

全息图的数字化频域滤波及数值再现研究

仇 宇

(绵阳师范学院学生工作部 四川 绵阳 621000)

【摘要】采用计算机对普通离轴计算全息图及博奇型修正离轴参考光计算全息图进行数字化滤波操作,可在频域将零级及孪生像消除,从而得到单一的清晰实像或虚像。利用快速傅里叶变换算法计算菲涅耳衍射积分,实现了计算全息图的设计制作、频域滤波、再现过程的全数字化,计算机数值模拟结果表明该方法具有再现图像信噪比高、操作过程简便、计算速度快、灵活性强等特点。

关键词 计算机制全息图; 傅里叶变换; 数字滤波; 数值再现
中图分类号 O438.1 文献标识码 A

Digital Frequency Filtering and Numerical Reconstruction of Computer Generated Hologram

QIU Yu

(Students' Administration Department, Mianyang Normal University Mianyang Sichuan 621000)

Abstract Digital filtering method for frequency domain is employed to process conventional and modified off-axis reference beam computer generated holograms, then the spatial spectra of zero order image and one twin image can be eliminated, and single clear virtual image or real image can be reconstructed numerically. In this paper, fast Fourier transform algorithm is used to calculate the Fresnel diffraction integration, and the total digitization of design, fabrication, frequency filtering, and reconstruction procedures are achieved successfully. The numeric simulation by computer shows that this method has some advantages such as high signal-to-noise ratio, convenient operation procedures, fast computing speed, and high flexibility.

Key words computer generated hologram; Fourier transform; digital filtering; numerical reconstruction

传统的光学全息图制作需有真实的记录物体存在,还需要激光光源、防震平台、光学元件、记录材料等硬件条件,对记录环境条件(振动、噪音等)也有较高的要求,均给全息图的制作质量与可重复性带来较多问题。不用光学干涉记录而用人工的方法,即使用计算机与绘图仪,根据物波的数学描述,将其振幅和相位以一定的编码方式记录下来形成全息图,这就是计算全息图;采用光敏电子元件(Charge Couple Device, CCD)代替普通照相干版,并将记录的全息图输入计算机,再通过一定的算法重建物体的再现像,在计算机屏幕上显示出来,这就是数字全息术。计算全息和数字全息在技术上突破了光学全息的某些限制和不足,有利于实现光学技术与计算机技术、电子技术的有机结合,有利于改善光学技术的处理精度、可靠性、技术复杂性等,是光学全息和未来全息技术的重要发展方向^[1]。

由于CCD的分辨率(通常在100 lines/mm左右)低于传统的感光记录介质大约一个数量级,限制了数字全息图记录时的参物光夹角只能在 1° 左右^[2],使得同轴及准同轴记录的数字全息图的再现像受到直透光和共轭像的严重干扰,特别是零级像,占据了大部分能量而在图像的当中形成一个大又亮的亮斑,使得重建图像的质量不高。目前,消除数字全息图的零级像及共轭像的方法主要有两种:(1)采用相移技术来改变参考光束的相位并记录多幅相应的全息图,再通过计算机数字相减技术,能很好地去除直透光和共轭像的影响,获得高质量的数字图像^[3];(2)利用离轴数字全息图技术对全息图进行傅里叶变换,通过在频谱面上将彼此分离的零级像及共轭像的频谱滤掉,可再现得到所需的单一图像^[4]。本文将离轴数字全息图的数字滤波技术

应用于计算全息图中，可实现全息图制作、存储、处理和再现全过程的数字化。

1 修正离轴参考光计算全息图的编码及制作

普通菲涅耳离轴光学全息图的记录光路如图1所示，全息图记录平面 xy 位于物平面 $x_i y_i$ 的菲涅耳衍射区内，假设物体的振幅透过率函数为 $U(x_i, y_i)$ ，则传播距离 z 到达全息图平面的物光波为 $U(x_i, y_i)$ 的菲涅耳衍射光场^[5]：

$$O(x, y) = \frac{1}{i\lambda z} e^{ikz} \iint_{-\infty}^{+\infty} U(x_i, y_i) e^{\frac{ik}{2z}[(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2]} dx_i dy_i \quad (1)$$

将式(1)的指数因子展开并进行整理可得：

$$O(x, y) = \frac{1}{i\lambda z} e^{ikz} e^{\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{+\infty} U(x_i, y_i) e^{\frac{ik}{2z}(x_i^2+y_i^2)} e^{-i2\pi(f_x x_i + f_y y_i)} dx_i dy_i = \frac{1}{i\lambda z} e^{ikz} e^{\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)} \mathcal{F} \left\{ U(x_i, y_i) e^{\frac{ik}{2z}(x_i^2+y_i^2)} \right\} \quad (2)$$

