

· 物理电子学 ·

波在磁化周期等离子体中的传播特性

陈永东, 鄢 扬, 傅文杰

(电子科技大学物理电子学院 成都 610054)

【摘要】电磁波与等离子体之间存在极为丰富的相互作用现象,对电磁波的传播构成重大影响。该文研究了在磁场指导下,对电磁波在密度周期变化的磁化等离子体中的传播特性,进行了理论分析并导出色散方程,通过数值计算分析了等离子体密度变化分别对电磁波传播特性的影响。计算结果表明密度 n_1 变化对左、右旋波的截止频率影响不大,而 n_0 的变化对左旋波的截止频率影响大,对右旋波的通带宽度影响大。并发现密度周期变化磁化等离子体构成一周期慢波系统,在该系统中明显出现慢波,这可能对注波互作用产生重大影响。

关键词 磁化等离子体; Mathieu方程; 周期慢波系统; 传播特性
中图分类号 TN011; O539 **文献标识码** A

Propagation Characteristics of Electromagnetic Wave in an Unbound Periodic Magnetized Plasma

CHEN Yong-dong, YAN Yang, FU Wen-jie

(School of Physical Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

Abstract There are a lot of interaction phenomenon between electromagnetic wave and plasmas. In this paper, propagation characteristics of electromagnetic wave in unbound periodic and magnetized plasma are strictly analyzed in theory, and the dispersion equation is obtained. By numerical calculation, the affection of change of plasma background density and the sinusoidal variation amplitude value of plasma density on propagation characteristics of electromagnetic wave is analyzed. The results of calculation presents that the effect of change of plasmas density on two characteristic wave (right hand wave and left hand wave) is different. The change of sinusoidal amplitude value of plasma density has a poor effect on the cut off frequency of right hand wave and left hand wave, however, plasma background density has a big effect on the cut off frequency of right hand wave and left hand wave. Meanwhile, this system is a periodic slow wave system in which slow wave is found and may make some important effects on bean-wave interaction.

Key words magnetized plasma; Mathieu equation; periodic slow wave system; propagation characteristics

在微波电真空器件中填充适当的等离子体可以大幅度提高器件的性能,显著改善器件的互作用效率、输出功率和工作带宽。从目前的情况来看,填充等离子体器件有两类。一类是高频结构的,与传统的器件基本相同,如等离子体高功率返波管和行波管、等离子体辅助慢波振荡器等。由于等离子体的引入使波的色散特性和注波互作用特性发生变化,从而在一定条件下改善器件的性能。另一类是利用电子注与等离子体中的等离子体波相互作用产生和放大微波,如等离子体切伦科夫脉塞和等离子体波管等。在等离子体微波器件中,注波互作用过程一般会激发起大幅度的等离子体波,使等离子体

密度发生周期性变化,从而使波传播特性和注波互作用发生变化。本文对密度周期性变化的磁化等离子体中波的传播特性进行了研究。

1 理论分析

为简化分析,假定等离子体为无限大,其密度在电磁波传播方向成正弦周期变化,且外加磁场 B 与波传播方向平行,如图1所示。空间周期长度为 L ;

等离子体密度为 $n = n_0 + n_1 \sin \frac{2\pi z}{L}$ 。

外加磁场存在的条件下,等离子体表现为旋磁各向异性介质,介电张量为:

收稿日期: 2005-08-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60471031)

作者简介: 陈永东(1969-),男,硕士,主要从事电磁场微波技术、等离子体微波电子学方面的研究。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & -\varepsilon_2 & 0 \\ \varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\text{式中 } \varepsilon_1 = 1 - \frac{\xi^2(1-\delta)}{(1-i\delta)^2 - \tau^2}; \quad \varepsilon_2 = \frac{j\tau\xi^2}{(1-j\delta)^2 - \tau^2};$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \frac{\xi^2}{1-j\delta}; \quad \tau = \frac{\omega_c}{\omega}; \quad \xi = \frac{\omega_{pe}}{\omega}; \quad \delta = \frac{v_{\text{eff}}}{\omega}.$$

ω 、 ω_c 、 ω_{pe} 和 v_{eff} 分别为电磁波频率、电子回旋频率、电子等离子体频率和电子有效碰撞频率。

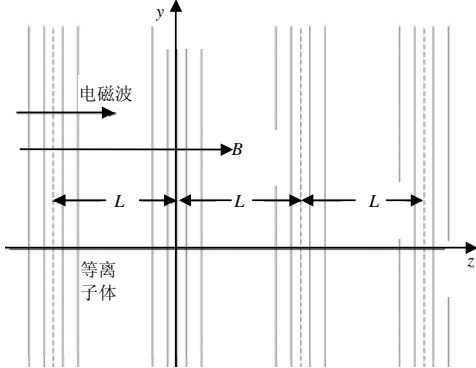


图1 波在周期磁化等离子体中的传播

在等离子体中，因等离子体运动速度远小于电子运动速度，离子运动可不考虑。等离子体中的 Maxwell 方程组可写为：

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0\mathbf{H} \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{E} \quad (3)$$

