

# Turbo-DFH迭代译码算法

裴小东, 何遵文, 匡镜明

(北京理工大学信息科学技术学院电子工程系 北京 海淀区 100081)

**【摘要】**针对Turbo-DFH系统的特点,提出了修改的SOVA算法,用于迭代译码过程中子译码器软输出的计算。在AWGN信道下,对Turbo-DFH系统的性能进行了计算机仿真。仿真结果表明Turbo-DFH系统的误比特率性能比采用维特比检测算法的传统DFH系统有明显改善。

**关键词** Turbo码; 迭代译码; 差分跳频; 频率转移函数

中图分类号 TN97

文献标识码 A

## Iterative Decoding Algorithm for Turbo-DFH System

PEI Xiao-dong, HE Zun-wen, KUANG Jing-ming

(Department of Electronic Engineering, School of Information Science and Technology, Beijing Institute of Technology Haidian Beijing 100081)

**Abstract** An iterative structure is adopted to decode the codes at the decoder. A modified SOVA algorithm is presented, which is used to compute the soft output of the component decoders. The performance of the turbo-DFH system is simulated over AWGN channels. Simulation results show that the bit error rate performance of the turbo-DFH system is significantly better than that of the conventional DFH system with the Viterbi detection algorithm.

**Key words** turbo codes; iterative decoding; differential frequency hopping; frequency transition function

传统的差分跳频(Differential Frequency Hopping, DFH)系统通常采用极大似然频率序列检测,用维特比算法搜索极大似然路径<sup>[1]</sup>。该算法在最小化序列错误概率意义上是最优的,但它不能为每个译码符号提供后验概率,即软输出。Turbo-DFH技术是一种将Turbo码与DFH<sup>[2-3]</sup>相结合的新技术。Turbo-DFH编码器和译码器的设计借鉴了Turbo码随机编码和软输出迭代译码的思想,编码器由两个频率转移函数通过一个随机交织器并行级联;译码器由两个软输入软输出(Soft Input Soft Output, SISO)子译码器串行级联组成。两个SISO子译码器采用修改的SOVA(Soft Output Viterbi Algorithm)算法,通过迭代过程来逼近极大似然译码。

### 1 Turbo-DFH编码器结构

Turbo-DFH编码器由两个DFH频率转移函数通过一个随机交织器并行级联组成,如图1所示。图中, $G_1$ 和 $G_2$ 为两个频率转移函数;信息序列 $u = (u_1, u_2, \dots, u_K)$ 经过一个 $K$ 位交织器,形成信息位置发生变化的序列 $u' = (u'_1, u'_2, \dots, u'_K)$ ;  $u$ 与 $u'$ 分别通过两个

频率转移函数 $G_1$ 和 $G_2$ ,映射为频点标号的序列 $f_1$ 和 $f_2$ , $f_1$ 和 $f_2$ 经过复用后得到序列 $f$ ,最后由 $f$ 控制DDS产生跳频信号。频率转移函数决定了Turbo-DFH频率转移网格图的结构,它的选取对Turbo-DFH系统的性能有很大的影响,只有使用自由距达到最大值的频率转移函数才可能取得最佳的效果。

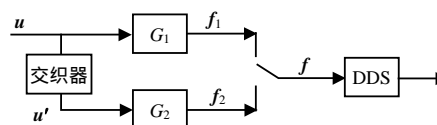


图1 Turbo-DFH编码器结构图

### 2 Turbo-DFH译码器结构

Turbo-DFH译码器由两个SISO子译码器串行级联组成,如图2所示。图中, $Y = \{Y_{i,j}; 1 \leq i \leq 2K, 1 \leq j \leq M\}$ 为后FFT观测空间的随机向量; $Y_{i,j} = 0$ 为对第 $i$ 跳信号作FFT分析后,得到的对应于频率集中第 $j$ 个频点的幅值; $M$ 为频率集中频点的个数。经过解复用后,由 $Y$ 得到子译码器的输入序列 $Y_1$ 和 $Y_2$ 。

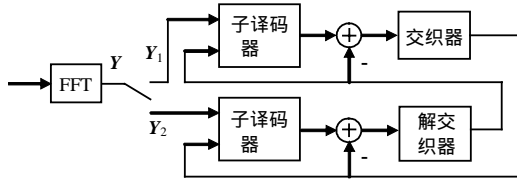


图2 Turbo-DFH译码器结构图

### 3 修改的SOVA算法与迭代译码

修改的SOVA算法与SOVA算法最大区别在于网格图中度量的计算不同，前者的度量体现在网格图的节点上，由后FFT观测向量决定；后者的度量则体现在网格图的分支上。

假设在Turbo-DFH系统中，信息序列  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_K)$  被传输，接收端输入子译码器的后FFT观测序列为  $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_1^K = (Y_1, Y_2, \dots, Y_K)$ ，其中  $\mathbf{Y}_k = (Y_{k,1}, Y_{k,2}, \dots, Y_{k,M})^T$ 。每个译码比特的对数似然比为<sup>[4-6]</sup>（本文只考虑二进制编码的情况）：

$$L(u_k | \mathbf{Y}_1^K) = \ln \left( \frac{P(u_k = 1 | \mathbf{Y}_1^K)}{P(u_k = 0 | \mathbf{Y}_1^K)} \right) \quad (1)$$

