

二维局部多层快速非均匀平面波算法

陈涌频, 胡俊, 聂在平, 林云

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

【摘要】将一种新型的近似迭代技术——局部迭代融合到二维多层快速非均匀平面波算法,形成二维局部多层快速非均匀平面波算法,用于二维电磁散射问题的快速计算。多层快速非均匀平面波算法的计算复杂度等同于多层快速多极子方法,因此可用于电大尺寸问题的求解。由于其格林函数直接基于索末菲尔德积分,具有可以直接推广到分层媒质问题的优势。利用局部迭代技术可以进一步提高求解效率。数值结果验证了该方法的有效性。

关键词 局部迭代; 修正最陡下降路径; 多层快速非均匀平面波算法; 索末菲尔德积分
中图分类号 TN011 **文献标识码** A

Two-Dimensional Local Multilevel Fast Inhomogeneous Plane Wave Algorithm

CHEN Yong-pin, HU Jun, NIE Zai-ping, LIN Yun

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science & Technology of China Chengdu 610054)

Abstract A novel approximative iteration technique – local iteration, is combined into two-dimensional Multilevel Fast Inhomogeneous Plane Wave Algorithm (MLFIPWA), namely Local MLFIPWA (LMLFIPWA), to solve 2D electromagnetic scattering problem efficiently. The computational complexity of MLFIPWA is the same as the multilevel fast multipole algorithm, so it can be used to solve large-scale problems. Since the Green's function is based on Sommerfeld integration, the MLFIPWA has the advantage of being directly expanded into layered medium problems. By applying a local iteration procedure, the efficiency can be further improved. Numerical results demonstrate the validity of this method.

Key words local iteration; modified steepest decent path; multilevel fast inhomogeneous plane wave algorithm; Sommerfeld integration

近年来,基于积分方程方法的高效数值方法发展日新月异,文献[1-2]提出多层快速多极子方法(Multilevel Fast Multipole Algorithm, MLFMA),通过加法定理将自由空间标量格林函数展开成实角谱空间的均匀平面波积分,通过聚合、转移和配置三步完成矩阵——矢量相乘,将计算复杂度由矩量法直接迭代的 $O(N^2)$ 降至 $O(N \lg N)$,克服了传统方法的计算瓶颈,可用于超电大尺寸问题的数值求解。而多层快速非均匀平面波算法^[3-4](MLFIPWA)通过索末菲尔德恒等式,将格林函数展开成另一种形式的谱域积分:基于复角谱平面的非均匀平面波积分,结合内插/外推技术实现聚合、转移和配置过程,该方法的计算复杂度同样为 $O(N \lg N)$ 。由于直接基于索末菲尔德积分,与MLFMA相比,MLFIPWA可

以直接拓展至分层媒质问题的求解。本文将局部迭代技术融入MLFIPWA,以进一步提高求解效率,数值结果证实了该方法的正确性。

1 二维导电柱体散射求解的电场积分方程

考虑一TM极化的平面波 E^i 垂直照射到自由空间任意导电柱体目标,其电场积分方程(EFIE)为^[5]:

$$E_z^{\text{inc}}(\mathbf{r}) = -ik\eta \int_c J_z(t') \frac{1}{4} H_0^{(1)}(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) dt' \quad (1)$$

利用脉冲基及点匹配,可以将上述积分方程离散成矩阵方程:

$$\sum_{i=1}^{N_c} Z_{ji} j_i = E_{zj}^{\text{inc}} \quad (2)$$

收稿日期: 2005-09-27

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(60431010)

作者简介: 陈涌频(1981-),男,博士生,主要从事计算电磁学方面的研究。

$$Z_{ji} = \begin{cases} \frac{k\eta}{4} \omega_i H_0^{(1)}(kr_{ji}) & j \neq i \\ \frac{k\eta\omega_j}{4} \left\{ 1 + i \frac{2}{\pi} \left[\ln\left(\frac{\gamma k \omega_j}{4}\right) - 1 \right] \right\} & j = i \end{cases} \quad (3)$$