式中 $f_x = x/\lambda z$, $f_y = y/\lambda z$ ，显然菲涅耳衍射积分可看成是乘积 $U(x_i, y_i) e^{\frac{ik}{2z}(x_i^2+y_i^2)}$ 的傅里叶变换，采用二维快速傅里叶变换算法(FFT)可简化式(1)的计算，提高了计算速度。

设 $O(x, y) = A(x, y) e^{i\varphi(x, y)}$ ，平面参考光波 $R(x, y) = \text{Re}^{i2\pi\alpha x}$ ， α 为平面参考波的载频，则在全息图平面上的干涉光强分布为：

$$I(x, y) = |O(x, y) + R(x, y)|^2 = |O(x, y)|^2 + R^2 + R^*(x, y)O(x, y) + O^*(x, y)R = |A(x, y)|^2 + R^2 + 2RA(x, y)\cos[2\pi\alpha x - \varphi(x, y)] \quad (3)$$

式中 $|O(x, y)|^2 + R^2 = |A(x, y)|^2 + R^2$ 表示零级像，再现时表现为沿再现光波传播方向的零级衍射光晕(干扰噪声)，作用是产生偏置分量，使 $I(x, y)$ 成为非负实函数； $R^*(x, y)O(x, y)$ 包含原始物光波的复振幅信息，再现时生成物体的虚像； $O^*(x, y)R$ 包含物光波的共轭波函数，再现时生成物体的共轭像(通常为实像)。式(3)为采用光学照相方法记录的全息图的透过率函数，其中， $|O(x, y)|^2 + R^2 = |A(x, y)|^2 + R^2$ 在再现时为产生多余的衍射像，增加了全息图记录时的带宽要求。根据抽样定理，计算全息图的抽样点数正比于全息图函数的总带宽，因此，直接采用式(3)制作计算全息图时，要求的抽样点数较多，制作时很不方便。为此博奇(Burch)利用计算机设计的灵活性，提出了博奇型修正离轴参考光计算全息图的编码方法^[6]。该方法通过采用常数偏置项来代替式(3)中的 $|A(x, y)|^2 + R^2$ ，重新构造新的全息图函数为：

$$I(x, y) = 0.5\{1 + A(x, y)\cos[2\pi\alpha x - \varphi(x, y)]\} \quad (4)$$

由此可将全息图的总抽样点数降低为原先式(3)所要求的25%，全息图再现时的噪声分量只剩下中间的平面波分量，达到了降低带宽、减少抽样数、提高再现图像质量等诸多优点。

基于以上的分析，本文以字母A作为待记录的物体，如图2所示，图像分辨率为256×256像素。按照式(3)、(4)的光强分布，采用计算机模拟技术，设计了离轴计算全息图及博奇型修正离轴参考光计算全息图，物平面与全息图平面的距离 z 选为190 mm，其结果如图3、4所示。

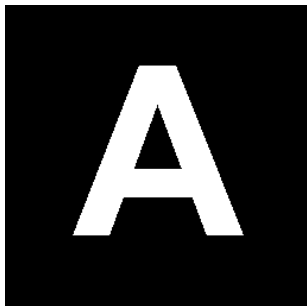


图2 记录物体的图像

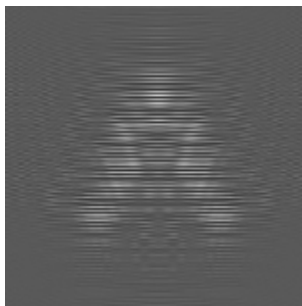


图3 普通离轴计算全息图

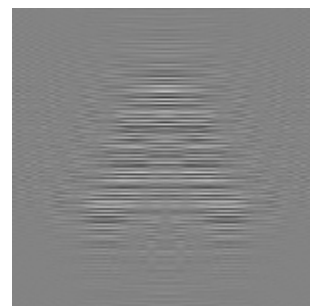


图4 博奇型修正离轴参考光计算全息图

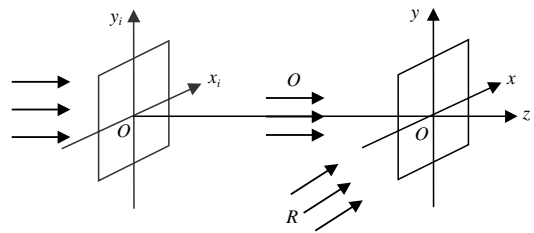


图1 菲涅耳离轴光学全息图的记录光路

2 离轴计算全息图的数字滤波

由以上分析可知,离轴全息图的再现像由于受到离轴参考光角度的调制,其零级像、原始像及共轭像在空间是分离的,原始像及共轭像对称地分布在零级像两边。若对全息图进行傅里叶变换,为:

$$F(\mu, \nu) = \mathcal{F}\{I(x, y)\} = \iint_{-\infty}^{+\infty} I(x, y) e^{-i2\pi(\mu x + \nu y)} dx dy \quad (5)$$

则在频谱面上即可得到分离的零级衍射像、原始像、共轭像的频谱。图5、6所示为采用快速傅里叶变换算法得到的离轴计算全息图及博奇型修正离轴参考光计算全息图的频谱图,由于采用常数项偏置,博奇型修正离轴参考光计算全息图的零级频谱只剩下一个中央亮点,成功消除了普通离轴全息图零级频谱中由于物函数的自相关项引起的弥散光斑。

针对在频谱平面上彼此分离的零级像、原始像、共轭像的频谱,采用窗口滤波函数 $r_{\text{rect}}(\mu, \nu)$ 对全息图的频谱进行滤波操作 $h(x, y) = F(\mu, \nu) r_{\text{rect}}(\mu, \nu)$,方便地滤掉不需要的频谱分量,保留所需共轭像或原始像的频谱。

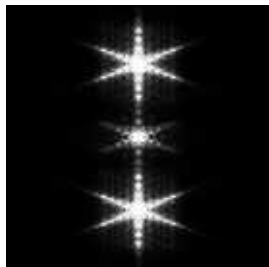


图5 普通离轴计算全息图的频谱图

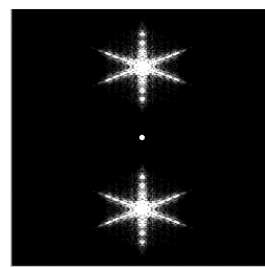


图6 博奇型修正离轴参考光计算全息图的频谱图

3 离轴计算全息图的数值再现

对上面滤波获得的单一像的频谱进行逆傅里叶变换,得到的复振幅分布 $h(x, y)$ 中只包含共轭像或原始像的信息,利用计算机对 $h(x, y)$ 进行数值再现,对其再次进行菲涅耳衍射积分计算,传播 z_0 距离后到达像平面上的复振幅分布为:

$$U'(X, Y) = \frac{1}{ikz_0} e^{ikz_0} \iint_{-\infty}^{+\infty} h(x, y) R'(x, y) e^{\frac{ik}{2z_0} [(X-x)^2 + (Y-y)^2]} dx dy \quad (6)$$

再现距离 z_0 、再现光波 $R'(x, y)$ 的选取将决定再现出的单一像是物体的共轭像或原始像,如采用记录时参考光波的共轭波作为再现光波,在全息图平面后 $z_0 = z$ 处再现出清晰的共轭像(通常为实像),而采用原始参考光波作为再现光波,在全息图平面前 $z_0 = -z$ 处再现出清晰的原始像(通常为虚像)。将计算得到的再现结果直接输出到计算机屏幕等数字显示设备上,可实现物体的数值再现。

本文以博奇型修正离轴参考光计算全息图为例,说明滤波后再现像的效果。图7所示为未进行滤波操作的再现像,正如前面所分析的那样,零级像占据了大部分能量,在图像的当中形成一个大的亮斑,对再现的共轭像形成明显的干扰(图像上叠加了周期性的直条纹),使得重建图像的质量不高。图8、9所示为滤波操作后分别保留共轭像及原始像的频谱并进行数值再现的图像,可见零级像及孪生像均得到了彻底的消除,且数值再现后的单一图像清晰、无干扰,信噪比明显提高。



图7 博奇型修正离轴参考光计算全息图的再现像



图8 数字滤波后仅保留共轭像频谱后的再现像



图9 数字滤波后仅保留原始像频谱后的再现像

(下转第976页)

4 单元改进后形函数的确定

在给定问题的有限元分析中,决定性的步骤之一是选择适当的单元和形函数^[1]。利用NURBS改进边界单元后,确定其形函数就成为首要解决的问题。用任意四边形单元划分网格可获得较高精度,但单元边界上的位移不呈线性分布,不能由节点位移唯一确定,所以采用等参单元来求解任意四边形单元的形函数^[1]。

