

四自由度并联微操作机器人的运动学分析

陈 驰, 范守文

(电子科技大学机械电子工程学院 成都 610054)

【摘要】分析了2RPS+2TPS型四自由度并联微操作机器人机构的运动学特性;采用微分法推导了微位移增量矩阵的一般表达式以及输入、输出位移的雅可比矩阵;建立了微操作机器人的运动学方程、速度方程、加速度方程的显式正逆表达式,为微操作机器人的动力学与控制研究奠定了理论基础。

关键词 微操作机器人; 并联机构; 运动学; 雅可比矩阵

中图分类号 TN97

文献标识码 A

Kinematics Analysis for a 4-DOF Parallel Micromanipulator

CHEN Chi, FAN Shou-wen

(School of Electromechanical Eng., Univ. of Electron. Sci. & Tech. of China Chengdu 610054)

Abstract Kinematics characteristics of a 4-DOF micromanipulator using 2RPS+2TPS type parallel mechanism are analyzed in this paper. According to the characteristics of micro-motion, direct and inverse kinematics equations are formulated using differential transformation, and Jacobian matrix of the input/output displacement is derived, which can be considered as a constant matrix over the entire range of minute motion. Direct and inverse velocity equation and acceleration equation are also obtained explicitly. This research work provides theoretical foundations for analysis of dynamics and control of the micromanipulator.

Key words micromanipulator; parallel mechanism; kinematics; Jacobian matrix

并联机构因其结构简单、重量轻、运动链封闭而具有关节运动误差积累小及刚度大等特点,在机器人微操作器的结构设计中获得广泛的应用^[1-3]。

微操作机器人的运动位移范围为几微米至几百微米,其分辨率、定位精度和重复定位精度在亚微米至纳米级的范围内,微操作机器人在生物医学工程、微电子工程、微米/纳米器件的加工、超精加工、光学调焦、光纤对接等方面有广泛的应用前景。与传统机器人相比,微操作机器人的运动范围小,在运动学等方面有其特殊性^[4]。

1 运动学逆解

1.1 并联机器人的位姿逆解

2RPS+2TPS型四自由度并联机器人机构如图1所示,动定平台都采用圆形布局。 T_1 、 T_2 、 T_3 、 T_4 在半径为 R 的动平台上对称分布,并且分别通过球铰与4个连杆相连,连杆1、2在 S_1 、 S_2 处通过转动副分别连接在微位移驱动器 A_1 、 A_2 上,连杆3、4在 S_3 、 S_4 处通过球铰分别连接微位移驱动器 A_3 、 A_4 。4个微位移驱动器 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 在基座的边界上对称分布,

驱动器 A_1 、 A_2 在其连线上分别与其连线呈 θ_1 、 θ_2 的夹角,驱动器 A_3 、 A_4 竖直向上。建立如下坐标系:活动坐标系 $O^1-X^1 Y^1 Z^1$ 位于动平台上,原点 O^1 为动平台的圆心, X^1 轴、 Y^1 轴分别通过 T_3 、 T_2 点。基础坐标系 $O-XYZ$ 设在底座上, X 轴、 Y 轴分别通过 A_3 、 A_2 。当动平台的位置和姿态确定后, T_1 、 T_2 、 T_3 、 T_4 在基础坐标系中的位置可通过2个坐标系的坐标变换得到。该坐标变换为动平台绕 X^1 轴旋转 α 角的旋转矩阵 R_x 、其绕 Y^1 轴旋转 β 角的旋转矩阵 R_y 及沿 Y 轴移动 P_y 和 Z 轴移动 P_z 的平移变换矩阵 $\text{Trans}(P_y, P_z)$ 组合的齐次变换,即:

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Trans}(P_Y, P_Z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & P_Y \\ 0 & 0 & 0 & P_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

可以得到活动坐标系相对于基础坐标系的齐次变换矩阵为:

$$\mathbf{T} = \mathbf{Trans}(P_Y, P_Z) \mathbf{R}_X \mathbf{R}_Y = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \beta & P_Y \\ -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta & P_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

