

数字地图辅助的三星时差定位方法及误差分析

林雪原, 何友

(海军航空工程学院信息融合技术研究所 山东 烟台 264001)

【摘要】针对应用三星组成卫星簇对地面辐射源定位的问题,提出了利用数字地图辅助以及使用WGS-84坐标系作为精确定位的模型,在此基础上提出了对地面辐射源目标进行定位的迭代格式的定位算法,并且利用模拟三维地形图进行了定位结果仿真;推导了定位方法的理论误差表达式,研究表明定位仿真结果与误差理论分析一致,并可降低由目标高程假设带来的定位误差。

关键词 数字地图; 误差分析; 时差定位; 三星定位
中图分类号 TN971; P228.1 **文献标识码** A

Location Method and Error Analysis for Three-Star Time-Difference System Using Digital Map

LIN Xue-yuan, HE You

(Research Institute of Information Fusion, Naval Aeronautical Engineering Institute Yantai Shandong 264001)

Abstract Aiming at three stars used to locate the ground radiant point, a precise location model using digital map and WGS-84 coordinate is presented, and an iterative location algorithm for ground target is therefore proposed. The location simulation is made by using simulated three-dimensional relief map, and the theoretical error expression for the location method is deduced, The presented result shows the location simulation is consistent with the error theoretical analysis, and the location error caused by height hypothesis can be effectively decreased.

Key words digital map; error analysis; TDOA location; three-star location

利用空中相距一定距离的三颗卫星对地面辐射源进行无源时差定位(简称三星时差无源定位)时,可以得到两个定位双曲面,它们与地面的交点即为地面用户的位置。定位的主要误差因素为时差测量误差、卫星站址测量误差,以及地面用户的高度假设误差^[1-3]。

为了提高定位精度必须减少上述误差。目前,降低时差测量误差以及卫星站址测量误差已成为可能^[4-5]。文献[1-3]都假定目标的高程为零,但是,因地形变化的复杂性,上述假定必然给目标定位带来较大的系统误差。

为了降低高程假设所引起的定位误差。本文提出利用数字地图以及WGS-84坐标系对地面目标进行定位的方法,并利用模拟三维地图对算法进行模拟仿真,且给出了定位算法的理论误差分析。

1 定位模型

取WGS-84坐标系为研究的基准坐标系。设在该坐标系中,雷达辐射源的位置矢量为 (x, y, z) ,其大地坐标系为 (λ, L, H) ;卫星 i ($i = 0, 1, 2$)的位置矢量为 (x_i, y_i, z_i) 。在地固坐标系中,直角坐标 (x, y, z) 与大地坐标 (λ, L, H) 的关系如下^[6]:

$$\begin{cases} x = (R_N + H) \cos L \cos \lambda \\ y = (R_N + H) \cos L \sin \lambda \\ z = [R_N(1 - f)^2 + H] \sin L \end{cases} \quad (1)$$

式中 R_N 为地球卯酉圈半径; f 为地球扁率, L 和 λ 分别为用户所处的纬度和经度。

设雷达辐射源在时刻 T_r 发射的脉冲信号被三颗卫星分别接收,接收时刻为 t_{si} ; r_i 表示目标与第 i 站之间的距离; $i = 0$ 表示主站、 $i = 1, 2$ 表示辅站。于是有时差观测方程:

收稿日期: 2005-10-13

基金项目: 全国优秀博士学位论文作者专项基金资助项目(200036); 高校骨干教师基金资助项目(3240)

作者简介: 林雪原(1970-), 男, 副教授, 主要从事信息融合方面的研究; 何友(1957-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事信息融合、目标跟踪、模式识别等方面的研究。

$$\begin{cases} r_0^2 = (\mathbf{x} - x_0)^2 + (\mathbf{y} - y_0)^2 + (\mathbf{z} - z_0)^2 \\ r_i^2 = (\mathbf{x} - x_i)^2 + (\mathbf{y} - y_i)^2 + (\mathbf{z} - z_i)^2 \quad i=1,2 \\ \Delta r_i = r_i - r_0 = c\Delta t \end{cases} \quad (2)$$

式中 Δr_i 表示目标到第 i 站与目标到主站之间的距离差。将式(1)简化后可得:

$$\frac{\mathbf{x}^2}{(R_N + H)^2} + \frac{\mathbf{y}^2}{(R_N + H)^2} + \frac{\mathbf{z}^2}{[R_N(1-f)^2 + H]^2} = 1 \quad (3)$$

