

# 三角形鉴相特性锁相鉴频器中混沌现象的研究

谭永明, 邓立虎

(东莞理工学院电子系 广东 东莞 523106)

**【摘要】**研究了具有三角形鉴相特性的锁相鉴频器中的混沌现象。利用Mel'nikov方法,从理论上证明了当系统参数满足一定条件时,Melnikov积分 $M(t_0)$ 有简单零点,这时系统有homoclinic混沌解,也即锁相鉴频系统有混沌输出,同时给出了混沌产生的区域。

**关键词** 锁相鉴频器; 混沌; Mel'nikov方法; 三角形鉴相特性; 混沌解  
**中图分类号** TN911.7 **文献标识码** A

## Research on Chaotic Phenomena of Phase-locked Frequency Detector with Triangular Phase-Detector

TAN Yong-ming, DENG Li-hu

(Department of Electronics, Dongguan University of Technology Dongguan Guangdong 523106)

**Abstract** Chaotic phenomena of phase-locked frequency detector with triangular phase detector characteristics is studied. By using Melnikov's method, it is theoretically proved that Melnikov integral has simple zero, and the system has homoclinic chaotic solution, and the system output chaos when the system parameters satisfy certain conditions. The chaos region is gived also.

**Key words** phase-locked frequency detector; chaos; Mel'nikov's method; triangular phase-detector characteristics; chaotic solution

调频体制是现代通信系统常用的调制方式。调频信号是一种角调制信号。利用锁相环路的良好调制跟踪特性,可使环路跟踪输入调频信号的相位变化,从环路中提取调制信息,这一过程就是锁相鉴频<sup>[1]</sup>。锁相鉴频是一种较为理想的低门限鉴频技术。

文献[2~5]分析和研究了通信工程锁相技术中的混沌现象。本文研究具有三角形鉴相特性的锁相鉴频器中的混沌现象。

### 1 相位模型及方程

锁相鉴频器的构成如图1所示。由于输出滤波器仅用来改善输出的信噪比,压控振荡器的控制电压 $u_c(t)$ 可充分反映调制信号的变化规律,用作鉴频输出电压。为分析方便,将输出滤波器加以省略。这时,锁相鉴频器的相位模型如图2所示。图2中, $\theta_1(t)$ 为输入相位; $K_\phi$ 、 $K_v$ 分别为鉴频增益和压控增益; $h(\theta_c)$ 为鉴相特性曲线; $S$ 表示 $\frac{d}{dt}$ ;滤波器为 $RC$ 滤

波器,即 $F(s) = 1/(1 + sRC)$ 。

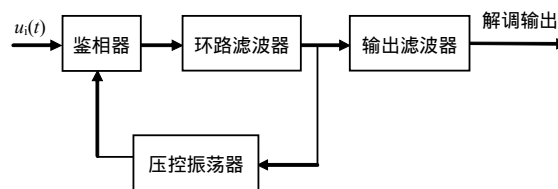


图1 锁相鉴频器的构成

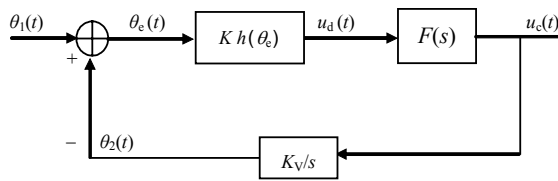


图2 锁相鉴频器的相位模型

令 $\tau = RC$ ,由图2有:

$$\theta_c(t) = \theta_1 - \theta_2(t) = \theta_1 - K_\phi h(\theta_c) F(s) \frac{K_v}{s} =$$

$$\theta_1 - K_\phi h(\theta_c) \frac{1}{1 + s\tau} \frac{K_v}{s}$$

收稿日期:2005-12-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70372069);广东省科技计划基金资助项目(2003A1040312)

作者简介:谭永明(1957-),女,硕士,教授,主要从事通信技术、锁相技术、混沌理论及其在通信中应用方面的研究。

$$s(1+s\tau)\theta_c(t) + K_\phi K_V h(\theta_c) = s(1+s\tau)\theta_c(t) \frac{d^2\theta_c(t)}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d\theta_c(t)}{dt} + \frac{K_\phi K_V}{\tau} h(\theta_c) = \frac{d^2\theta_1(t)}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d\theta_1(t)}{dt} \quad (1)$$

假设输入信号是被正弦信号调制的调频信号, 表示为:

$$u_i(t) = V_i \sin[\omega_1 t + \frac{\Delta\omega_1}{\Omega} \sin \Omega t] = V_i \sin(\omega_1 t + m_f \sin \Omega t)$$

