

## 弱信号环境下的盲自适应波束形成

熊超<sup>1,2</sup>, 王建英<sup>2</sup>

(1. 南京电子设备研究所 南京 210007; 2. 西南交通大学信息科学与技术学院 成都 610031)

**【摘要】**针对原CCAB算法的相关矩阵对循环平稳信号不够准确而导致算法在恶劣环境下的鲁棒性不够强问题,提出一种鲁棒性更强的CCAB改进算法。推导了适合循环平稳信号阵列相关矩阵的理论式,经过分析原相关矩阵的不准确性和遗忘因子的正面作用后,得出了新相关矩阵的迭代式。仿真结果表明改进的算法能在计算量不变的情况下更有效地接收弱信号、抑制强干扰,且对循环频率误差不敏感。

**关键词** 盲波束形成; 相关矩阵; 循环平稳性; 遗忘因子

中图分类号 TN911.7

文献标识码 A

## Blind Adaptive Beamforming under Weak Signals Environments

Xiong Chao<sup>1,2</sup>, Wang Jian-ying<sup>2</sup>

(1. Nanjing Research Institute of Electronic Equipment, Nanjing 210007;

2. School of Information Science & Technology, Southwest Jiaotong University Chengdu 610031)

**Abstract** Robustness of Constrained Cyclic Adaptive Beam-Forming (CCCAB) included in Cyclic Adaptive Beam-Forming (CAB) algorithms will become lower under bad signals environments because its correlation matrix is not very suitable for cyclostationary signals. An improved algorithm for CCAB is presented as a solution to the problem in this paper. The theoretic formula of the correlation matrix for cyclostationary signals is induced firstly, after the inexactness of the old correlation matrix and the positive effect of forgetting factor are analyzed, the recursive formula of the new correlation matrix is concluded. The comparison of computer simulations shows that the improved algorithm can receive weak signals, depress interferences and decrease the sensitivity to cyclic frequency error more effectively.

**Key words** blind beamforming; correlation matrix; cyclostationary; forgetting factor

由于绝大多数通信信号和雷达信号具有时域循环平稳特性<sup>[1]</sup>,近年利用循环平稳性的盲自适应波束形成算法得到蓬勃发展。其优点是只需期望信号的循环频率,而无需参考信号、噪声和干扰信号相关特性等其他先验知识和复杂的阵列校准,从而可实现真正意义上的盲波束形成。已有的盲波束形成算法中比较典型的有:SCORE(Self-Coherence Restore)算法<sup>[2]</sup>、CAB(Cyclic Adaptive Beam-Forming)<sup>[3]</sup>类算法(包括CAB、CCAB(基于约束的CAB)和RCAB(稳健的CAB))、ECAB算法(基于特征空间的CAB算法)<sup>[4]</sup>和F-CAB算法(带遗忘因子的CAB算法)<sup>[5]</sup>。

SCORE算法的波束性能很好,但运算量极大,且收敛速度慢<sup>[4]</sup>。CAB类算法采用自适应迭代获取权矢量,运算量较小,性能也较好。但CAB类算法

有的鲁棒性不够强,有的收敛速度较慢<sup>[4]</sup>,且实际应用中总存在一定的循环频率误差(Cyclic Frequency Error, CFE)。针对上述问题学者们提出如下改进:(1)针对鲁棒性和收敛性问题的改进。ECAB算法通过将CAB类算法形成的权矢量向信号子空间投影,形成新的权矢量,以降低由于有限次快拍的相关矩阵引起子空间扰动的影响,将估计出的导引矢量约束在信号子空间,从而提高输出信噪比,加快收敛速度,但对子空间的求解增加了计算量。(2)针对CFE的改进。F-CAB算法通过构造带遗忘因子的循环相关矩阵使得算法对CFE不敏感。

由于CCAB算法利用LCMV(Liner Constrained Minimum Variance)准则,故相关矩阵的准确性对算法的鲁棒性至关重要。原CCAB算法的相关矩阵适用于平稳信号的阵列输出,但对循环平稳信号的却

收稿日期:2005-09-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60602043);四川省应用基础研究基金资助项目(03JY029-048-2)

作者简介:熊超(1976-),男,硕士,主要从事智能天线与微波技术方面的研究;王建英(1972-),女,博士,副教授,主要从事阵列信号处理、智能天线等方面的研究。