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{E}) = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5)$$

由式(2)、式(3)可得：

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = \omega^2 \mu_0 \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{E} \quad (6)$$

磁化等离子体中可以传播两种类型的波，即左、右旋圆极化波，两种波的电场分量具有如下关系：

$$E_x = \pm jE_y \quad (7)$$

式中 “+” 号代表右旋圆极化波；“-” 号代表左旋圆极化波。

将式(7)代入式(6)可导出^[1-2]：

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\xi^2}{1-\tau^2} \mp \frac{\xi^2 \tau}{1-\tau^2} \right) E_x = 0 \quad (8)$$

当等离子体密度成周期性变化时：

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_{p0}^2}{c^2(1 \mp \tau)} - \frac{\omega_{p1}^2}{c^2(1 \mp \tau)} \sin \frac{2\pi z}{L} \right) E_x = 0 \quad (9)$$

这是一个 Mathieu 方程，其中 c 为真空中的光速，

$$\omega_{p0} = \sqrt{\frac{4\pi n_0 e^2}{m}}; \quad \omega_{p1} = \sqrt{\frac{4\pi n_1 e^2}{m}}; \quad \tau = \frac{eB}{mc\omega}$$

； m 为电子质量； e 为电子电荷。对于周期系统，根据 Floquet

定理，式(9)的解可表示为 $E_x = f(z)e^{j(\omega t - k_z z)}$ ，其中 $f(z)$ 为周期函数，即 $f(z+L) = f(z)$ ，将 $f(z)$ 展开为 Fourier 级数：

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{j\frac{2n\pi z}{L}} \quad (10)$$

$$E_x = \sum_n a_n e^{j\frac{2n\pi z}{L}} e^{j(\omega t - k_z z)} \quad (11)$$

将式(11)代入式(9)得：

$$\sum_n \left[p - \left(n\frac{\pi}{L} - k_z \right)^2 \right] a_n e^{j\left(n\frac{\pi}{L} - k_z \right) z} + j\frac{q}{2} \left(e^{j\frac{2\pi z}{L}} - e^{-j\frac{2\pi z}{L}} \right) \times$$

$$\sum_n a_n e^{j\left(n\frac{\pi}{L} - k_z \right) z} = 0 \quad (12)$$

进一步整理可得^[2-3]：

$$\sum_n \left[\left(p - \left(n\frac{\pi}{L} - k_z \right)^2 \right) a_n + j\frac{q}{2} (a_{n+1} - a_{n-1}) \right] e^{j\left(n\frac{\pi}{L} - k_z \right) z} = 0 \quad (13)$$

傅里叶展开式(13)成立的条件是各系数等于零，

因此：

$$a_n \left[p - \left(n\frac{\pi}{L} - k_z \right)^2 \right] - j\frac{q}{2} a_{n-1} + j\frac{q}{2} a_{n+1} = 0 \quad (14)$$

$$\text{式中 } p = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_{p0}^2}{c^2(1 \mp \tau)}; \quad q = \frac{\omega_{p1}^2}{c^2(1 \mp \tau)}.$$

式(14)为一递归方程组，为近似求解^[4]，令第 n 次谐波幅值系数 $a_{n+1} = 0$ ，可得：

$$\begin{cases} a_n \left[p - \left(n\frac{\pi}{L} - k_z \right)^2 \right] - j\frac{q}{2} a_{n-1} = 0 \\ a_{n-1} \left[p - \left(n\frac{\pi}{L} - k_z \right)^2 \right] - j\frac{q}{2} a_{n-2} + j\frac{q}{2} a_n = 0 \\ \vdots \\ a_n \left[p - \left(n\frac{\pi}{L} - k_z \right)^2 \right] + j\frac{q}{2} a_{n+1} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

根据下列两个步骤可以得出近似色散方程：

(1) 令 $a_n = 1, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_{n+1}$ ，由式(14)可推出。

(2) 将 a_n 和 a_{n+1} 代入式(15)中的最后一个方程，可求出色散方程。

谐波项数越多，结果越精确，在计算中发现取 10 项以上即可得到满意的结果。

2 数值计算和分析

为研究周期磁化等离子体中波的传播特性，对式(15)进行数值计算。假设等离子体密度变化周期固定为 $L=1.6$ cm，选择 20 个谐波项，分别计算 n_1 和 n_0

