

# D-S证据理论中冲突证据的合成方法

刘海燕<sup>1,3</sup>, 赵宗贵<sup>2</sup>, 刘 熹<sup>3</sup>

(1. 解放军理工大学理学院 南京 211101; 2. 中国电子科技集团第二十八研究所 南京 210007;  
3. 解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

**【摘要】**针对高度冲突证据的合成问题,分析了D-S合成方法及其改进方法的不足,提出了一种新的改进方法。新方法仍利用D-S合成公式,但针对该公式要求参与合成的各证据需具有相同重要程度的要求,考虑到融合系统中各证据的重要程度可能不同,直接利用公式合成可能得到与实际相悖的结论,因而引入证据权的概念,给出了证据权的具体算法,通过证据权对已有的基本可信度分配函数进行修正得到了重要性相同的新的证据的基本可信度分配模型。最后通过算例比较表明新方法的合成结果更为理想。

**关键词** 证据合成; 证据理论; 证据权; 多传感器数据融合  
**中图分类号** TN91 **文献标识码** A

## Combination of Conflict Evidences in D-S Theory

LIU Hai-yan<sup>1,3</sup>, ZHAO Zong-gui<sup>2</sup>, and LIU Xi<sup>3</sup>

(1. Institute of Sciences, PLA University of Science and Technology Nanjing 211101;  
2. 28<sup>th</sup> Institute of China Electronics Technology Group Corporation Nanjing 210007;  
3. Institute of Communications Engineering, PLA University of Science and Technology Nanjing 210007)

**Abstract** D-S combination rule and other modified methods are defective in resolving evidence combination problem of highly conflict evidences. So we propose a new modified method. The new method still uses the D-S combination rule. All evidences must have the same important degree when they are combined with D-S combination rule. In practice, evidences may have different important degree so we maybe get paradoxical result if we directly combine these evidences. Therefore we introduce a concept of evidence weight and give the concrete algorithm for the evidence weight. Then new evidences with the same evidence weight can be got by modifying the basic belief assignment function of primary evidences through the algorithm to the evidence weight. Finally, an example indicates that the new method can give the more reasonable combination results compared with D-S combination rule and the other modified methods.

**Key words** evidence combination; evidence theory; evidence weight; multi-sensor data fusion

证据理论是由文献[1]首先提出后经文献[2]系统化完善的,故又称为D-S(Dempster-Shafer)证据理论。该理论是一种不确定推理方法,它面向识别框架中基本假设集合的幂集,适用于不同层次的传感器测量。此外,由于该理论考虑了二值不确定性,因此是适合多传感器数据融合的一种较好的不确定推理方法。

但对于高度冲突的证据,利用该方法合成结果往往会出现错误。本文提出一种新的改进方法,利用新方法可得到更加直观合意的合成结果。

## 1 D-S合成方法的不足及各种改进方法概述

设辨识框架 $\Theta$ 下两证据的基本可信度分配函数分别为 $m_1$ 和 $m_2$ ,则D-S合成公式为:

$$m(C) = \frac{\sum_{A_i \cap B_j = C} m_1(A_i)m_2(B_j)}{1-k} \quad (1)$$

式中  $C \in 2^\Theta$ ;  $A_i \in 2^\Theta$ ;  $B_j \in 2^\Theta$ ;  $2^\Theta$  为 $\Theta$ 的幂集;

$k = \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j)$  表示两个证据的冲突程度。

式(1)中,若 $k=1$ ,分母为零,此时无法利用该式进行合成;当 $k \rightarrow 1$ ,即证据间高度冲突时,利用该式可能会导致与实际常理相悖的结果。文献[3]给出了一个简单例子说明其不合理性。

设两个证人给出了3个谋杀嫌疑犯 $\Theta = \{A, B, C\}$ 的基本可信度函数如下。

(1) 证据 $e_1$ :

$$m_1(A) = 0.99, \quad m_1(B) = 0.01, \quad m_1(C) = 0$$

(2) 证据 $e_2$ :

$$m_2(A) = 0, \quad m_2(B) = 0.01, \quad m_2(C) = 0.99$$

利用式(1)对两证据的合成结果为 $m(A) = m(C) = 0$ 和 $m(B) = 0.0001/(1-k) = 1$ 。

此例中,尽管两证据对 $B$ 的支持程度很低,但最终融合结果认为 $B$ 为真,即 $B$ 为杀人犯。该结果与常理相悖。其原因就在于 $k \rightarrow 1$ ,即参与合成的各证据间高度冲突时,正则化运算导致与实际相悖的结论。