T_1 、 T_2 、 T_3 、 T_4 在动坐标系中的坐标分别为:

$$\begin{aligned} T_1' &= (0, -R, 0, 1)^T & T_2' &= (0, R, 0, 1)^T \\ T_3' &= (R, 0, 0, 1)^T & T_4' &= (-R, 0, 0, 1)^T \end{aligned}$$

当动平台的位置和姿态确定后, T_i 的位置为:

$$T_i = \mathbf{T} T_i' \quad i=1 \sim 4 \quad (2)$$

设4个连杆等长 L_1 、 L_2 、 L_3 、 $L_4 = L$, 该机构的运动学逆解方程为:

$$L_i^2 = \|S_i - T_i\|^2 \quad i=1 \sim 4$$

其分量形式为:

$$L_i^2 = (S_{ix} - T_{ix})^2 + (S_{iy} - T_{iy})^2 + (S_{iz} - T_{iz})^2 \quad (3)$$

1.2 微动机器人的齐次变换及特征矩阵

结合本文研究的机器人机构, 给定当前坐标系 T , 经过微分运动 dT 后, 有:

$$\begin{aligned} T + dT &= \mathbf{Trans}(\Delta P_Y, \Delta P_Z) T T_1 T_2 \\ dT &= \mathbf{Trans}(\Delta P_Y, \Delta P_Z) T T_1 T_2 - T \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{Trans}(\Delta P_Y, \Delta P_Z)$ 是相对于基础坐标系 Y 、 Z 轴分别微小平移 ΔP_Y 、 ΔP_Z 的移动变换矩阵; T_1 、 T_2 分别绕 X' 轴旋转 $\Delta \alpha$ 和绕 Y' 轴旋转 $\Delta \beta$ 的齐次变换矩阵转换。由于 $\Delta \alpha$ 、 $\Delta \beta$ 足够小, 有 $\sin \Delta \alpha \rightarrow \Delta \alpha$ 、

$$dT = \begin{bmatrix} -\Delta \beta \sin \beta & \Delta \alpha \sin \beta & \Delta \beta \cos \beta & 0 \\ \Delta \alpha \Delta \beta \cos \alpha + \Delta \beta \sin \alpha \cos \beta & -\Delta \alpha \sin \alpha \cos \beta & \Delta \beta \sin \alpha \sin \beta - \Delta \alpha \cos \alpha & \Delta P_Y \\ \Delta \alpha \Delta \beta \sin \alpha - \Delta \beta \cos \alpha \cos \beta & \Delta \alpha \cos \alpha \cos \beta & -\Delta \beta \sin \beta \cos \alpha - \Delta \alpha \sin \alpha & \Delta P_Z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

由式(2)可得 $dT_i = dT T_i'$, 其分量形式为:

$$(\Delta T_{ix}, \Delta T_{iy}, \Delta T_{iz}, 0)^T = dT (T_{ix}', T_{iy}', T_{iz}', 1)^T \quad (7)$$

对式(3)两边同时微分有:

$$\begin{aligned} L_i \Delta L_i &= (S_{ix} - T_{ix})(\Delta S_{ix} - \Delta T_{ix}) + (S_{iy} - T_{iy}) \\ &(\Delta S_{iy} - \Delta T_{iy}) + (S_{iz} - T_{iz})(\Delta S_{iz} - \Delta T_{iz}) \end{aligned} \quad (8)$$

对1、2、3、4杆, $\Delta L_i = 0$ 。令 ΔS_1 、 ΔS_2 、 ΔS_3 、 ΔS_4 为1、2、3、4杆沿驱动器方向微位移输入, 有:

$$\Delta S_{1x} = 0, \quad \Delta S_{1y} = \Delta S_1 \cos \theta_1$$

$\cos \Delta \alpha \rightarrow 1$ 、 $\sin \Delta \beta \rightarrow \Delta \beta$ 、 $\cos \Delta \beta \rightarrow 1$, 则有:

$$\begin{aligned} \mathbf{Trans}(\Delta P_Y, \Delta P_Z) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta P_Y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta P_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ T_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\Delta \alpha & 0 \\ 0 & \Delta \alpha & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ T_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\Delta \beta & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