显然, 式(2)与式(3)的交点即为辐射源的大地坐标 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ 。

2 基于数字地图的定位算法

在求解上述方程时, 事先确定辐射源的精确高程是困难的。文献[3]指出, 高程假设引起的定位误差, 在星下点附近的误差最小, 越远离星座中心高程误差的影响越显著; 而且高程假设误差越大, 定位误差越大, 二者之间成近似的正比例关系。为了有效降低高程假设带来的定位误差, 本文引入数字地图辅助定位迭代算法。

2.1 数字地图简介

数字地图是一种可存储在计算机中的数字化地图, 是通过对地形高度的离散采样经量化后得到的, 采样距离叫做网格距离。网格距离通常为 50~200 m; 高程误差通常为 5 m。在实际应用中, 根据辐射源所在点的经纬度, 在数字地图上读取辐射源周围若干点的高程值, 采用曲面拟合插值, 即可得到辐射源所在点的高程值^[6]。

用计算机对三维地形进行模拟仿真形成时, 可将地形在高度方向上分解为两个组成部分, 即地形基准平面高度和在此平面上叠加的地形起伏。地形特性为二维随机过程; 地形起伏高度是均方差的高斯分布, 均方差越大, 地形起伏越剧烈; 地形起伏高度在二维方向上的相关性相同, 都为指数衰减。地形高度起伏可以用一个一阶离散自回归过程加以描述^[7]。

2.2 粗定位算法

由于采用数字地图查询辐射源的高度, 必须知道辐射源的初始经纬度。

将式(2)中的 $r_0^2 = (\mathbf{x} - x_0)^2 + (\mathbf{y} - y_0)^2 + (\mathbf{z} - z_0)^2$ 和 $r_i^2 = (\mathbf{x} - x_i)^2 + (\mathbf{y} - y_i)^2 + (\mathbf{z} - z_i)^2$ ($i=1,2$) 代入:

$$\Delta r_i = r_i - r_0 = c\Delta t \quad i=1,2$$

经整理得:

$$(\mathbf{x}_0 - x_i)\mathbf{x} + (\mathbf{y}_0 - y_i)\mathbf{y} + (\mathbf{z}_0 - z_i)\mathbf{z} = k_i + r_0\Delta r_i \quad (4)$$

式中 $k_i = (\Delta r_i^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - x_i^2 - y_i^2 - z_i^2)/2$ 。

初始计算时, 假设辐射源的高程为零, 采用半径为 R_c (地球长半径) 的球面代替式(3)有:

$$\mathbf{x}^2 + \mathbf{y}^2 + \mathbf{z}^2 = R_c^2 \quad (5)$$

式(5)减式(2)中的 $r_0^2 = (\mathbf{x} - x_0)^2 + (\mathbf{y} - y_0)^2 + (\mathbf{z} - z_0)^2$ 可得:

$$x_0\mathbf{x} + y_0\mathbf{y} + z_0\mathbf{z} = k_3 - r_0^2/2$$

$$k_3 = (R_c^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)/2$$

将 r_0 看作一已知量, 令 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}]^T$ 可得如下矩阵表达式:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{F}$$

若 \mathbf{A} 可逆, 则 $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{F}$ 。

将 $\hat{\mathbf{X}}$ 代入式(2)中的 $r_0^2 = (\mathbf{x} - x_0)^2 + (\mathbf{y} - y_0)^2 + (\mathbf{z} - z_0)^2$, 得到以 r_0 为变量的方程:

$$m_1 r_0^4 + m_2 r_0^3 + m_3 r_0^2 + m_4 r_0^1 + m_5 = 0 \quad (6)$$

由式(6)可以解得四个值 r_{01} 、 r_{02} 、 r_{03} 和 r_{04} 。若 r_0 的四个值中有一正三负则取正值; 若有两个和两个以上的正值, 可利用辅助测方位角信息去除虚假值。将计算得到的 r_0 值代入到:

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{F}$$

可以得到辐射源的一个初始位置 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 。以 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 为基准, 将式(2)和式(3)进行泰勒级数展开, 经数次迭代后, 可得精确交点 \mathbf{X}_0 , 并由式(1)可得该点所处的经度^[6]。

