第 36 卷　第 2 期　　电 子 科 技 大 学 学 报　　Vol.36　No.2
2007 年 4 月　　Journal of University of Electronic Science and Technology of China　　Apr. 2007

四轮式移动机器人非完整运动控制

伍瑾斐[1,2]，秦东兴[2]，刘　俊[2]

(1. 电子科技大学机械电子工程学院　成都　610054;　2. 成都信息工程学院　成都　610225)

【摘要】针对四轮式机器人做非完整运动时系统的非完整性的问题，将四轮式机器人运动规划转化为非线性控制系统的优化问题。提出了对优化变量进行浮点数编码的改进遗传算法，使系统控制精度得到改善。同时将改进的遗传算法采用最优个体保留策略，设计交叉参数和自适应变异参数，确保算法具有良好的收敛性。通过数字仿真实验，证明了该方法的对四轮式机器人非完整运动规划问题具有可操作性。

关　键　词　改进的遗传算法;　四轮式机器人;　非完整运动;　最优运动控制
中图分类号　TP242.6　　　　文献标识码　A

Nonholonomic Motion Control of Four-Wheeled Mobile Robot

WU Jin-fei[1,2]，QIN Dong-xing[2]，LIU Jun[2]

(1. School of Mechatronics Engineering, Univ. Electron. Sci. & Tech. of China　Chengdu　610054;
2. Chengdu University of Information Technology　Chengdu　610225)

Abstract　The optimal motion planning problem of four wheeled mobile robot systems, due to the nonholonomic constraints, is usually transformed into an optimal control problem of nonlinear system. The ameliorated genetic algorithm of optimal control for motion planning is presented with encoding the optimized variables with float-point number. The strategy the best individual to be reserved in the ameliorated genetic algorithm operation is applied. With appropriate crossover parameter and self-adaptive aberrance factor, the convergence of the algorithm is improved and the system's motion precision is leveraged. The numerical simulation indicates the effectiveness of the algorithm for motion control of four wheeled mobile robot systems.

Key words　ameliorated genetic algorithm;　four-wheeled mobile robot; nonholonomic motion;　optimal motion planning

移动机器人有着非常广泛的应用，通常利用轮子、腿或其他类似机械装置在应用环境中来回移动。本文讨论的移动机器人为四轮式结构。在轮子与地面之间只有纯滚动接触时，会存在非完整约束。由于非完整约束的不可积性，系统的控制及运动规划问题就变得困难复杂。国内外许多学者对此也做了相应研究，文献[1]利用遗传算法取代了传统的牛顿迭代法，探索轮式机器人非完整运动规划最优控制中的寻优与搜索问题。文献[2]利用向量场代数群的分析方法给出了规划问题的解答。文献[3]运用变分方法研究非完整运动规划问题。本文采用改进的遗传算法，对算法中的编码方法进行调整。

1　系统物理模型

移动机器人的前后轮分别为导向轮和驱动轮，移动机器人的移动部分，简称移动基，其俯视图如图1所示[1]。

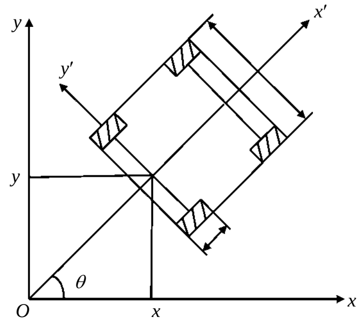

图1　四轮式移动机器人简化图

建立惯性坐标系 $(O\text{-}xy)$，其中，O为原点。同时，在移动基的驱动轮轴线上选择一点 M，将其设为连体坐标系 $(M\text{-}x'y')$ 的原点，则广义坐标向量 $\boldsymbol{r}=(x,y,\theta)^{\mathrm{T}}$ 可描述移动基的位形，其中，(x,y) 表示移动基在惯性坐标中的位置；θ 则为移动基在惯性坐标中的方位角。假设导向轮的转动轴连线与 y'

收稿日期：2006 – 05 – 15
作者简介：伍瑾斐(1983 –)，女，硕士生，主要从事控制理论及控制算法、大型数据库的应用开发方面的研究.

轴保持平行，驱动轮的转动轴为自由的，则保证了点 M 的速度方向与 x' 轴一致。

当轮子做纯滚动运动时，$(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t, \mathrm{d}y/\mathrm{d}t)$ 作为点 M 的速度与移动基的方位角 θ 之间的约束关系，构成了四轮式机器人移动基的非完整约束方程：

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\sin\theta - \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\cos\theta = 0 \tag{1}$$

并且此约束是不可积的。

2　系统控制模型

对控制系统的输入进行适当的设计，使系统沿某一轨线从初始位置转移到目标位置，属于非完整系统的运动规划核心问题。其本质上也就是两点边值问题，由于其对应的线性化系统是不可控的[4]，因此很难求出边值问题的解。利用遗传算法和最优控制方法，可以寻找满足边值的解。