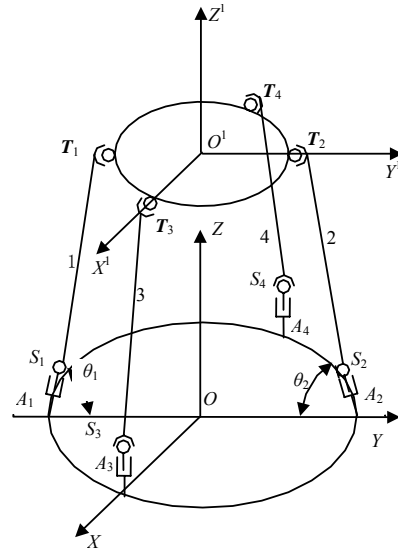


图1 四自由度并联微操作机器人的机构图
综合式(1)、(4)、(5)可得:

$$\begin{aligned} \Delta S_{1z} &= \Delta S_1 \sin \theta_1, \quad \Delta S_{2x} = 0 \\ \Delta S_{2y} &= \Delta S_2 \cos(\pi - \theta_2), \quad \Delta S_{2z} = \Delta S_2 \sin(\pi - \theta_2) \\ \Delta S_3 &= \Delta S_{3z}, \quad \Delta S_4 = \Delta S_{4z} \end{aligned}$$

综合式(6)~(8), 可以得到微操作机器人在任意确定位置和姿态下的位姿反解方程:

$$q = J^{-1} P \quad (9)$$

式中 $P = (\Delta \alpha, \Delta \beta, \Delta p_y, \Delta p_z)^T$ 为工作圆盘的微位移输出, $q = (\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3, \Delta S_4)^T$ 为四条驱动腿的微位移输入, J^{-1} 为并联机器人输入与输出的特

征矩阵即雅可比矩阵的逆矩阵。

考察并联微动机器人动定平台彼此平行、 O^1 位于 O 的正上方且活动坐标系 $O^1-X^1 Y^1 Z^1$ 与基础坐标系 $O-XYZ$ 姿态一致位形(微操作位形)的运动状态。在该位形处式 $\sin \alpha = \sin \beta = 0$ 、 $\cos \alpha = \cos \beta = 1$ 。忽略高阶无穷小,式(6)变为:

$$d\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Delta\beta & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta\alpha & \Delta P_Y \\ -\Delta\beta & \Delta\alpha & 0 & \Delta P_Z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

将式(10)代入式(7)可得:

$$\begin{aligned} d\mathbf{T}_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta P_Y \\ -\Delta\alpha R + \Delta P_Z \\ 0 \end{bmatrix} & d\mathbf{T}_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta P_Y \\ \Delta\alpha R + \Delta P_Z \\ 0 \end{bmatrix} \\ d\mathbf{T}_3 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta P_Y \\ -\Delta\beta R + \Delta P_Z \\ 0 \end{bmatrix} & d\mathbf{T}_4 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta P_Y \\ \Delta\beta R + \Delta P_Z \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

将 $d\mathbf{T}_i (i=1\sim 4)$ 代入式(8),令

$$\begin{aligned} K_{11} &= \frac{(S_{1Y} - T_{1Y})}{\cos \theta_1 (S_{1Y} - T_{1Y}) + \sin \theta_1 (S_{1Z} - T_{1Z})} \\ K_{12} &= \frac{(S_{1Z} - T_{1Z})}{\cos \theta_1 (S_{1Y} - T_{1Y}) + \sin \theta_1 (S_{1Z} - T_{1Z})} \\ K_{21} &= \frac{S_{2Y} - T_{2Y}}{\cos(\pi - \theta_2)(S_{2Y} - T_{2Y}) + \sin(\pi - \theta_2)(S_{2Z} - T_{2Z})} \end{aligned}$$