变化对色散特性的影响, 为了让图形显示更清楚, 每图只绘制两组曲线。图2所示是当 $n_0 = 1 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$ 、 $B=0.6 \text{ T}$ 时, n_1 分别为 $4 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$ 和 $1 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$ 的右旋极化波和在旋极化波的色散曲线。从图中可看出左、右旋波的色散曲线呈周期性变化, 系统中出现了慢波, 因而周期磁化的等离子体为一周期性慢波系统, 其截止频率都随 n_1 变化, 随着 n_1 的增大, 左、右旋波的通带宽度减小, 色散曲线趋于平缓, 但左旋波受 n_1 变化的影响较小且通带宽度要比右旋波大。

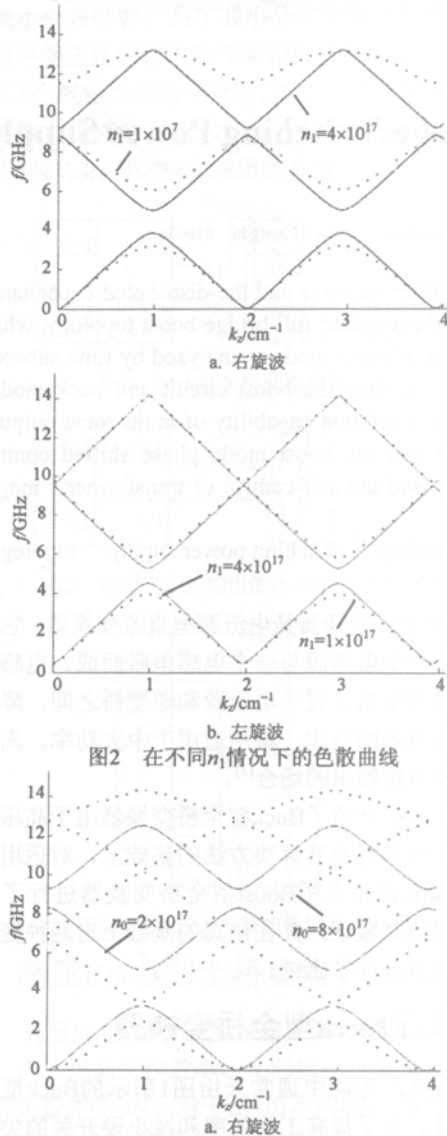


图2 在不同 n_1 情况下的色散曲线

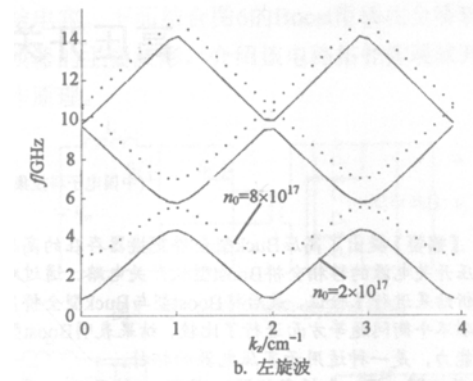


图3 在不同背景密度 n_0 情况下的色散曲线

图3是当 $n_1 = 7 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$ 、 $B=0.6 \text{ T}$ 时, n_0 分别为 $2 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$ 和 $8 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$ 右旋波和左旋波的色散曲线。可看出, 随 n_0 的增大, 右旋波的截止频率变化很小, 但通带增宽; 而左旋波的截止频率增加幅度较大, 不过通带宽度变化很小。

3 结束语

理论分析与数值计算表明密度周期变化的磁化等离子体构成一周期性慢波系统, 与均匀磁化等离子体类似, 存在左旋波和右旋波两种类型的波, 但传播特性与均匀等离子体有很大差别, 左旋波和右旋波中均存在快波、慢波、前向波和返波, 色散图中存在通带及禁带, 禁带所对应的频率范围波无法传播, 计算结果表明 n_1 变化对波的截止频率影响不大, 而 n_0 的变化对左旋波的截止频率影响大, 对右旋波通带宽度影响大。

参考文献

- [1] 刘盛纲, LEE J K, 祝大军, 等. 等离子体波导中电磁波传输理论[J]. 中国科学(E辑), 1998, 26(7): 192-201.
- [2] EACHI C. Wave in active and passive periodic structures: a review[J]. Proceedings of the IEEE, 1976, 64(12): 532-544.
- [3] PENG S T TAMIR T, BERTOLI H L. Theory of periodic dielectric waveguides[J]. IEEE Trans. Microwave Theory Tech, 1975, MTT-23: 1123-1131.
- [4] YAN Yang, LIU Sheng-gang. Dispersion characteristics of plasma mode in corrugated plasma wave[J]. International Journal of Infrared and Millimeter Wave, 1999, 20(10): 1725-1730.

编辑 张俊