式中 ω_i 为基函数宽度; $\gamma = 1.781072418 \dots$ 。

与快速多极子方法类似, 快速非均匀平面波算法也通过分组, 将场源耦合区域划分为附近组和非附近组。附近组利用 MoM 直接计算, 而非附近组则通过聚合、转移和配置加速矩阵矢量相乘过程。

2 多层快速非均匀平面波算法

2.1 快速非均匀平面波算法(FIPWA)

二维问题的格林函数为第一类 0 阶 Hankle 函数, 可以展开为^[6]:

$$H_0^{(1)}(kr_{ji}) = \frac{1}{\pi} \int_{\Gamma} e^{ik(\alpha)r_{ji}} d\alpha \quad (4)$$

式中 $k(\alpha) = k(\hat{x} \sin \alpha + \hat{y} \cos \alpha)$; Γ 为复角谱平面上索末菲尔德积分路径。

分组后, 积分核的平面波因子为:

$$e^{ik(\alpha)r_{ji}} = e^{ik(\alpha)r_{jC_j}} e^{ik(\alpha)r_{C_jC_i}} e^{ik(\alpha)r_{C_i}} \quad (5)$$

矢量关系如图 1 所示。

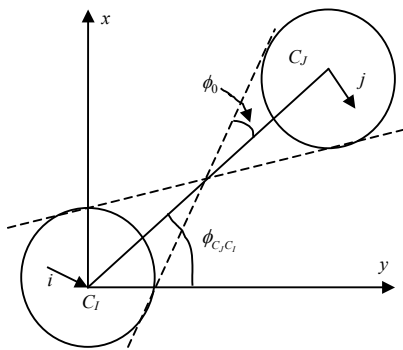


图 1 分组矢量关系

由于 SIP 上积分的慢收敛特性, 根据复变函数理论, 可以转换积分路径, 将原 SIP 变换到基于场源组中心连线定义的最陡下降路径 $SDP_{C_j C_i}$ 上, 用于近似该组对中任意场源点对的 SDP_{ji} 。该路径针对某些特定的场源点, 积分会出现指数增大现象。根据鞍点法, 可以得到由场源组中心确定的 $SDP_{C_j C_i}$ 。同理, 对于该组对中的一对场源点, 可以得到相应的 SDP_{ji} 和最陡上升路径 SAP_{ji} , 三条路径如图 2 所示。

由图 2 可知, 用 $SDP_{C_j C_i}$ 代替 SDP_{ji} 时, 与 SAP_{ji} 在偏开实轴处有一交点, 该交点对应一个峰值项, 从而使数值积分无法准确进行。

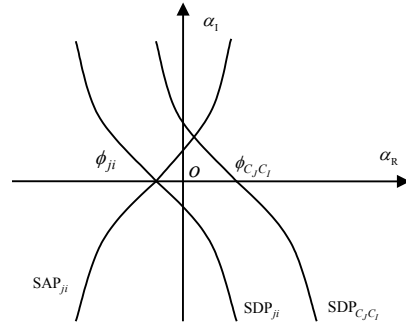


图 2 $SDP_{C_j C_i}$ 、 SDP_{ji} 和 SAP_{ji}

为避免上述情况, 可以引入修正最陡下降路径 ($MSDP_{C_j C_i}$)^[3,7], 如图 3 所示。该路径为:

路径 1:

$$\begin{cases} \cos(\alpha_R + \phi_0 - \phi_{C_j C_i}) \cosh \alpha_1 = 1.0 \\ (\alpha_R + \phi_0 - \phi_{C_j C_i}) \alpha_1 < 0 \end{cases} \quad (6)$$

路径 2:

$$\phi_{C_j C_i} - \phi_0 < \alpha < \phi_{C_j C_i} + \phi_0 \quad (7)$$

路径 3:

$$\begin{cases} \cos(\alpha_R - \phi_{C_j C_i} - \phi_0) \cosh \alpha_1 = 1.0 \\ (\alpha_R - \phi_{C_j C_i} - \phi_0) \alpha_1 < 0 \end{cases} \quad (8)$$