$$\mathbf{J} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} -2RK_{21} & -2RK_{11} & R(K_{11}K_{22} + K_{12}K_{21}) & R(K_{11}K_{22} + K_{12}K_{21}) \\ 0 & 0 & -R(K_{12}K_{21} - K_{11}K_{22}) & R(K_{12}K_{21} - K_{11}K_{22}) \\ -2R^2K_{22} & -2R^2K_{12} & 2R^2K_{12}K_{22} & 2R^2K_{12}K_{22} \\ 0 & 0 & R^2(K_{12}K_{21} - K_{11}K_{22}) & R^2(K_{12}K_{21} - K_{11}K_{22}) \end{bmatrix} \quad (14)$$

根据式(14)可知,已知4个微位移驱动器的输入即可以求出动平台的空间位置。

3 微操作机器人的速度、加速度分析

对式(9)、(13)两边同时求导,可得到速度方程的正逆表达式为:

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \mathbf{J}^{-1} \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad (15)$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{J} \frac{d\mathbf{q}}{dt} \quad (16)$$

式中

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{d\Delta\alpha}{dt} & \frac{d\Delta\beta}{dt} & \frac{d\Delta P_Y}{dt} & \frac{d\Delta P_Z}{dt} \end{bmatrix}^T$$

$$K_{22} = \frac{(S_{2Z} - T_{2Z})}{c(\pi - \theta_2)(S_{2Y} - T_{2Y}) + s(\pi - \theta_2)(S_{2Z} - T_{2Z})}$$

则有:

$$\begin{cases} \Delta S_1 = -\Delta\alpha RK_{12} + \Delta P_Y K_{11} + \Delta P_Z K_{12} \\ \Delta S_2 = \Delta\alpha RK_{22} - \Delta P_Y K_{21} + \Delta P_Z K_{22} \\ \Delta S_3 = \Delta S_{3Z} = \frac{S_{3X} - T_{3X}}{S_{3Z} - T_{3Z}} \Delta T_{3X} + \Delta T_{3Z} = \\ \Delta T_{3Z} = -\Delta\beta R + \Delta P_Z \\ \Delta S_4 = \Delta S_{4Z} = \frac{S_{4X} - T_{4X}}{S_{4Z} - T_{4Z}} \Delta T_{4X} + \\ \Delta T_{4Z} = \Delta T_{4Z} = \Delta\beta R + \Delta P_Z \end{cases} \quad (11)$$

综合式(9)、(11)可得:

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{bmatrix} -RK_{12} & 0 & K_{11} & K_{12} \\ RK_{22} & 0 & -K_{21} & K_{22} \\ 0 & -R & 0 & 1 \\ 0 & R & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

可见本文研究的微操作机器人输入输出的特征矩阵的逆阵 \mathbf{J}^{-1} 为一常数矩阵。

2 微操作机器人的位姿正解

由于微操作机器人的特征矩阵是常数矩阵,对式(12)的特征矩阵求逆,可以得到微操作机器人的位姿正解为:

$$\mathbf{P} = \mathbf{J}\mathbf{q} \quad (13)$$

令 $m = |\mathbf{J}^{-1}| = 2R^2(K_{12}K_{21} - K_{11}K_{22})$,有:

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{d\Delta S_1}{dt} & \frac{d\Delta S_2}{dt} & \frac{d\Delta S_3}{dt} & \frac{d\Delta S_4}{dt} \end{bmatrix}^T$$

由于微操作机器人的加速度不仅与输入的加速度有关,还与输入的速度有关,因此式(10)中 $d\mathbf{T}$ 的二阶无穷小不能省略,此时的增量变换矩阵可以由式(6)推导得到,即:

$$d\mathbf{T}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Delta\beta & 0 \\ \Delta\alpha\Delta\beta & 0 & -\Delta\alpha & \Delta P_Y \\ -\Delta\beta & \Delta\alpha & 0 & \Delta P_Z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