式中  $\frac{\Delta\omega_1}{\Omega} = m_f$  为调制指数;  $\Delta\omega_1$  为最大调制频偏;  $\Omega = 2\pi F$  为调制角频率;  $F$  为调制频率。这时, 输入相位  $\theta_1(t)$  为:

$$\theta_1(t) = m_f \sin \Omega t, \quad \frac{d\theta_1(t)}{dt} = m_f \Omega \cos \Omega t,$$

$$\frac{d^2\theta_1(t)}{dt^2} = -m_f \Omega^2 \sin \Omega t$$

于是式(1)变为:

$$\frac{d^2\theta_c(t)}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d\theta_c(t)}{dt} + \frac{K_\phi K_V}{\tau} h(\theta_c) = -m_f \Omega^2 \sin \Omega t + \frac{\Omega}{\tau} m_f \cos \Omega t \quad (2)$$

## 2 理论分析及结果

本文运用 Mel'nikov 方法来研究具有三角形鉴相特性的锁相鉴频器中的混沌现象<sup>[6-7]</sup>。具有三角形鉴相特性的锁相鉴频系统的数学模型恰好是一个非线性二阶微分方程。非线性系统与线性系统不同, 其解的性态通常具有各种随机的复杂行为。而 Mel'nikov 方法, 是通过建立 Melnikov 积分函数, 由其是否有简单零点来判断非线性系统是否有混沌解, 也即锁相鉴频系统是否有混沌输出。因此本文的思路是把原非线性系统化非线性一阶方程组, 建立 Melnikov 积分, 再去证明 Melnikov 积分函数存在简单零点, 从而得出锁相鉴频系统有混沌输出。

系统方程式(2)经过  $x_1(t) = \theta_c(t)$ ,  $x_2(t) = \frac{dx_1(t)}{dt}$  变换后, 变为一阶方程组:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -\frac{K_V K_\phi}{\tau} h(x_1) - \frac{1}{\tau} x_2 - m_f \Omega^2 \sin \Omega t + \frac{\Omega}{\tau} m_f \cos \Omega t \end{cases} \quad (3)$$

无扰系统为:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{pmatrix} = f(x) = \begin{pmatrix} x_2 \\ -\frac{K_V K_\phi}{\tau} h(x_1) \end{pmatrix} \quad (4)$$

扰动项为:

$$\varepsilon g(x, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{\tau} x_2 - m_f \Omega^2 \sin \Omega t + \frac{\Omega}{\tau} m_f \cos \Omega t \end{pmatrix} \quad (5)$$

采用三角形鉴相特性, 即:

$$h(x_1) = \begin{cases} -x_1 - \pi & -\pi < x_1 < -\pi/2 \\ x_1 & |x_1| \leq \pi/2 \\ -x_1 + \pi & \pi/2 < x_1 < \pi \end{cases} \quad (6)$$

式中  $h(x_1)$  是以  $2\pi$  为周期的周期函数, 即  $h(x_1 + 2\pi) = h(x_1)$ 。此时无扰系统式(3)变为:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K_V K_\phi}{\tau} h(x_1) = 0 \quad (7)$$

可求得无扰系统式(7)的 Homoclinic orbit 为:

$$\Gamma_0^u : p_0^u = (x_{1u}^0(t), x_{2u}^0(t))$$

$$x_{1u}^0(t) = \begin{cases} g_{11}^0(t) & -\infty < t < -\pi/4 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \pi \sin t & |t| \leq \pi/4 \\ g_{12}^0(t) & \pi/4 < t < +\infty \end{cases}$$

$$\Gamma_0^l : p_0^l = (x_{1l}^0(t), x_{2l}^0(t)) = (-x_{1u}^0(t), -x_{2u}^0(t))$$

$$x_{2u}^0(t) = \begin{cases} Ag_{21}^0(t) & -\infty < t < -\pi/4 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \pi A \cos t & |t| \leq \pi/4 \\ Ag_{22}^0(t) & \pi/4 < t < +\infty \end{cases}$$

式中  $A = \frac{K_V K_\phi}{\tau}$ ;  $g_{11}^0(t) = -\pi + \frac{\pi}{2} e^{(t-\pi/4)}$ ;  $g_{21}^0(t) =$

$-\frac{\pi}{2} e^{(t+\pi/4)}$ ;  $g_{12}^0(t) = -g_{11}^0(-t)$ ;  $g_{22}^0(t) = -g_{21}^0(-t)$ ;  $x_{1u}^0(t)$

为奇函数;  $x_{2u}^0(t)$  为偶函数。取  $q^0(t) = (x_{1u}^0(t), x_{2u}^0(t))$ , 可计算 Melnikov 积分:

$$\begin{aligned} M(t_0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(q^0(t)) Ag(q^0(t), t+t_0) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x_{2u}^0(t) [-\frac{1}{\tau} x_2 - m_f \Omega^2 \sin \Omega(t+t_0) + \\ &= \frac{\Omega}{\tau} m_f \cos \Omega(t+t_0)] dt = \int_{-\infty}^{+\infty} -\frac{1}{\tau} x_{2u}^0{}^2(t) dt - \\ &= m_f \Omega^2 \int_{-\infty}^{+\infty} x_{2u}^0(t) \sin \Omega(t+t_0) dt + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\Omega}{\tau} m_f \int_{-\infty}^{+\infty} x_{2u}^0(t) \cos \Omega(t+t_0) dt = \\ & -\frac{2\pi A^2}{\tau} + 2m_f \Omega \frac{A}{\tau} (\cos \Omega t_0 - \tau \Omega \sin \Omega t_0) \times \\ & \frac{1}{1+\Omega^2} (\cos \Omega \frac{\pi}{4} e^{-\frac{\pi}{4}} + \frac{\Omega}{\sqrt{b}} \sin \Omega \frac{\pi}{4} e^{-\frac{\pi}{4}}) = \\ & -\frac{2\pi A^2}{\tau} + 2m_f \frac{\Omega A}{\tau} \frac{1}{\sqrt{1+(\tau\Omega)^2}} \times \\ & \cos(\Omega t_0 + \beta) \cdot Q(\Omega) \end{aligned}$$

$$\text{式中 } Q(\Omega) = \frac{1}{1+\Omega^2} (\cos \frac{\pi}{4} e^{-\frac{\pi}{4}} \Omega + \Omega \sin \frac{\pi}{4} e^{-\frac{\pi}{4}} \Omega)$$

取  $q^0(t) = (x_{11}^0(t), x_{21}^0(t))$ , 同理可得:

$$M(t_0) = -\frac{2\pi A^2}{\tau} - 2m_f \frac{\Omega A}{\tau} \frac{1}{\sqrt{1+(\tau\Omega)^2}} \cos(\Omega t_0 + \beta) \cdot Q(\Omega)$$

$$\text{令 } M(t_0) = 0, \text{ 得到: } \cos(\Omega t_0 + \beta) = \pm \frac{\pi A \sqrt{1+(\Omega\tau)^2}}{m_f \Omega Q(\Omega)},$$

有  $\left| \frac{A \sqrt{1+(\Omega\tau)^2}}{m_f \Omega Q(\Omega)} \right| < \frac{1}{\pi}$ , 将  $\tau = RC$ ,  $m_f = \frac{\Delta\omega_i}{\Omega} = \frac{k_f V_i}{\Omega}$  代入, 得到:

$$\left| \frac{A \sqrt{1+(\Omega RC)^2}}{\Delta\omega_i Q(\Omega)} \right| < \frac{1}{\pi} \quad (8)$$

当式(8)成立时, Melnikov积分  $M(t_0)$  有简单零点, 从而系统有homoclinic混沌解, 也即具有三角形鉴相特性的锁相鉴频器输出混沌。当系统出现混沌时, 环路失锁, 输出信噪比急剧下降, 最终会出现门限效应, 此时锁相鉴频器不能正常工作。

## 4 结束语

本文分析和研究了锁相鉴频器中的混沌现象。利用Mel'nikov方法从理论上证明了当具有三角形鉴相特性的锁相鉴频器输入信号参数、系统参数满足式(8)时, Melnikov积分  $M(t_0)$  有简单零点, 从而系统有homoclinic混沌解, 即系统输出混沌。通过电路实验, 观察到当调节系统输入信号参数  $m_f$  或系统参数  $R$  满足式(8)时, 压控振荡器的输出信号频谱为宽带连续谱, 从而进一步证实了锁相鉴频器中存在混沌。当锁相鉴频器出现混沌时, 环路失锁, 输出信噪比急剧下降, 最终会出现门限效应, 此时锁相鉴频器不能正常工作, 这是本文不希望看到的。而式(8)对于实际设计和应用锁相鉴频器具有一定的指导意义和实用价值。

## 参考文献

- [1] 郑继禹, 万心平, 张厥盛. 锁相环原理与应用[M]. 北京: 人民邮电出版社, 1984: 41-52.
- [2] 谭永明, 葛渭高, 郑继禹. 锯齿形采样鉴频频率合成器中的混沌现象的研究[J]. 通信学报, 2001, 22(3): 20-26.
- [3] 谭永明, 邓立虎, 郑继禹. 具有锁相式频率合成器的跳频通信系统中的混沌[J]. 电子学报, 2004, 10: 51-54.
- [4] 谭永明, 廖桂生, 郑继禹. 锯齿形取样鉴频频率合成器的分岔与混沌[J]. 西安电子科技大学学报, 2001, 28(4): 524-527.
- [5] 罗诗裕, 谭永明, 邵明珠, 等. 沟道效应的运动阻尼与系统走向混沌的临界特征[J]. 物理学报, 2004, 53(4): 1157-1161.
- [6] MEES A, SPARROW C. Some tools for analyzing chaos[J]. Proc. of the IEEE, 1987, 75(8): 1058-1070.
- [7] SALAM F M A, SASTRY S S. Dyna of the forced josephson hunction circuit: the regions of chaos[J]. IEEE, Trans. on Circuits and Systems, 1985, 32(8): 784-796.

编辑 刘文珍