不太合理。为了解决该问题, 本文推导出循环平稳信号阵列相关矩阵的理论表达式, 并针对算法的实现提出其估计迭代式, 即对原相关矩阵增加前向指数时间窗。

## 1 阵列模型

假设均匀线性阵列(ULA)由  $M$  个阵元组成, 阵元间距为  $\delta$ , 所有阵元为理想的和各向同性的, 其结构如图1所示。图中期望信号和干扰信号为具有不同循环频率的窄带信号。假设有  $J+1$  个信号入射到阵列上, 其中第  $i$  个信号的波长为  $\lambda_i$ , 波达角为  $\theta_i$ 。则阵列的输出  $x(t)$  为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ ;  $\mathbf{s}(t) = [s_d(t), s_1(t), \dots, s_J(t)]^T$ ;  $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$ ; 向量  $\mathbf{s}(t)$  表示期望信号  $s_d$  和干扰  $s_i (i=1, 2, \dots, J)$ ; 向量  $\mathbf{n}(t)$  表示均值为0的空间白噪声,  $M \times (J+1)$  维阵列导向矩阵  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_d, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_J]$ , 其中有信号的导向矢量为:  $\mathbf{a}_i = [1, e^{j2\pi\delta \sin(\theta_i)/\lambda_i}, \dots, e^{j2\pi\delta(M-1)\sin(\theta_i)/\lambda_i}]^T$ 。则相关矩阵  $\mathbf{R}$  为:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^H] = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{A} + \delta_n^2 \mathbf{I} \quad (2)$$

式中  $E[\cdot]$  表示数学期望;  $(\cdot)^T$  和  $(\cdot)^H$  分别表示转置和复共轭转置;  $\delta_n^2$  为噪声功率;  $\mathbf{S}$  为  $\mathbf{s}(n)$  的相关阵。

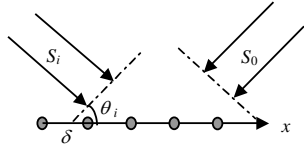


图1 阵列结构

## 2 算法分析

### 2.1 传统的CCAB算法

文献[3]根据信号的二阶循环平稳特性, 提出CAB类算法, 权向量  $\omega$  和  $c$  可由下面的优化问题求解:

$$\max_{\omega, c} |\hat{\mathbf{R}}_{sv}^a(\tau)|^2 = \max_{\omega, c} |\omega^H \hat{\mathbf{R}}_{xu} \mathbf{c}|^2 = \max_{\omega, c} \{\omega^H \hat{\mathbf{R}}_{xu} \mathbf{c} \mathbf{c}^H \hat{\mathbf{R}}_{xu}^H \omega\} \quad (3)$$

式中 权向量约束条件为  $\omega^H \omega = \mathbf{c}^H \mathbf{c} = 1$ ; 循环相关矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_{xu} = \hat{\mathbf{R}}_{xu}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{x}(t) \mathbf{u}^H(t)$ 。当  $\alpha$  是循环频

$$\mathbf{R}_{xx} = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\} =$$

$$E \left\{ \begin{array}{cccc} x(t)x^*(t) & x(t)x^*(t-\tau) & \cdots & x(t)x^*(t-(M-1)\tau) \\ x(t-\tau)x^*(t) & x(t-\tau)x^*(t-\tau) & \cdots & x(t-\tau)x^*(t-(M-1)\tau) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x(t-(M-1)\tau)x^*(t) & x(t-(M-1)\tau)x^*(t-\tau) & \cdots & x(t-(M-1)\tau)x^*(t-(M-1)\tau) \end{array} \right\} =$$

率时,  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{x}(t-\tau)e^{j2\pi\alpha t}$ ; 当  $\alpha$  是共轭循环频率时,  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{x}(t-\tau)^* e^{j2\pi\alpha t}$ ,  $(\cdot)^*$  表示取共轭。

式(3)的最优化问题可用Lagrange乘子法求解, 最优权矢量  $\omega_{opt}$  就是矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}$  的最大奇异值对应的左奇异向量。且  $\omega_{opt}$  是期望信号导向矢量  $\mathbf{a}_d$  的一致估计。文献[3]还推导出求  $\omega_{opt}$  的迭代式即CAB算法:

$$\omega_{CAB}(n) = \frac{n}{n-1} \omega_{CAB}(n-1) + \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^M \mathbf{u}_i^*(n) \right\} \mathbf{x}(n) \quad (4)$$