$s_k^s$  为频率转移网格图中幸存路径对应的状态序列，它在  $k$  时刻到达状态  $s$ ，那么  $s_k^s$  是正确路径的概率为<sup>[7]</sup>：

$$p(s_k^s | \mathbf{Y}_1^k) = \frac{p(s_k^s, \mathbf{Y}_1^k)}{p(\mathbf{Y}_1^k)} \quad (2)$$

由于式(2)中接收序列概率  $p(\mathbf{Y}_1^k)$  是常值，所以  $s_k^s$  是正确路径的概率正比于  $p(s_k^s, \mathbf{Y}_1^k)$ 。假设状态序列  $s_k^s$  在  $k-1$  时刻到达状态  $s'$ ，可将式(2)变为递推形式：

$$p(s_k^s, \mathbf{Y}_1^k) = p(s_{k-1}^{s'}, \mathbf{Y}_1^{k-1}) p(s, \mathbf{Y}_{k-1} / s') = p(s_{k-1}^{s'}, \mathbf{Y}_1^{k-1}) \gamma_{k-1}(s', s) \quad (3)$$

式中

$$\gamma_{k-1}(s', s) = p(\mathbf{Y}_{k-1} / s', s) P(u_k) \quad (4)$$

状态序列  $s_k^s$  的度量定义为：

$$M(s_k^s) \triangleq \ln(p(s_k^s, \mathbf{Y}_1^k)) = M(s_{k-1}^{s'}) + \ln(\gamma_{k-1}(s', s)) = M(s_{k-1}^{s'}) + \ln(p(\mathbf{Y}_{k-1} / s', s)) + \ln(P(u_k)) \quad (5)$$

设  $k$  时刻第  $q$  ( $1 \leq q \leq M$ ) 个频点被传输，则  $Y_{k,q}$  服从莱斯分布， $Y_{k,j}$  ( $j \neq q$ ) 服从瑞利分布<sup>[7]</sup>，再考虑 Turbo-DFH 系统各信道相互独立，有：

$$\ln(p(\mathbf{Y}_{k-1} / s', s)) = C + \ln \left( \prod_{j=1}^M Y_{k-1,j} \right) - \frac{E^2 + \sum_{j=1}^M Y_{k-1,j}^2}{E N_0} + \ln(I_0 \left( \frac{Y_{k-1,q}}{N_0/2} \right)) \quad (6)$$

式中  $C$  为常值； $E$  为符号能量； $N_0/2$  为加性高斯

白噪声的双边功率谱密度； $I_0(x)$  为第一类零阶修正贝塞尔函数。由式(6)可知，当不同的频点被传输时该式的差别只体现在最后一项上，将其他各项省略后，式(6)简化为：

$$\ln(p(\mathbf{Y}_{k-1} | s', s)) = \ln(I_0 \left( \frac{Y_{k-1,q}}{N_0/2} \right)) \quad (7)$$

$I_0(x)$  可近似计算为：

$$I_0(x) \approx \begin{cases} 1 + 0.25x^2 & x < 1.8272 \\ \exp x / \sqrt{2\pi x} & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

将式(7)代入式(5)可得：

$$M(s_k^s) = M(s_{k-1}^{s'}) + \ln(I_0 \left( \frac{Y_{k-1,q}}{N_0/2} \right)) + \ln(P(u_k)) \quad (9)$$

对于二进制频率转移网格图，在  $k$  时刻到达状态  $s$  的分支有  $s_k^s$  和  $\hat{s}_k^s$  两条，其度量分别为  $M(s_k^s)$  和  $M(\hat{s}_k^s)$ ，分支的度量差为：

$$\Delta_k^s = M(s_k^s) - M(\hat{s}_k^s) \quad 0 \quad (10)$$

对于选择  $s_k^s$  为幸存路径的判决，正确的概率为：

$$P = \frac{P(s_k^s)}{P(s_k^s) + P(\hat{s}_k^s)} \quad (11)$$

考虑式(5)中度量的定义，有：

$$P = \frac{\exp(M(s_k^s))}{\exp(M(s_k^s)) + \exp(M(\hat{s}_k^s))} = \frac{\exp(\Delta_k^s)}{1 + \exp(\Delta_k^s)} \quad (12)$$

修改的SOVA算法在计算  $u_k$  的对数似然比时，必须考虑从  $k$  时刻到  $k + \delta$  时刻同极大似然路径重合的路径被错误舍弃的概率，而错误舍弃概率由从  $k$  时刻到  $k + \delta$  时刻极大似然路径上、所有状态  $s_i$  对应的度量差  $\Delta_i^s$  决定。译码比特  $u_k$  的对数似然比  $L(u_k | \mathbf{Y}_1^K)$  为<sup>[8-9]</sup>：

$$L(u_k | \mathbf{Y}_1^K) \approx (2u_k - 1) \min_{\substack{i=k \dots k+\delta \\ u_k \neq u_k^i}} \Delta_i^s \quad (13)$$