为了克服这一不足,许多学者提出了两类改进方式,一类是对合成规则的改进,另一类则是对证据模型的改进。

对于合成规则的改进方法分为证据可靠和不可靠两种情况<sup>[4-7]</sup>,但都是考虑如何对证据间的冲突证据进行分配,包括冲突分配到辨识框架 $\Theta$ 的哪些命题元素以及冲突在各元素上分配的比例问题。文献[4]认为证据可靠,证据间产生冲突的主要原因是由辨识框架不完备造成的,即存在着未知元素。文献[4]还将空集视为由未知元素构成的,并将所有的冲突 $m(\phi)$ 赋给空集。但在实际中各传感器提供的证据并不完全可靠,因此该方法并不实用。在证据不完全可靠的前提下,文献[5]认为所有冲突均不能提供有用信息,并把支持证据冲突的那部分可信度 $k$ 全部分给 $2^\Theta$ 中的不确定元素。该方法将证据间的冲突全部否定,因此过于保守。文献[6]在分析文献[5]合成公式的基础上,认为即使证据间存在着冲突,也是部分可用的,应该将总冲突 $k$ 按一定比例分配给所有证据的焦元集合。文献[5-6]考虑的都是全局冲突的分配问题。文献[7]将证据的局部冲突按一定比例分配给涉及冲突的各个焦元。这些方法都是针对D-S合成公式的改进。在实际应用中,当参与合成的证据数量很大时,为降低计算量,一般将证据分组进行局域计算,因此要求合成结果与合成顺序无关。上面的各种改进方法的合成结果与合成顺序有关,不满足结合律。现在考虑D-S合成方法,该方法满足结合律,并且是对Bayes方法简单直观的推广,具有坚实的数学基础。因此文献[8]提出,当利用D-S合成公式进行合成得到了不合理的结果时,应该修

改的是基本可信度分配模型,而不是合成公式。文献[9]的方法就是对证据模型进行改进。设参与合成的证据数为 $n$ 。在合成前,将参与合成的证据的基本可信度分配数进行平均,得到新的证据模型后,再利用D-S合成公式对新证据进行 $n-1$ 次合成。但文献[9]的方法只是对证据进行简单平均,没有考虑到参与合成的各证据的重要程度。而复杂环境中各种各样的欺骗与干扰无处不在,如敌人的伪装和电子干扰等等,使得各传感器提供的证据不完全可靠,它们在融合系统中的重要程度是不同的。因此文献[9]的方法亦存在不足。

本文基于文献[8]的思想,考虑到参与合成的各证据的重要程度,提出新的改进的合成方法。

## 2 新的合成方法

D-S合成公式要求所有参与合成的证据具有相同的重要程度。而融合系统中,由于各证据的不完全可靠性,不一定具有相同的重要程度,所以在实际应用中不能将各证据直接利用D-S合成公式进行合成。要直接利用该公式,首先需要考虑参与合成的各证据的重要程度。为此引入证据权的概念,提出证据权的具体算法,利用证据权将各证据所提供的基本可信度分配函数进行转化,使得转化后的各证据具有相同的重要程度。本文引入文献[10]中的距离函数,通过以下定义得到融合系统中各证据的证据权。

设融合系统的辨识框架 $\Theta$ 包含 $N$ 个完备的互不相容的假设命题,令其幂集 $2^\Theta = \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2^N}\}$ 。 $n$ 个证据 $e_1, e_2, \dots, e_n$ 的基本可信度分配函数分别为 $m_1, m_2, \dots, m_n$ 。

定义 1  $m_1, m_2$  的距离为:

$$d(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)^T \mathbf{D}(\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)} \quad (2)$$

式中  $\mathbf{M}_i = [m_i(A_1), m_i(A_2), m_i(A_3), \dots, m_i(A_{2^N})]^T$ ,  $i=1, 2$ 。 $\mathbf{D} = (D_{ij})$  为一个 $2^N \times 2^N$  阶的矩阵,其中,

$$D_{ij} = \frac{|A_i \cap A_j|}{|A_i \cup A_j|}, \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, 2^N; \quad |\cdot| \text{表示集合的}$$

基数,即集合中元素的个数。

$m_1, m_2$  的距离的具体计算方法为:

$$d(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(\langle \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_1 \rangle + \langle \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_2 \rangle - 2\langle \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2 \rangle)}$$

$$\text{式中 } \langle \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2 \rangle = \sum_{i=1}^{2^N} \sum_{j=1}^{2^N} m_1(A_i) m_2(A_j) \frac{|A_i \cap A_j|}{|A_i \cup A_j|}.$$

定义 2  $m_1, m_2$  的相近程度为:

$$s(m_1, m_2) = 1 - d(m_1, m_2)$$

设融合系统由n条证据  $e_1, e_2, \dots, e_n$  组成, 各证据的基本可信度分配函数分别为  $m_1, m_2, \dots, m_n$ 。