将上式代入式(7)、(8)可见,本文研究的微操作机器人 ΔS_1 、 ΔS_2 、 ΔS_3 、 ΔS_4 的形式并未发生变化。因此对式(9)、(13)直接二次求导,就可得到加速度方程

的正逆表达式为:

$$\frac{d^2 \mathbf{q}}{dt^2} = \mathbf{J}^{-1} \frac{d^2 \mathbf{p}}{dt^2} \quad (17)$$

$$\frac{d^2 \mathbf{p}}{dt^2} = \mathbf{J} \frac{d^2 \mathbf{q}}{dt^2} \quad (18)$$

式中

$$\frac{d^2 \mathbf{p}}{dt^2} = \left[\frac{d^2 \Delta \alpha}{dt^2} \quad \frac{d^2 \Delta \beta}{dt^2} \quad \frac{d^2 \Delta p_y}{dt^2} \quad \frac{d^2 \Delta p_z}{dt^2} \right]^T$$

$$\frac{d^2 \mathbf{q}}{dt^2} = \left[\frac{d^2 \Delta S_1}{dt^2} \quad \frac{d^2 \Delta S_2}{dt^2} \quad \frac{d^2 \Delta S_3}{dt^2} \quad \frac{d^2 \Delta S_4}{dt^2} \right]^T$$

4 结 论

本文对2RPS+2TPS型微操作机器人进行了运动学分析,给出了推导微位移增量矩阵的一般方法。分析结果表明,微动机器人的特征矩阵均为常数矩阵。上述研究工作为微操作机器人的运动性能优化、

动力学及控制的研究奠定了理论基础。

参 考 文 献

- [1] CHEN Wen-jia, ZHAO Ming-yang, CHEN Shu-hong. A novel 4-DOF parallel manipulator and its kinematic modeling[C]// Proc. of IEEE, International Conference on Robotics and Automation, Seoul, Korea, 2001.
- [2] LEE M K, PARK K W. Kinematic and dynamic analysis of a double parallel manipulator for enlarging workspace and avoiding singularities[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1999, 15: 1025-1033.
- [3] 李剑锋, 刘德忠, 潘新文. 3-PRS微操作器的运动学性质分析[J]. 中国机械工程, 2003, 14(14): 1194-1196.
- [4] 孙立宁, 安 辉, 张 涛. 微动机器人运动学分析的基础研究[J]. 仪器仪表学报, 1998, 19(5): 464-471.
- [5] 黄 真, 孔令富, 方跃法. 并联机器人机构学理论及控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.

编 辑 黄 莘

(上接第139页)

4 结 论

本文针对传统优化算法用于特征选择的不足,提出了以类内-类间距离为适合度函数,基于遗传算法的特征选择策略。该方法能够充分利用遗传算法的隐并行性,寻找最优的特征集合进行分类器设计。经微钙化点特征矢量集最优子集提取实例验证,该方法拥有强大的并行性和寻优能力,能高效地剔除原始特征集的冗余特征。将生成的优化特征集合用于神经网络分类器训练,能够提高微钙化点病变类型的识别精度。

本文研究工作得到北京交通大学科技基金(2005RC045)资助,在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 王瑞平. 乳腺X线影像的计算机辅助诊断新方法研究[D]. 天津: 天津大学, 2003.
- [2] NOJUN K, CHOI Chong-Ho. Input feature selection by mutual information based on parzen window[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(12): 1667-1671.
- [3] 边肇祺, 张学工. 模式识别[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000: 178-179.
- [4] 王 凌. 智能优化算法及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001: 1-14.
- [5] GOLDBERG D E. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning[M]. New York: Addison Wesley, 1989: 165-176.
- [6] GABOR R, ANIKO E. Genetic algorithms in computer aided design[J]. Computer-Aided Design, 2003, 35(8): 709-726.

编 辑 孙晓丹