2.3 基于数字地图的定位迭代格式

根据上面的介绍, 算法的定位迭代格式分为如下的三步。

(1) 假设 $H = 0$, 根据2.2节计算辐射源的位置 (L_0, λ_0) , 并查询数字地图, 得到该点的高程, 假设为 H_0 。

(2) 用 $R_c + H_0$ 代替2.2节式(5)中的 R_c , 计算该高程对应的椭球与式(2)的交点, 并得到对应的辐射源位置 (L_k, λ_k) , 其中下标 $k \geq 1$ 。

(3) 定义 $d_k = \sqrt{[(L_k - L_{k-1})R_M]^2 + [(\lambda_k - \lambda_{k-1})\cos L_k R_N]^2}$, 其中 R_M 为地球子午圈对应点的曲率半径^[6]; $\sqrt{\quad}$ 代表开平方; $[(L_k - L_{k-1})R_M]^2$ 和 $[(\lambda_k - \lambda_{k-1})\cos L_k R_N]^2$ 分别为前后两次计算之间南北向与东西向的距离差。当 $d_k < \varepsilon$ 时停止迭代, 可以较精确地求出辐射源的位置; 若 $d_k > \varepsilon$, 重复第(2)和第(3)步。

2.4 辐射源定位仿真结果

假设三颗卫星的高度均为 800 km, 其位置分别为 O_0 (115.94 E, 25.44 N)、 O_1 (116.43 E, 26.10 N) 和 O_2 (116.74 E, 25.44 N); 时差测量精度为 50 ns; 三颗卫星中主站与不同辅站之间距离差的相关系数为 0.3, 采用2.1节的方法生成三颗卫星星下点^[1]周边

区域的地形起伏较平滑的数字地图, 网格距离为50 m, 高程误差为10 m。本文暂不考虑卫星的位置

误差, 进行20次蒙特卡洛仿真后, 得到的用户位置与误差如表1所示。

表1 假定高程值与利用数字地图的迭代定位结果的对比

目标点位置 (经纬高)	假定高程为0时的定位结果		利用数字地图的迭代定位结果	
	(经度、纬度)	水平定位误差/m	(经度、纬度、高度)	水平定位误差/m
116.4, 26.4, 900	116.400 0, 26.401 1	229.3	116.399 9, 26.400 2, 900.5	196.8
114.4, 24.1, 500	114.399 1, 24.098 4	264.8	114.400 5, 24.099 5, 504.5	184.0
118.4, 27.1, 400	118.401 2, 27.101 6	272.4	118.400 0, 27.100 8, 398.2	190.8
111.0, 22.0, 600	110.995 3, 21.996 9	663.1	110.000 1, 22.000 3, 601.2	320.2
124.0, 28.0, 600	124.007 4, 28.002 5	848.1	124.000 4, 28.000 6, 597.3	386.8

2.5 算法收敛性以及无解的讨论

数字查询的高程本质上对应一个高度方程, 且式(2)的联合解算的收敛性已在文献[3]中有所讨论。所以在卫星布局合理的情况下, 只要两条时差双曲线的交线与大地水准面的夹角大于正球面和地球椭球的二面角 $\delta (<4 \text{ mrad})$, 则可保证算法收敛。

由于卫星间距远远小于卫星高度, 星下覆盖区域中的目标所在时差曲面必然和地球面以较大倾角相交, 只要算法有解, 该定位算法总是收敛的。

仿真表明, 无解情况的产生集中在三星投影接近线性的情况下, 此时系统的可观测性很差; 提高测量精度, 相同条件下可以降低无解范围。

3 定位误差分析

当已知经纬度信息, 利用数字地图查询其对应的高度时, 则最终可得到如下的辐射源高度与位置矢量 (x, y, z) 的对应关系式^[8]:

$$H = \sqrt{(1-f^2)(x^2 + y^2) + z^2} - R_e \quad (7)$$

对式(2)和(7)两边求微分并经整理后可得:

$$dY = C \cdot dX + D \cdot dX_s \quad (8)$$

式中 C 、 dY 、 dX 、 dX_s 和 D 是根据式(2)和式(7)得到的。在不考虑卫星站址误差时, 目标定位误差的协方差为:

$$P = C^{-1} \{E[dY \cdot dY^T]\} C^{-T} \quad (9)$$

$$E[dY \cdot dY^T] = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta_1}^2 & \eta_{12} \sigma_{\Delta_1} \sigma_{\Delta_2} & 0 \\ \eta_{12} \sigma_{\Delta_1} \sigma_{\Delta_2} & \sigma_{\Delta_2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{dH}^2 \end{bmatrix}$$