定义 3  $\alpha(m_i) = \sum_{j=1, j \neq i}^n s(m_i, m_j)$  为融合系统中

证据  $e_i$  的基本可信度函数与系统中其他证据的基本可信度分配函数相近程度之和。

定义3中, 将融合系统对各证据的  $\alpha(m_i)$  进行排序, 可以看出各证据在融合系统中的重要程度。当参与合成的只有两条证据时, 即使两条证据中有一条是干扰证据, 由定义3知, 因为  $s(m_i, m_j) = s(m_j, m_i)$ , 系统对两证据的支持程度却是相同的, 即两证据的重要程度相同。为避免这种情况, 本文规定对3条以上的证据才能利用定义3。实际上在融合系统中, 一般也会提供很多证据。

定义 4  $\alpha(m_f) = \max_{1 \leq i \leq n} \{\alpha(m_i)\}$ , 则称  $e_f$  为关键证据, 其余证据均为非关键证据。

定义 5  $\beta_i = \frac{\alpha(m_i)}{\alpha(m_f)}$  为各证据相对于关键证据的证据权, 其中  $i = 1, 2, \dots, n$ 。

接下来, 利用各证据相对于关键证据的证据权, 将各证据所提供的基本可信度分配函数进行转化, 以使转化后的各证据具有相同的重要程度。

利用证据权, 对证据  $e_i$  的基本可信度分配函数  $m_i$  的转化如下<sup>[11]</sup>:

$$m'_i(A) = \beta_i m_i(A) \quad \forall A \in 2^\Theta, A \neq \Theta \quad (3)$$

$$m'_i[\Theta] = \beta_i m_i(\Theta) + (1 - \beta_i) \quad (4)$$

式(3)使得证据权小的证据的元素  $A (A \in 2^\Theta, A \neq \Theta)$  所提供的确定性信息减小; 式(4)使得证据权小的证据的不确定性元素  $\Theta$  所提供的的不确定性信息增加。因此可以减小证据权值小的证据对整个融合系统的影响。经转换后, 各证据的重要程度可视为相等, 此时即可利用 D—S 合成公式, 将转换后的各证据进行合成。

### 3 算例

在本节的算例中, 利用本文的合成方法进行合成, 并将合成结果与利用 D—S 合成方法及其他改进方法的结果加以比较。

例: 假设融合系统的辨识框架为  $\Theta = \{A, B, C\}$ , 框架中各命题元素表示目标类型。系统先后收集到了5条证据  $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5$ 。通过合成, 最终判断出目标类型。各证据的基本可信度分配函数如下:

$$\begin{cases} m_1(A) = 0.5, m_1(B) = 0.2, m_1(C) = 0.3 \\ m_2(A) = 0, m_2(B) = 0.2, m_2(C) = 0.8 \\ m_3(A) = 0.6, m_3(B) = 0.1, m_3(C) = 0.3 \\ m_4(A) = 0.6, m_4(B) = 0.1, m_4(C) = 0.3 \\ m_5(A) = 0.6, m_5(B) = 0.1, m_5(C) = 0.3 \end{cases} \quad (5)$$

利用本文的方法, 当有  $n(n=3,4,5)$  条证据合成时, 将n条证据按各自相对于关键证据的证据权进行转化后的基本可信度分配函数见表1。本文改进的合成方法及其他合成方法的合成结果如表2所示。

表1 参与合成各证据的证据权及转化后的基本可信度分配函数

$\beta(e_1, e_2, e_3)$	$m'$	$m(A)$	$m(B)$	$m(C)$	$m(\Theta)$
1	$m'_1$	0.500	0.200	0.300	0
0.83	$m'_2$	0	0.166	0.664	0.17
0.97	$m'_3$	0.582	0.097	0.291	0.03
$\beta(e_1, e_2, e_3, e_4)$	$m'$	$m(A)$	$m(B)$	$m(C)$	$m(\Theta)$
1	$m'_1$	0.500	0.200	0.300	0
0.78	$m'_2$	0	0.156	0.624	0.22
0.98	$m'_3$	0.588	0.098	0.294	0.02
0.98	$m'_4$	0.588	0.098	0.294	0.02
$\beta(e_1, e_2, e_3, e_4, e_5)$	$m'$	$m(A)$	$m(B)$	$m(C)$	$m(\Theta)$
1	$m'_1$	0.500	0.200	0.300	0
0.76	$m'_2$	0	0.152	0.608	0.24
0.99	$m'_3$	0.594	0.099	0.297	0.01
0.99	$m'_4$	0.594	0.099	0.297	0.01
0.99	$m'_5$	0.594	0.099	0.297	0.01