根据传统LCMV波束形成器能在干扰方向陷零并有效地抑制噪声, 给出CCAB两种算法如下<sup>[3]</sup>:

$$\omega_{CCAB} = \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \omega_{CAB} \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1}(n) = \frac{n-1}{n} [\hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1}(n-1) - \frac{\hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1}(n-1) \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1}(n-1)}{n-1 + \mathbf{x}^H(n) \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1}(n-1) \mathbf{x}(n)}] \quad (6)$$

式中  $\omega_{CAB}$  由式(4)给出。  $\omega_{CAB}$  经过与  $\hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1}$  相乘后, 能在干扰方向陷零并有效地抑制噪声, 性能较之CAB算法大为改善。但CCAB算法也还存在弱信号的环境下波束发生畸变, 算法失效的问题。

### 2.2 改进的CCAB算法

传统的CCAB算法的相关矩阵估计<sup>[1]</sup>为:

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}(i) \mathbf{x}^H(i) \quad (7)$$

式中 对于平稳信号合理, 但对循环平稳信号却不尽合理。本文通过推导适合循环平稳信号的阵列相关矩阵的理论表达式, 与式(7)比较分析其不合理原因, 具体过程如下:

二阶循环平稳信号的时变相关函数定义<sup>[1]</sup>为:

$$R_x(t, \tau) = E\{x(t)x^*(t-\tau)\} \quad (8)$$

设  $T_0$  为循环周期, 由于其周期平稳性有  $R_x(t+kT_0, \tau) = R_x(t, \tau)$ , 所以用时平均代替集平均, 时变相关函数又可写成<sup>[1]</sup>:

$$R_x(t, \tau) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} x(t+kT_0)x^*(t+kT_0-\tau) \quad (9)$$

当天线阵只有期望信号和空间白噪声时, 假定干扰信号为零, 此时阵列的相关矩阵可写为:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n \begin{Bmatrix} x(t+kT_0)x^*(t+kT_0) & \cdots & x(t+kT_0)x^*(t+kT_0-(M-1)\tau) \\ x(t+kT_0-\tau)x^*(t+kT_0) & \cdots & x(t+kT_0-\tau)x^*(t+kT_0-(M-1)\tau) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x(t+kT_0-(M-1)\tau)x^*(t+kT_0) & \cdots & x(t+kT_0-(M-1)\tau)x^*(t+kT_0-(M-1)\tau) \end{Bmatrix} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n \mathbf{x}(t+kT_0)\mathbf{x}^H(t+kT_0) \quad (10)$$

考虑天线阵同时存在 $J$ 个干扰信号时,式(10)还有 $J$ 个干扰信号的多项式因子,从工程实现上最大程度提取有用信号和抑制干扰立场出发,取式(10)的有限样本点集为相关矩阵的估计式,即:

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx} = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n \mathbf{x}(t+kT_0)\mathbf{x}^H(t+kT_0) \quad (11)$$

式(11)即为由分析有利样本的二阶循环平稳信号相关矩阵的理论结果而得出的估计式,经过比较可知式(7)对循环平稳信号不合理。由式(7)、(11)可知:对于平稳信号,由于信号在整个时间轴上具有各态历经性,所以每个快拍都可作为相关矩阵的样本点。但对于周期平稳信号,由于信号在整个时间轴上周期性地呈现各态历经性,则每个周期内取一个快拍作为样本(还受采样周期 $T_s$ 影响能否取整数值限制),故在相同的有限次快拍下,相关矩阵的估计式(11)实际可取的样本点数近似为式(7)的 $T_s/T_0$ 倍,也就存在样本点偏少的问题。从频域特性分析知采样点总数必须足够长,否则导致相关矩阵的估计失效<sup>[6]</sup>。解决方法有两种:

(1) 本文拟在CCAB算法中将其作为普通时变信号处理,可认为 $x(n)$ 在短时间窗内近似各态历经,用指数衰减窗估计局部相关矩阵,即令:

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx}(n) = (1-\alpha) \sum_{i=1}^n \alpha^{n-i} \mathbf{x}(i)\mathbf{x}^H(i) \quad (12)$$

式中 $\alpha$ 是平滑因子, $0 < \alpha < 1$ 。该算法采用有限长度的滑动窗口,窗口长度近似为 $1/(1-\sqrt{\alpha})$ 。由于计算相关矩阵的样本点只可能在窗口内选取,对于循环平稳信号而言存在样本点偏少的问题,故方法(1)不是好的方法。

(2) 在满足期望信号特性的前提下寻找一种长度更大的时间窗口以增加样本点数。以前的各类算法使用相关矩阵都是使用式(7)或(12),本文提出在CAB类算法中采用无限长度(从快拍开始到结束)的窗口,采用指数时间平均的前加窗法估计总体相关矩阵。令:

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx}(n) = \sum_{i=1}^n \beta^{n-i} \mathbf{x}(i)\mathbf{x}^H(i) \quad (13)$$

式中 $\beta$ 是遗忘因子, $0 < \beta < 1$ ,则:

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx}(n) = \beta \hat{\mathbf{R}}_{xx}(n-1) + \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \quad (14)$$

进一步可推导出逆相关阵:

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1}(n) = \frac{1}{\beta} [\hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1}(n-1) - \frac{\hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1}(n-1)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1}(n-1)}{\beta + \mathbf{x}^H(n)\hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1}(n-1)\mathbf{x}(n)}] \quad (15)$$

该算法通过构造带有指数加权因子(遗忘因子)的相关矩阵以衰减旧数据的影响,适时跟踪信号的时变统计特性,且样本点总数为全部快拍数,符合非平稳环境下期望信号二阶循环平稳性,故理论分析可行。参照文献[7]分析循环相关矩阵的方法,相关矩阵的估计等于采样时间窗的傅里叶变换与理想相关矩阵的卷积。相对于矩形窗的频谱,指数窗的频谱无零点,故该算法的稳定性较好。在弱信号和一定CFE的环境下,鲁棒性更好。式(4)、(5)和(15)即构成改进的CCAB算法。当 $\beta=1$ 时,改进的CCAB算法经过式(15)形成的 $\omega_{CCAB}$ 实质上等价于原算法形成的 $\omega_{CCAB}$ 。

### 3 仿真试验

仿真试验中采用8阵元的均匀直线阵列,阵元间距为半波长,总的快拍数为3 000次,结果为100次MonteCarlo试验的平均值。设有三个BPSK窄带信号以不同的波达角入射到阵列,一个是期望信号,另外两个是干扰信号,噪声为空间白噪声。期望信号的波达角是 $20^\circ$ ,归一化载频为0.24,波特率为0.20;第一个干扰信号的波达角是 $-28^\circ$ ,归一化载频为0.27,波特率为0.20;第二个干扰信号的波达角是 $40^\circ$ ,归一化载频为0.27,波特率为0.20。

(1) 期望信号信噪比为 $-20$  dB,两个干扰信号的信噪比均为 $20$  dB,循环频率误差为0.03倍的归一化载频。取遗忘因子 $\beta=0.85$ ,CCAB算法与改进后的CCAB算法作仿真后得到的波形如图2所示。通过比较可以发现在弱信号、一定的CFE,循环相关系数较小的环境下,改进的CCAB算法对干扰形成的零陷更深,抑制能力更强,在期望信号方向形成的波束主瓣增益更好,而传统的CCAB算法的波束发生轻微的畸变。

(2) 期望信号信噪比为 $5$  dB,两个干扰信号的信

噪比均为10 dB, 循环频率误差为0。取遗忘因子 $\beta=1$ , CCAB算法与改进的CCAB算法作仿真后得到的波形如图3所示。通过比较可发现在较强信号和循环相关系数较大的环境下, 两种算法的波形都较好, 波形基本重合, 差别只是增益倍数不同。

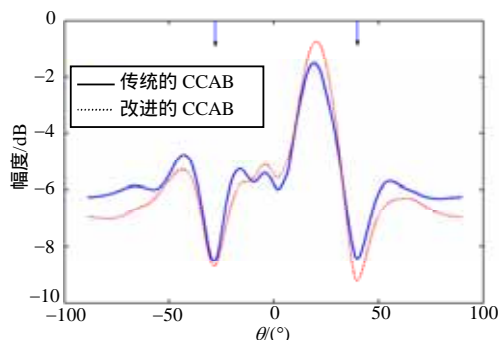


图2 试验(1)