式中 η_{12} 为 Δr_1 与 Δr_2 间的相关系数。

用水平分量来衡量定位精度时, 将式(9)作如下变换:

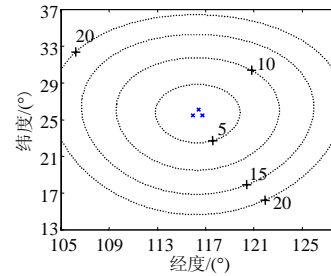
$$P' = C_c^g P (C_c^g)^T$$

式中 C_c^g 为地球坐标系到地理坐标系的转换矩阵^[6], 由测时误差与高程误差引起的定位水平误差为:

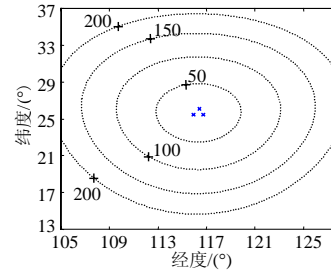
$$H_{\text{DOP}} = \sqrt{P'(1,1) + P'(2,2)} \quad (10)$$

4 定位误差仿真

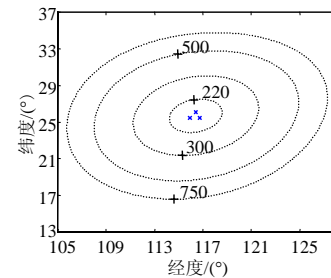
仿真条件与2.4节相同, 在不考虑卫星站址误差时, 图1给出了几种条件下的误差分布图。图中, 三个“×”代表三颗卫星的位置。从表1与图1可以看出, 由于引入了数字地图, 可以有效降低由于高程假设带来的定位误差, 理论误差分析与定位模拟仿真结果一致。



a. $dH=10 \text{ m}$, $dt=0$



b. $dH=100 \text{ m}$, $dt=0$



c. $dH=0$, $dt=50 \text{ ns}$

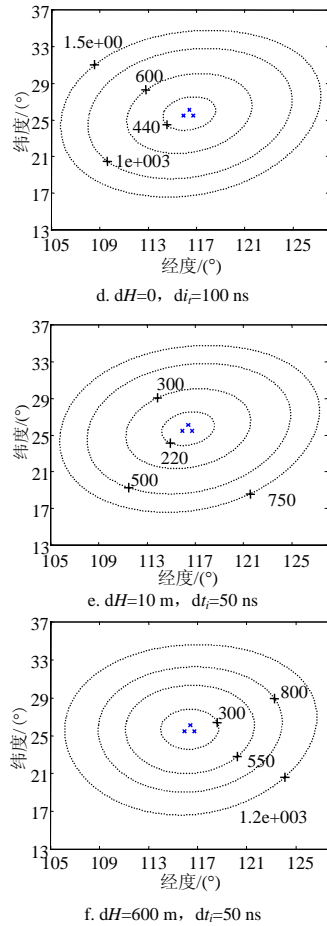


图1 高程误差与时差测量误差引起的定位精度分布图

5 结束语

本文对基于数字地图的三星时差定位系统作了初步探讨,提出了精确定位的模型及定位算法,推导了定位方法的理论误差表达式,仿真结果与误差理论分析一致。由于本文只是对基于数字地图的三星时差定位系统做了初步的探讨,还有许多问题需加以研究,例如在复杂地形区域定位,可能会出现定位模糊问题,三星时差定位需空中三颗卫星协同工作等,因此要达到工程应用尚有许多问题需加以研究。

参考文献

- [1] 王海丽. 军用侦察卫星星座技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2001.
- [2] 杨林. 无源时差定位及其信号处理研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 1998.
- [3] 钟丹星, 邓新蒲, 周一宇. 基于WGS-84椭球模型的卫星测时差定位精度分析[J]. 电子对抗, 2002, 17(5): 18-21.
- [4] 胡来招. 无源定位[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.
- [5] 周忠谟. GPS卫星测量原理与应用[M]. 北京: 测绘出版社, 1999.
- [6] 袁信, 俞济祥, 陈哲. 导航系统[M]. 北京: 航空工业出版社, 1993.
- [7] 王宇飞. 信息融合技术在巡航导弹组合系统中的应用研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2000.
- [8] 林雪原, 刘建业. 北斗双星定位系统该机及其算法研究[J]. 空间科学学报, 2003, 23(2): 149-154.

编辑 熊思亮