性， X 、 Y 和 Z 方向弹性系数不相等，分别设为 k_x 、 k_y 和 k_z 。则在 $2mf_x$ 、 $2mf_y$ 和 $2mf_z$ 作用下， X 、 Y 和 Z 方向产生的形变分别为 $2mf_x/k_x$ 、 $2mf_y/k_y$ 和 $2mf_z/k_z$ ，对应的检测模式干扰力矩

$$M_{d_{y2}} = 4m^2 f_x f_z (1/k_z - 1/k_x) \quad (8)$$

则与比力相关的对 TFG 检测模式的干扰力矩

$$M_d = M_{d_{y1}} + M_{d_{y2}} = 2mf_x \Delta z - 2mf_z \Delta x + 4m^2 f_x f_z (1/k_z - 1/k_x) \quad (9)$$

对于 TFG，驱动轴和输出轴的比力以及它们的乘积产生的干扰力矩，作用于 TFG 的检测振动模式。

3 TFG 中干扰力矩对陀螺输出的影响

TFG 通常要抽为真空，品质因数高，阻尼比小。据经典控制理论中二阶线性系统模式分析方法和结果，TFG 工作在欠阻尼但接近于零阻尼的状态。干扰力矩作用于检测模式，引起的响应输出叠加到检测振动角位移^[6]。载体加速度、角速度和有关干扰力矩相对于 TFG 的驱动信号的频率，是慢变信号，可将 M_d 视为检测

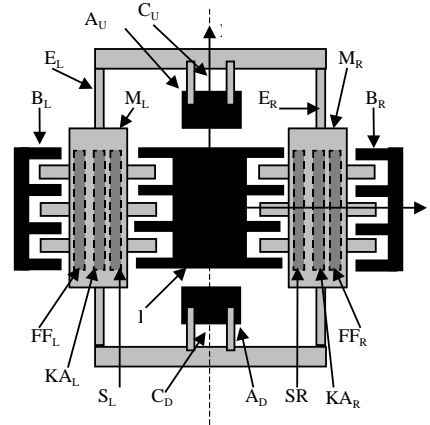


图1 TFG结构俯视图

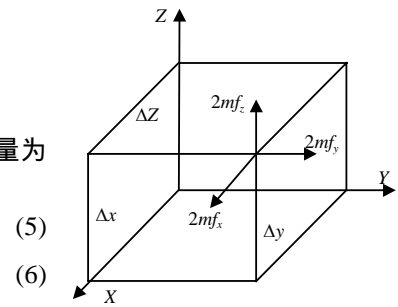


图2 TFG谐振器质心偏移

模态的阶跃输入，其响应近似为：

$$h(t) = M_d(1 - \cos \omega t) \tag{10}$$

在干扰力矩的作用下，检测模态的输出角度

$$\theta = 4m\omega\Omega l_0 F_0 Q_x Q_\theta / (k_x k_\theta) \cdot \cos \omega t + M_d(1 - \cos \omega t) \tag{11}$$

对角位移信号解调、滤波和放大处理，可使以驱动频率为中心频率的一定带宽的信号通过并输出，设陀螺输出为与角速度成正比的电信号为电压信号 Δu ，则可计算得到陀螺角速度的测量值

$$\Omega_{\text{measure}} = \Delta u / S = \Omega - M_d / S \tag{12}$$

式(12)表明，干扰力矩激励出频率、相位与检测模态频率、相位极为相近的振动，叠加在TFG的输出上。干扰力矩引起TFG输出中的“加法性”误差。这种影响无法通过滤波、鉴相等方法予以消除，只能通过模型补偿的方法加以处理。

4 对开环灵敏度变化的分析

4.1 温度变化引起的TFG开环灵敏度的变化

对于式(4)所示的开环灵敏度， m 不受温度影响； ω 和 F_0 由驱动信号决定； D_x 、 D_y 是由粘质阻力造成的，它们在陀螺真空封装后保持不变； k_u 由测量电路决定。设 α 和 β 分别为硅晶体弹性模量 E 随温度变化的相对变化率和硅的热膨胀系数， $\alpha = (\Delta E / E_0) / \Delta T = -50 \sim -80 \text{ PPM}/()^{[7]}$ ， $\beta = (\Delta L / L_0) / \Delta T = 2.3 \text{ PPM}/()^{[5]}$ 。温度对TFG的影响体现在硅的弹性模量热膨胀方面，具体从3个方面说明：