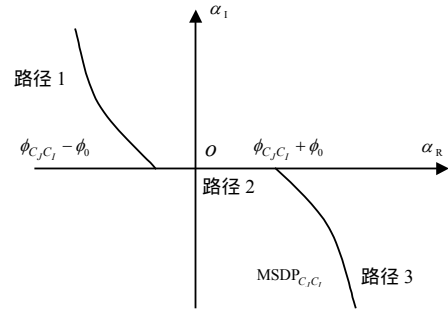


图 3 修正最陡下降路径

在 $MSDP_{C_j C_i}$ 上, 式(4)分组后可以离散为:

$$H_0^{(1)}(kr_{ji}) = \frac{1}{\pi} \sum_{\alpha_q} \omega_q e^{ik(\alpha_q)r_{jC_j}} e^{ik(\alpha_q)r_{C_j C_i}} e^{ik(\alpha_q)r_{C_i}} \quad (9)$$

由于式中的积分点即角谱采样点分布在 $MSDP$ 上, 而不同的场源组对确定了不同的 $MSDP$, 从而确定了不同的角谱采样点, 则必须存储庞大的角谱采样点, 使算法效率低下。可以借助内插/外推技术, 将沿 $MSDP$ 的非均匀复角谱采样序列变换到实轴上均匀分布的实角谱序列, 便于聚合、转移和配置的高效完成。

令

$$e^{ik(\alpha_q)r_{jC_j}} e^{ik(\alpha_q)r_{C_j C_i}} = \sum_{\alpha_s} I_{\alpha_q \alpha_s} e^{ik(\alpha_s)r_{jC_j}} e^{ik(\alpha_s)r_{C_i}} \quad (10)$$

则有:

$$H_0^{(1)}(kr_{ji}) = \sum_{\alpha_s} e^{ik(\alpha_s)r_{C_j}} T_{C_j C_l}(\alpha_s) e^{ik(\alpha_s)r_{C_l i}} \quad (11)$$

$$T_{C_j C_l}(\alpha_s) = \frac{1}{\pi} \sum_{\alpha_q} \omega_q e^{ik(\alpha_q)r_{C_j C_l}} I_{\alpha_q \alpha_s} \quad (12)$$

将式(11)代入式(2)可得：

$$\sum_{C_j \in G_N} \sum_{i \in G_{C_j}} Z_{ji} j_i + \sum_{\alpha_s} V_f \sum_{C_l \in G_f} T_{C_j C_l} \sum_{i \in G_{C_l}} V_s^* j_i = E_{z_j}^{inc} \quad (13)$$

式中

$$V_s = \frac{k\eta}{4} \omega_i e^{ikr_{iC_l}} \quad (14)$$

$$V_f = e^{ikr_{jC_j}} \quad (15)$$

式(13)写成矩阵方程为：

$$\bar{Z} \cdot j = \bar{Z}_{near} \cdot j + \bar{U} \cdot \bar{T} \cdot \bar{V} \cdot j = V \quad (16)$$

式中 \bar{U} 、 \bar{T} 、 \bar{V} 分别为聚合、转移和配置矩阵。

2.2 多层快速非均匀平面波算法(MLFIPWA)

MLFIPWA 是 FIPWA 的多层扩展，矩矢相乘可表述为如下多层形式^[8]：

$$\bar{Z} \cdot j = \bar{Z}_{near} \cdot j + \sum_{i=2}^{L_N} \bar{U}_i \cdot \bar{T}_i \cdot \bar{V}_i \cdot j \quad (17)$$

式中 L_N 为总层数。

3 局部多层快速非均匀平面波算法

MLFIPWA 必须考虑 $2 \sim L_N$ 层的所有远亲转移，事实上，通过迭代技术如共轭梯度迭代(CG)不断刷新电流试解，当试解逐渐逼近真解时，只需计入较大的局部耦合贡献，而较小的远场耦合可以忽略。因此，通过设定迭代误差门限，可以控制聚合的最粗层数，从而自动忽略远区的耦合贡献^[9-10]，有：

$$\bar{Z} \cdot j \approx \bar{Z}_{near} \cdot j + \sum_{i=L_c}^{L_N} \bar{U}_i \cdot \bar{T}_i \cdot \bar{V}_i \cdot j \quad (18)$$