式中  $u_k$  为极大似然路径给出的信息值； $u_k^i$  为在第  $i$  时刻与极大似然路径重合、并被舍弃的路径给出的第  $k$  时刻的信息值。

在迭代译码过程中，当前子译码器关于  $u_k$  的先验对数似然比由前一个子译码器提供。译码比特  $u_k$  的先验对数似然比为：

$$L(u_k) = \ln \left( \frac{P(u_k = 1)}{P(u_k = 0)} \right) \quad (14)$$

而前一个子译码器输出的新息，用作对当前子译码器先验信息的估计。子译码器  $n$  (1或2) 的新息为：

$$L_n(u_k) = L(u_k | \mathbf{Y}_1^K) - L(u_k) \quad (15)$$

从式(15)可知，由子译码器的软输出减去其译码的先验对数似然比，可得到子译码器输出的新息，这也

是图2中出现负号“-”的原因。

由式(14)可得,先验概率为:

$$P(u_k) = \frac{\exp(-L(u_k)/2)}{1 + \exp(-L(u_k))} \exp(L(u_k)(u_k - \frac{1}{2})) \quad (16)$$

式(16)的第一项与  $u_k$  无关,可看成常量。两端取对数后代入式(9),忽略其中的常数项为:

$$M(s_k^s) = M(s_{k-1}^s) + \ln(I_0(\frac{Y_{k-1,s}}{N_0/2})) + L(u_k)(u_k - 1/2) \quad (17)$$

#### 4 性能仿真和结果分析

假设频率转移函数的网格图有8个状态,即频率集频点个数8,每跳携带的比特数为1。在加性高斯白噪声信道下,本文对Turbo-DFH系统和传统DFH系统的性能进行了仿真,其性能比较见图3。对于Turbo-DFH系统,仿真中采用了长度为800的随机交织器,帧长为1600跳;子译码器采用本文的SOVA算法进行迭代译码;对于传统DFH系统,仿真中采用文献[1]提出的维特比检测算法,帧长为1600跳。从图中可以看出,6次和8次迭代后的Turbo-DFH系统性能非常接近,继续增加迭代次数对系统性能的改善不明显;Turbo-DFH系统的性能明显好于传统DFH系统的性能,经过8次迭代后,在误比特率为 $10^{-4}$ 时,Turbo-DFH系统的性能较采用维特比检测算法的传统DFH系统有约2.5 dB的增益。

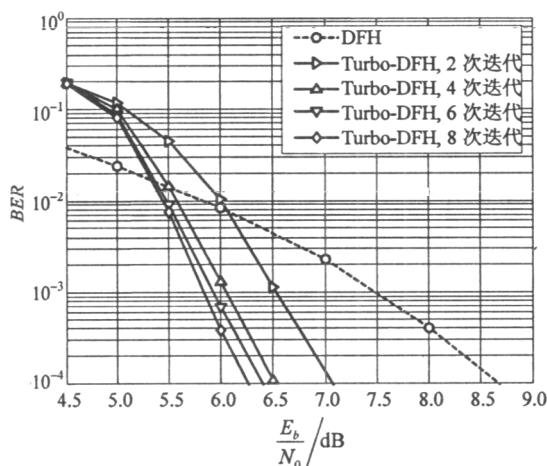


图3 Turbo-DFH系统与传统DFH系统的性能比较

#### 5 结 论

Turbo-DFH技术是一种将Turbo码与差分跳频相结合的新技术。计算机仿真表明,由于采用了随机编码和软输出迭代译码的方式,Turbo-DFH系统的误比特率性能比采用维特比检测算法的传统DFH系统有明显改善。

#### 参 考 文 献

- [1] 潘 武,周世东,姚 彦. 差分跳频通信系统分析[J]. 电子学报, 1999, 27(11A): 102-104.
- [2] HERRICK D L, LEE P K. Chess: A new reliable high speed HF radio[C]// IEEE MILCOM'96, McLean Virginia, 1996: 684-690.
- [3] HERRICK D L, LEE P K. Correlated frequency hopping: an improved approach to HF spread spectrum communications [C]// 1996 Tactical Communications Conference, Washington DC, 1996: 319-324.
- [4] BERROU C, GLAVIEUX A, Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo codes[C]// ICC'93, Geneva, 1993: 1064-1070.
- [5] BERROU C, GLAVIEUX A. Near optimum error correcting coding and decoding: Turbo-codes[J]. IEEE Trans. Commun., 1996, 44(10): 1261-1271.
- [6] BAHL L R, COCKE J, JELINEK F, et al. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1974, 20: 284-287.
- [7] PROAKIS J G. Digital communications (Fourth Edition)[M]. NY: McGraw Hill, 2001: 17-75.
- [8] WOODARD J P, HANZO L. Comparative study of Turbo decoding techniques: an overview[J]. IEEE Trans. Veh. Techno., 2000, 49(6): 2208-2232.
- [9] HAGENAUER J, OFFER E, PAPKE L. Iterative decoding of binary block and convolutional codes[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1996, 42(2): 429-445.

编 辑 黄 莘