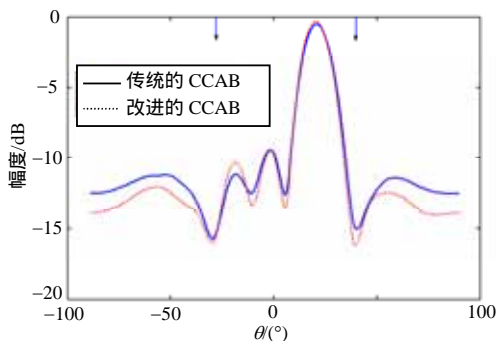


图3 试验(2)

## 4 结论

本文针对原CCAB算法的相关矩阵对循环平稳

信号的阵列输出不尽合理地提出一种新的阵列相关矩阵迭代式, 新迭代式仅通过在原估计式基础上乘以遗忘因子, 因而实现结构简洁, 没有增加额外的计算量。本文从理论分析和试验仿真证明了在弱信号、一定的循环频率误差的环境下, 改进的CCAB算法对干扰抑制能力更强, 对期望信号的接收性能更好, 即鲁棒性得到增强、对循环频率误差不敏感。改进的算法还可在以CCAB算法为基础的盲自适应算法如ECAB等算法上扩充应用。

## 参考文献

- [1] GARDNER W A. Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals[J]. IEEE SP Magazine, 1991, 8(2):14-36.
- [2] AGEE B G, SCHELL S V, Gardner W A. Spectral self-coherence restoral: a new approach to blind adaptive signal extraction using antenna arrays[J]. Pro IEEE, 1990, 78:753-767
- [3] WU Q, WONG K M. Blind adaptive beamforming for cyclostationary signals[J]. IEEE Trans on SP, 1996, 44(11): 2757-2767.
- [4] 何振亚, 陈宇欣. 一种基于特征空间的盲波束形成算法[J]. 数据采集与处理, 1999, 14(3): 263-266.
- [5] 安毅, 吕昕, 高本庆. CAB盲自适应波束形成性能分析及改进算法[J]. 北京理工大学学报, 2001, 21(6): 737-741
- [6] 张贤达, 保铮. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.
- [7] SCHELL S V. Performance analysis of the cyclic MUSIC method of direction estimation for cyclostationary signals[J]. IEEE Trans on SP, 1994, 42(11): 3043-3050.

编辑 刘文珍

(上接第169页)

## 参考文献

- [1] 唐友喜, 李少谦. 广义时频二维扩频在加性白高斯噪声信道中的性能[J]. 电子与信息学报, 2004, 26(2): 248-253.
- [2] TANG You-xi, CHA Guang-ming. The performance of A kind of CDMA receivers in single-tone jamming environment[C]// IEEE ISSSTA'96. Mainz, Germany: [出版者不祥], 1996: 22-25.
- [3] MILSTEIN L, SCHILLING D. Performance of a spread spectrum communication system operating over a frequency-selective fading channel in the presence of tone interference[J]. IEEE Transactions, 1982, 30(1): 240-247.
- [4] 邵士海, 唐友喜, 戚骥, 等. 多径衰落信道中导引符号辅助的二维扩频相干解调的性能分析[J]. 电子学报, 2005, 33(4): 688-691.
- [5] CHANG Ming-xian, YU T S. Performance analysis of equalized OFDM systems in Rayleigh fading[J]. IEEE Trans. on Wireless Commun., 2002, 1(4): 721-732.
- [6] LI Y, CIMINI L J, SOLLENBERGER R N. Robust channel estimation for OFDM systems with rapid dispersive fading channels[J]. IEEE Trans. Commun., 1998, 46(7): 902-914.
- [7] SCHRAMM P. Analysis and optimization of pilot-channel-assisted BPSK for DS-CDMA systems[J]. IEEE Trans. Commun., 1998, 46(9): 1122-1124.
- [8] PROAKIS J G. Digital communications [M]. 4th Edition Columbus, OH: McGraw-Hill, 2001.

编辑 黄莘