(1) 支撑梁 E_L 、 E_R 的横截面为矩形，忽略Y轴向负载对弹性系数的影响，其弹性系数

$$k_x = 12EI / L^3 = 12E_0 I_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T)(1 + \beta \cdot \Delta T) / L_0^3 \tag{13}$$

即：

$$k_x = k_{x_0} (1 + \alpha \cdot \Delta T)(1 + \beta \cdot \Delta T) \tag{14}$$

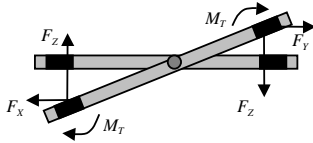


图3 TFG扭转轴 C_U 、 C_D 发生扭转变形后横截面受力图

式中 k_{x_0} 为常温弹性系数； ΔT 为实际温度相对于常温的增量。

(2) 扭转轴 C_U 、 C_D 由陀螺中的支架等效而成，其发生扭转变形时，每个支撑梁的形变由扭转以及X和Z向的弯曲变形组合而成，如图3所示。 F_x 、 F_z 和 M_T 分别为支撑梁在X、Z方向的弯曲变形和扭转变形后产生的反作用力和力矩。设使 C_U 、 C_D 扭转轴发生变形的外力矩为 M 、扭转变形角为 θ 和支撑梁之间的距离为 l ，则对图1的TFG，力矩平衡时有如下方程：

$$k_x l(1 - \cos \theta) / 2 \cdot l \sin \theta + k_z l \sin \theta / 2 \cdot l \cos \theta + 2M_T = M / 2 \tag{15}$$

取 $\cos \theta \approx 1$ ， $\sin \theta \approx \theta$ ，可得到忽略角位移高阶小项情况下的等效抗扭刚度

$$k_\theta = M / \theta = k_x l^2 + 4T / l \tag{16}$$

式中 T 为单个支撑梁的抗扭刚度，且满足 $M_T = T\theta / l$ 。TFG中，组成扭转轴 C_U 、 C_D 的支撑梁界面是矩形截面； $T = EI_p / [2(1 + \mu)]$ ， E 、 μ 分别为硅的弹性模量和泊松比， I_p 为矩形截面对于截面对称中心的极惯性矩。将相关的表达式带入式(16)，整理得到：

$$k_\theta = (k_{x_0} l^2 + 4T_0)(1 + \alpha \cdot \Delta T)(1 + \beta \cdot \Delta T)^3 = k_{\theta_0} (1 + \alpha \cdot \Delta T)(1 + \beta \cdot \Delta T)^3 \tag{17}$$

(3) 由转动惯量的定义，并考虑热膨胀的因素，有温度变化影响下的转动惯量

$$J_{\theta_T} = 2\sum m_i (x_i^2 + z_i^2) = 2\sum m_i (x_{i_T}^2 + z_{i_T}^2)(1 + \beta \cdot \Delta T)^2 \tag{18}$$

即：

$$J_{\theta_T} = J_{\theta_0} (1 + \beta \cdot \Delta T)^2 \tag{19}$$

式中 J_{θ_0} 和 J_{θ_T} 分别表示常温和温度为 T 时的检测模态的转动惯量，转动惯量受温度影响主要是由于热膨胀引起的框架变化。

4.2 比力和角速度对开环灵敏度的影响

电容放大系数 k_c 与质量块的检测电容平板面积和平板与机座衬底上固定极板的距离有关， $k_c = \epsilon A_c l_0 / z_0^3$ 。其中， ϵ 是介电常量； A_c 是质量块与固定极板电容的等效面积； z_0 是质量块处于平衡位置

时到固定极板的距离。 Z 轴方向的加速度使TFG的支撑梁 C_U 、 C_D 产生形变,改变平板与机座衬底上固定极板的距离,在陀螺允许的加速度范围内,由加速度引起的 C_U 、 C_D 的弯曲变形为 $\Delta z = -m_{\text{resonant}} f_z / k_z$,代入 k_c 的表达式,按泰勒级数展开并忽略高阶小项,同时考虑敏感质量块质心到敏感轴的距离 l_0 随温度的变化,可得:

$$k_c = \varepsilon A_c l_0 (1 + \beta \cdot \Delta T) [1 + 3m_{\text{resonant}} f_z / (z_0 k_z)] / z_0^3 \quad (20)$$