令开始时只有4个角节点,其形函数可利用双一次Lagrange多项式构造,即 $\hat{N}_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_0) + (1 + \eta_0)$, $i = 1, 2, 3, 4$ 。

其中, $\xi_0 = \xi_i \xi$, $\eta_0 = \eta_i \eta$, ξ_i 、 η_i 为节点在自然坐标系(ξ - η 坐标系)中的坐标。

通过第3.4节算例分析可得到如下结论:当 w_1 取值合适时,就可选取改进后边界边上的控制点作为新节点。假设边界上增加一个节点,则它对应的形函数可表示成 ξ (或 η)方向二次和 η (或 ξ)方向一次Lagrange多项式的乘积,则 $N_5 = \frac{1}{2}(1 - \xi^2) + (1 - \eta)$ 。对于5个节点的情况, N_5 满足 $N_{5j} = \delta_{5j}$ ($j = 1, 2, 3, 4, 5$)要求,但需对 \hat{N}_1 和 \hat{N}_2

作如下修正: $N_1 = \hat{N}_1 - \frac{1}{2}N_5$, $N_2 = \hat{N}_2 - \frac{1}{2}N_5$ 才能满足要求。因此边界边增加一个节点的四边形单元的形

函数为: $N_1 = \hat{N}_1 - \frac{1}{2}N_5$, $N_2 = \hat{N}_2 - \frac{1}{2}N_5$, $N_3 = \hat{N}_3$, $N_4 = \hat{N}_4$, $N_5 = \frac{1}{2}(1 - \xi^2) + (1 - \eta)$, 且 $\sum_{i=1}^5 N_i = 1$ 。

对用NURBS表示的 m ($m > 2$)次边界单元边界边,可采用相同的方法构造它的形函数,其形函数可表示成 ξ (或 η)方向 m 次和 η (或 ξ)方向一次Lagrange多项式的乘积。

5 结 论

(1) 目前的边界单元只能用直线或二次抛物线去逼近复杂域边界,而采用改进后的单元可通过改变权因子和控制点数来控制边界单元的形状,使其与边界逼近得更好。特别是曲线的二次NURBS表示,将两个单元节点权因子固定为1,通过调整 w_1 就可获得不同的曲线;(2) 按照提出的改进方法,在单元内部边上节点数不增加的情况下,只需增加边界边节点数就可获得满意精度,而且可实现不同节点单元间的过渡。

参 考 文 献

- [1] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理与数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988.
- [2] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理B样条[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- [3] 韩明, 孔亚洲. 圆弧曲线的二次NURBS表示方法研究[J]. 华中科技大学学报, 2001, 29(12): 37-39.
- [4] 陈绍平, 陈宾康. 二次NURBS曲线下面积的精确计算公式[J]. 武汉理工大学学报, 2001, 25(1): 87-90.

编辑 孙晓丹

(上接第972页)

4 结 论

将数字化频域滤波技术应用于计算机全息图中,可根据需要将零级像及孪生像消除,从而得到单一的清晰实像或虚像。该方法同时也适用于其他类型的计算全息图,如黄氏型、李威汉型修正离轴参考光计算全息图、计算全息干涉图的数字化频域滤波操作,并可通过计算机数值再现获得单一的清晰图像。该方法实现了全息图设计、制作、处理和再现全过程的数字化,可有效改善光学全息技术中对硬件设备条件的苛刻要求及全息干版后处理过程中的非线性等因素对全息图可靠性的影响,具有计算速度快、灵活性强、操作简便、可靠性好、再现图像质量高等优点。

参 考 文 献

- [1] 郭永康, 朱建华, 王磊, 等. 光学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 286.
- [2] 吕且妮, 葛宝臻, 张以谟. 数字离轴全息实验系统及其零级像分析[J]. 天津大学学报, 2005, 38(8): 701-705.
- [3] Yamaguchi I, Zhang T. Phase-shifting digital holography[J]. Opt. Lett., 1997, 22: 1268-1270.
- [4] Cuhe E, Marquet P, Depeursinge C. Spatial filtering for zero-order and twin-image elimination in digital off-axis holography[J]. Appl. Opt., 2000, 39(23): 4070-4075.
- [5] 王仕墀, 朱自强. 现代光学原理[M]. 成都: 电子科技大学出版社, 2000: 99-100.
- [6] 虞祖良, 金国藩. 计算机全息图[M]. 北京: 清华大学出版社, 1984: 48-50.

编辑 孙晓丹