L_c 为某次迭代过程的最粗层 ($L_c > 1$)，根据迭代误差， L_c 为：

$$L_c = \begin{cases} L_N - 4 & \text{err} > \text{err}_1 \\ L_N - 2 & \text{err}_2 < \text{err} < \text{err}_1 \\ L_N & \text{err} < \text{err}_2 \end{cases} \quad (19)$$

式中 err 为迭代误差； err_1 、 err_2 为误差门限。当 err 进一步减小时，可仅计入最细层附近组贡献。

4 数值结果

本文选择一组门限值如式(19)所示，分别计算了 $ka = 320$ 的导电圆柱和边长为 80λ 的导电方柱的双站 RCS，分别如图 4 和图 5 所示。两者均采用了三种方法：MoM、MLFIPWA 和 LMLFIPWA。表 1 给出了计算时间的对比。图 6 给出了计算不同尺寸圆

柱时，每次迭代所耗时间随未知量数目的变化情况。从以上可以看出，本文方法在保证较好计算精度的同时，显著降低了计算时间，从而可进一步提高求解电大尺寸问题的能力。另外，本文的研究为三维快速非均匀平面波算法的实现奠定了基础。

$$L_c = \begin{cases} 2 & \text{err} > 0.03 \\ 4 & 0.025 < \text{err} < 0.030 \\ 6 & 0.020 < \text{err} < 0.025 \\ 8 & 0.015 < \text{err} < 0.020 \end{cases} \quad (20)$$

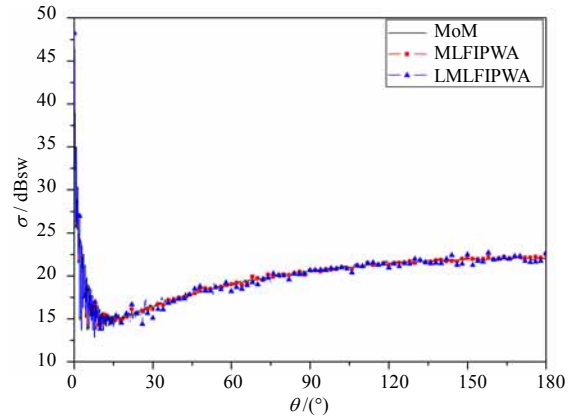


图4 $ka = 320$ 导电圆柱双站RCS

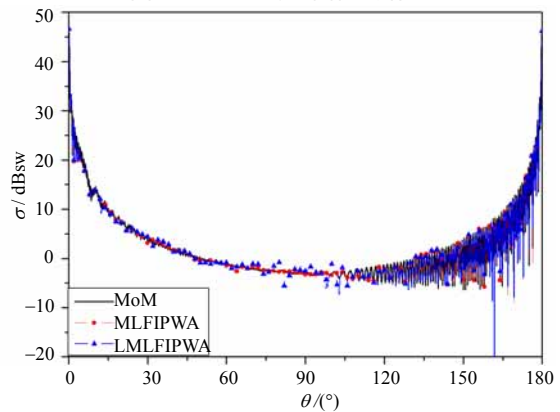


图5 边长为 80λ 的导电方柱双站RCS

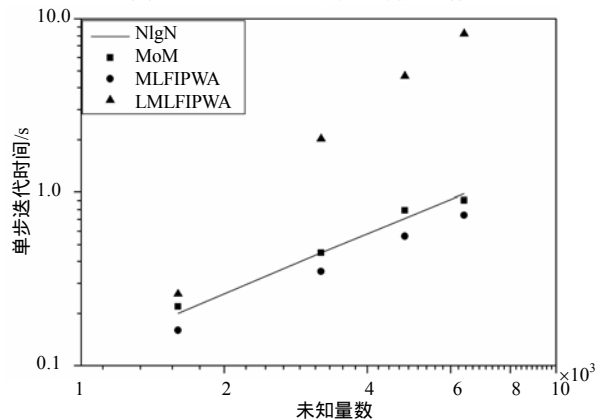


图6 迭代时间随未知量变化

(下转第879页)