设 $D(\boldsymbol{r}) = (\cos\theta, -\sin\theta, 0)$ ，$\boldsymbol{r} = (x, y, \theta)^{\mathrm{T}}$ ，式(1)可改写为：

$$D(\boldsymbol{r})\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{2}$$

式中　$D(\boldsymbol{r})$ 的零空间为(ω_1, ω_2)，$\omega_1=(\cos\theta, \sin\theta, 0)^{\mathrm{T}}$，$\omega_2 = (0,0,1)^{\mathrm{T}}$ ，以上的控制规划问题可转化为：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\omega}_1\beta_1 + \boldsymbol{\omega}_2\beta_2 \tag{3}$$

式中　弧长的微分 β_1 为轮子沿轨迹运动的线速度 $(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t, \mathrm{d}y/\mathrm{d}t)^{\mathrm{T}}$ ；β_2 为轮子的转动角速度 $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$ 。若将式(3)中的 β_i $i=1,2$ 作为系统的控制输入变量，记为 $\boldsymbol{u}$ ，并且 $\boldsymbol{u} = (\beta_1, \beta_2)^{\mathrm{T}}$ 。设定系统的状态变量，即移动基位形 $\boldsymbol{r} = (x, y, \theta)^{\mathrm{T}}$ ，由式(3)得到系统的状态方程为：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = B(\boldsymbol{r})\boldsymbol{u}\text{，}\quad B(\boldsymbol{r}) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

性能指标函数符合最小能量控制原理为：

$$J(\boldsymbol{u}) = \int_0^T <\boldsymbol{u},\boldsymbol{u}> \mathrm{d}t \tag{5}$$

式中　$\boldsymbol{u}(t)$ 为Hillbert空间的可测量向量函数，通常在只考虑有限维的情况下，$\boldsymbol{u}(t)$ 可表示为正交基向量 $\{\boldsymbol{\sigma}_i\}_{i=1}^{N}$ 的线性组合，选用 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{Fourier}}$ 基向量作为正交基向量。

$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u} = \sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{\sigma}_i\alpha_i \tag{6}$$

式中　α_i 为函数 $\boldsymbol{u}(t)$ 在 $\{\boldsymbol{\sigma}_i\}_{i=1}^{N}$ 正交基上的投影，其中$i = 1,2,\cdots,N$ 。把 α 看作是新的控制变量，再引入惩罚因子 λ ，又因为 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{Fourier}}$ 基向量具有正交性，性能指标函数可转化为：

$$J(\boldsymbol{\alpha},\lambda) = \sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{\alpha}_i^2 + \lambda\left\|\boldsymbol{r}(T) - \boldsymbol{r}_f\right\|^2 \tag{7}$$

$$\boldsymbol{\alpha} = (a_1, a_2, \cdots, a_N)^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

式中　$\boldsymbol{r}(T)$ 是 α 的函数，即式(4)在 $\boldsymbol{u}$ 作为给定的控制输入时，$t = T$ 时刻系统的状态。假设 $\boldsymbol{r}(T) = f(\alpha)$ ，当 N 和 λ 已知时，式(7)可进一步转化为：

$$J(\boldsymbol{\alpha}) = <\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\alpha}> + \lambda\left\|f(\boldsymbol{\alpha}) - \boldsymbol{r}_f\right\|^2 \tag{9}$$

式中　$<\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\alpha}>$ 表示对向量 α 求内积。至此，寻优的工作转化为寻找适当的 α ，使式(9)取得极小值。

3　改进的遗传算法控制

改进的遗传算法采用浮点数编码，即染色体个体的每个基因值用某一范围内的一个浮点数来表示，个体的编码长度等于其决策变量的个数，能提高机器人非完整运动规划的精度。

在算法中采用最优个体保留策略，即将第 t 代中的最优个体挑选出来，并与前一代中的最优个体进行比较，将更优者作为最优个体放入群体中，使之不参与任何遗传操作[5]，能保证算法具有较快的收敛性[6]。

结合四轮式机器人移动基的运动规划最优控制问题，改进的遗传算法步骤为：

1) 染色体编码。

采用浮点数编码以提高精度，缩短染色体串长。

2) 建立适应度函数。

适应度函数用于评价染色体个体的优劣，其设计体现了算法的最优目标。将目标函数设为 $A(v)$ ，其中，$v = \xi_i(k)$, 且$i = 1,2,\cdots,M$ 为染色体，适应度函数则设为：$B(v) = 1/A(v)$ 。

3) 遗传算子操作。

(1) 选择：采用比例选择算子，即每一个个体被选中的概率与其适应度成正比。种群大小为 Φ，个体 i 的适应度为 $B(v)$ ，即 $B[\xi_i(k)]$ 。个体 i 被选中的概率为：

$$p_i(k) = B[\xi_i(k)] / \sum_{i=1}^{M} B[\xi_i(k)]$$

(2) 交叉：采用算术交叉，由两个个体的线性组合产生出两个新的个体。假定两个个体分别为 χ_A^t、χ_B^t ，交叉运算后所产生的两个新个体为：

$$\begin{cases} \chi_A^{t+1} = \eta\chi_B^t + (1-\eta)\chi_A^t \\ \chi_B^{t+1} = \eta\chi_A^t + (1-\eta)\chi_B^t \end{cases}$$