即:

$$k_c = k_{c_0} (1 + \beta \cdot \Delta T) (1 + \lambda_{f_z} f_z) \quad (21)$$

式中 $k_{c_0} = \varepsilon A_c l_0 / z_0^3$, 是不考虑比力、温度等外界因素时的电容放大系数; $\lambda_{f_z} = 3m_{\text{resonant}} / z_0 k_z$; m_{resonant} 为谐振器的质量,包括敏感质量块和框架。

绕陀螺 Y 轴有角速度时,支撑梁 E_L 和 E_R 在 X 轴方向发生弯曲变形,以提供角运动的向心力,此变形使得TFG的谐振器的转动惯量增大。形变大小 $\Delta x = ml_0 \omega^2 / [k_{x_0} (1 + \alpha \cdot \Delta T)]$,因此,在式(18)、(19)的基础上,忽略高阶小项,可得:

$$J_\theta = (J_{\theta_0} + \lambda_{\omega_1} \Omega^2) (1 + \beta \cdot \Delta T)^2 \quad (22)$$

式中 $\lambda_{\omega_1} = (2\sum m_i |x_{i_0}|) \cdot ml_0 / [k_{x_0} (1 + \alpha \cdot \Delta T) (1 + \beta \cdot \Delta T)]$ 。

4.3 灵敏度随外界因素的变化关系

将式(14)、(17)、(21)和(22)代入式(4),整理得到TFG开环灵敏度与温度、比力和角速度的关系为:

$$S = \frac{4m\omega l_0 F_0 \sqrt{m(J_{\theta_0} + \lambda_{\omega_1} \Omega^2) k_{c_0} k_u (1 + \beta \cdot \Delta T) (1 + \lambda_{f_z} f_z)}}{\sqrt{k_{x_0} k_{\theta_0} D_x D_y (1 + \alpha \cdot \Delta T)}} \quad (23)$$

式(23)反映了在一定近似条件下TFG开环灵敏度的变化情况,根据陀螺物理规律推得的式(23)有助于理解外界因素对TFG灵敏度影响的物理过程。

5 结论

本文对TFG中的非随机性误差源及其作用途径、温度和比力和角速度对灵敏度的影响进行了分析,得出结论:(1) TFG的非随机性误差中,与敏感轴正交的比力由于TFG谐振器的质心偏移、硅材料在不同方向上弹性系数的不同而产生干扰力矩,对陀螺的输出引起加法性质的误差;(2) TFG的灵敏度受外界温度变化、输入角速度和驱动轴方向的加速度的影响,而发生的变化会引起TFG陀螺输出中乘法性质的误差。(3) 式(9)、(12)和(23)相结合,可得到反映TFG非随机性误差特性的误差模型的形式。

参 考 文 献

- [1] Winkler S, Buschmann M, Kordes T, et al. MEMS-based IMU development, calibration and testing for autonomous MAV navigation[C]// ION59th Annual Meeting, New Mexico, USA, 2003, 7: 128-134.
- [2] Anderson R S, Hanson D S, Kourepenis A S. Evolution of low-cost MEMS inertial system technologies[C]. ION GPS 2001, Salt Lake City, Utah, USA, 2001, 9: 1 332-1 342.
- [3] Matthews A, Patterson R, Goldman A, et al. A new paradigm in guidance, navigation, and control systems based on bulk micro machined inertial sensors[C]// AIAA-2000-4382, Denver, CO, 2000.
- [4] Bernstein J. An overview of MEMS inertial sensing technology[J/OL]. Sensors, 2003, <http://www.sensorsmag.com/articles/0203/14/main.shtml>, 2003-02-10
- [5] 王寿荣. 硅微型惯性器件理论及应用[M]. 南京: 东南大学出版社, 2000.
- [6] 刘瑞华, 刘建业. 振动轮式MEMS陀螺动力学分析[J]. 宇航学报, 2001, 22(6): 114-119.
- [7] Hopkins R E, Borestein J T, Antkowiak B M, et al. The silicon oscillating accelerometer: A MEMS inertial instrument for strategic missile guidance[R]. Draper Technology Digest, 2001: 44-51.

编辑 漆 蓉