况下,就要考虑博弈论中的混合策略,对各策略赋予一定的概率,以此获得最大的平均盈利,来求得该对抗的干扰效果。

4 结束语

本文运用博弈论对遮盖性干扰效果的动态评估进行了初步探讨。可以看出,通过适当改变干扰效果的计算方法,这种评估方法同样可以运用于欺骗性干扰和综合性干扰的效果评估。博弈论在干扰评估中的运用,可以在不知对手采取的具体策略下,对抗结果进行事先评估,这样就可以根据评估结果调整对抗策略,这对电子战的战术部署具有重要的意义。

参 考 文 献

- [1] 赵国庆. 雷达对抗原理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1999.
- [2] 魏保华, 吕晓雯, 王雪松. 雷达干扰效果模糊综合评估方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2000, 22(8): 68-71.
- [3] 潘志丽, 张宏科, 张思东. 现代电子干扰理论与效能评估的研究[J]. 通信学报, 2003, 24(11): 40-45.
- [4] 王 瑜. 雷达干扰未确知效果的测度评价研究[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(12): 59-61.
- [5] 施锡铨. 博弈论[M]. 上海: 上海财经大学出版社, 2000.
- [6] 魏保华, 吕晓雯, 王雪松. 一种新的雷达有源干扰效果评估准则的研究[J]. 现代雷达, 1999, 21(6): 26-31.
- [7] 李 潮, 张巨泉. 雷达频域主要抗干扰技术及其效果度量[J]. 舰艇电子对抗, 2005, 28(1): 16-20.

编辑 税 红

(上接第868页)

表1 MoM、MLFIPWA、LMLFIPWA的
矩阵填充及迭代时间对比

	MoM	MLFIPWA	LMLFIPWA
矩阵填充/s	33.77	0.17	0.17
单步迭代/s	8.19	0.94	0.75
总迭代/s	515.86	68.63	37.52

参 考 文 献

- [1] LU C C, CHEW W C. Fast algorithm for solving hybrid integral equations[J]. IEE Proceedings-H, 1993, 140(6): 455-460.
- [2] LU C C, CHEW W C. A multilevel algorithm for solving a boundary integral equation of wave scattering[J]. Microwave and Optical Tech. Letters, 1994, 7(10): 466-470.
- [3] HU B, CHEW W C, MICHELSEN E, et al. Fast inhomogeneous plane wave algorithm for the fast analysis of two-dimensional scattering problems[J]. Radio Science, 1999, 34(4): 759-772.
- [4] HU B, CHEW W C. Fast inhomogeneous plane wave algorithm for electromagnetic solutions in layered mediums structures: two-dimensional case[J]. Radio Science, 2000, 35(1): 31-43.
- [5] PETERSON A F, RAY S L, MITTRA R. Computational methods for electromagnetics[M]. New York: IEEE Press, 1998.
- [6] 周永祖. 非均匀介质中的场与波[M]. 聂在平, 柳清伙, 译. 北京: 电子工业出版社, 1992.
- [7] CHEN Y P, HU J, NIE Z P, et al. Analysis of scattering of composite cylinder structure using multilevel fast inhomogeneous plane wave algorithm[C]// IEEE Antennas and Propagation Symposium. Washington D.C., U.S.: IEEE Press, 2005.
- [8] 胡 俊. 复杂目标矢量电磁散射的高效方法——快速多极子方法及其应用[D]. 成都: 电子科技大学, 2000.
- [9] HU J, NIE Z P, LEI L, et al. Solving 3D electromagnetic scattering and radiation by local multilevel fast multipole algorithm[C]//IEEE International Symposium on Micro-wave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications Proceedings. [S.l.]: IEEE Press, 2005.
- [10] 胡 俊, 聂在平, 雷 霖, 等. 三维局部多层快速多极子算法[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(3): 329-335.

编辑 黄 莘