式中　η 为参数，可设为常数，或为由进化代数决

定的变量。

(3) 变异 以自适应概率替换个体编码串中原有基因值，实现自适应的非均匀变异操作。假设某一个体为 $X = x_1x_2\cdots x_k\cdots x_l$，其中，$x_k \in \left[U_{\min}^k, U_{\max}^k\right]$。若 x_k 为变异位，则变异得到的新个体为 $X = x_1x_2\cdots x_k'\cdots x_l$，$x_k' = U_{\min}^k + \gamma(U_{\max}^k - U_{\min}^k)$，其中 γ 为自适应参数。

4 实验仿真

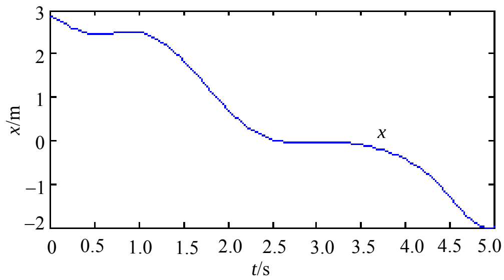

图2 移动基位移曲线(*X*轴)

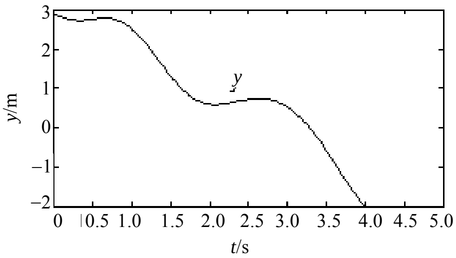

图3 移动基位移曲线(*Y*轴)

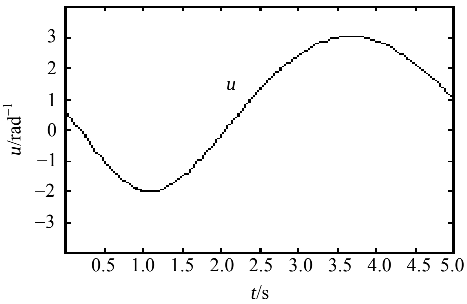

图4 最优控制信号

四轮式移动机器人简化模型的几何参数为：$L = 20$ cm，$D = 8$ cm。遗传算法的控制参数分为：群体规模 $\Phi = 60$；染色体的长度 $M = 15$；交叉参数 η =0.5；变异自适应参数 $\gamma = 0.5$；进化代数G=2 000。

仿真运动时间设为 $t = 5$ s。将初始状态设定为 $q_0 = (3,3,\pi/4)^{\mathrm{T}}$；目标位置设定为 $q_1 = (-2,-4,\pi/6)^{\mathrm{T}}$。移动基的运动轨迹仿真曲线如图2、3所示。最优控制信号曲线如图4所示。移动基运动轨迹曲线如图5所示。经迭代计算知目标函数最优值 $q_0 = (3,3,\pi/4)^{\mathrm{T}}$，误差为 0.000 35，误差精度为 10^{-4}。

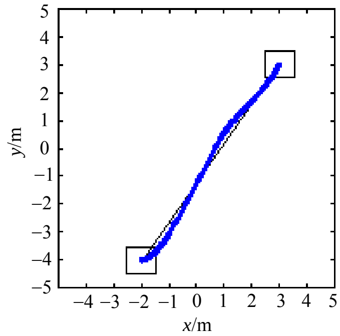

图5 移动基运动轨迹曲线

5 结 论

采用浮点数编码作为改进的遗传算法，经仿真实验证明，能较好地指引移动机器人到达目标位置，在非线性控制系统的优化问题中具有可行性。

本文研究工作得到了“2006年亚太机器人大赛国内选拔赛”电子科技大学参赛队的资助，在此表示感谢。

参 考 文 献

[1] 厉 虹, 胡 兵. 轮式移动机器人非完整运动规划的遗传算法[J]. 化技术与应用, 2005, (2): 3-21.

[2] MURRAY R M, SASTRY S S. Steering nonholonomic system using sinusoid[C]//Proc. of 29th IEEE Conf. on Decision and Control. [地址不祥]: IEEE, 1990: 2097-2101.

[3] FERNANDES C, GURVITS L, Li Z X. A variational approach to optimal nonholonomic motion planning[C]//Proc. of IEEE Inter. [地址不祥]: IEEE, 1991: 680-685.

[4] 胡跃明. 非线性控制系统理论与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002: 12-21.

[5] 何 琳, 王科俊. 最优保留遗传算法及其收敛性分析[J]. 控制与决策, 2000, 15(1): 63-66.

[6] 周 明, 孔树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999: 25-33.

编 辑 孙晓丹