表2 各合成方法的合成结果

$m_1, m_2, m_3$	$m(A)$	$m(B)$	$m(C)$	$m(\Theta)$
$M_1$	0	0.143	0.857	0
$M_2$	0	0.004	0.072	0.924
$M_3$	0.171	0.082	0.290	0.457
$M_4$	0.384	0.082	0.534	0
$M_5$	0.354	0.072	0.573	0
$M_6$	0.369	0.061	0.570	0
$m_1, m_2, m_3, m_4$	$m(A)$	$m(B)$	$m(C)$	$m(\Theta)$
$M_1$	0	0.053 0	0.947 0	0
$M_2$	0	0.000 4	0.021 6	0.978
$M_3$	0.216 0	0.077 0	0.238 0	0.469
$M_4$	0.472 5	0.064 2	0.463 3	0
$M_5$	0.496 0	0.008 0	0.496 0	0
$M_6$	0.610 0	0.016 0	0.374 0	0
$m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$	$m(A)$	$m(B)$	$m(C)$	$m(\Theta)$
$M_1$	0	0.018 00	0.982 00	0
$M_2$	0	0.000 04	0.006 48	0.993 48
$M_3$	0.243 0	0.074 00	0.217 00	0.466 00
$M_4$	0.529 1	0.054 50	0.416 40	0
$M_5$	0.667 0	0.002 00	0.331 00	0
$M_6$	0.780 0	0.003 00	0.217 00	0

表2中,  $M_1$  为D-S合成方法的合成结果;  $M_2$  为文献[5]中的Yager合成方法的合成结果;  $M_3$  为文献[6]中的孙氏合成方法的合成结果;  $M_4$  为文献[7]中的Lefevre合成方法的合成结果;  $M_5$  为文献[9]中的Murphy合成方法的合成结果;  $M_6$  为本文的合成方法的合成结果。

由式(5)表示的各证据的基本可信度分配函数可看出, 除第2条证据外, 其余各证据均在很大程度上支持命题元素 $A$ ; 第2条证据实际上是干扰证据。最终合成的结果应判断出目标类型为 $A$ 。由表2中的D-S合成方法, 得到的最终合成结果的目标类型为 $C$ , 与实际相悖。这是由于D-S合成公式将参与合成的各证据的重要程度视为相同, 算例中重要程度低的证据成为干扰因素, 使得证据间的冲突程度很大, 影响了融合结果。对于其他的方法, 当只有3条证据合成时, 得到目标类型为 $A$ 。这说明在实际的合成中, 考虑到会有可靠程度低的证据的干扰, 应多收集证据。Yager方法、叶氏方法和Lefevre方法的合成结果与本文的方法相比, 合成结果识别速度慢, 未考虑各参与合成的证据的重要程度且不满足结合律, 合成效果并不理想。特别是Yager方法, 由于将冲突完全赋给不确定元素, 使得方法过于保守。而Murphy方法由于只是对证据进行简单平均, 没有考虑到各参与合成的证据的重要程度, 使得重要程度低的证据影响了整个的融合结果, 其识别的速度劣于本文的方法。

## 4 结束语

改进的D-S合成方法可以对合成公式进行改进, 也可对证据模型进行改进。本文认为D-S合成公式原理是正确的, 但在实际应用中, 利用该合成公式可能得到不合理的结果, 其原因是由于证据可信度分配模型不合理所致。本文引入证据权的概念, 给出了证据权的具体算法, 对已有的基本可信度分配函数进行修正, 使得修正后的各证据具有相同的重要程度后才利用D-S合成公式进行合成。最后的算列表

明, 本文的合成方法与采用D-S合成公式和其他修正方式的方法相比, 能够在融合系统中得到更合理的结果。

## 参 考 文 献

- [1] DEMPSTER A P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping[J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1967, 38(4): 325-339.
- [2] SHAFER G A. Mathematical theory of evidence[M]. Princeton N J: Princeton University Press, 1976: 19-63.
- [3] ZADEH L A. Review of books: A mathematical theory of evidence[J]. AI Magazine, 1984, 5(3): 81-83.
- [4] SMETS P. The combination of evidence in the transferable belief method[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(5): 447-458.
- [5] YAGER R R. On the Dempster-Shafer framework and new combination rules[J]. Information Sciences, 1987, 41(2): 93-137.
- [6] 孙 全, 叶秀清, 顾伟康. 一种新的基于证据理论的合成公式[J]. 电子学报, 2000, 8(28): 117-119.  
SUN Quan, YE Xiu-qing, GU Wei-kang. A new combination rules of evidence theory[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(8): 117-119.
- [7] LEFEVRE E, COLOT O, VANNOORENBERGHE P, et al. A generic framework of resolving the conflict in the combination of belief structures[C]//In: Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Information Fusion. Paris: ISIF, 2000.
- [8] HAENNI R. Are alternatives to Dempster's rule of combination real alternatives: comments on "about the belief function combination and the conflict management problem"[J]. Information Fusion, 2002, 3(4): 237-239.
- [9] MURPHY C K. Combining belief functions when evidence conflicts[J]. Decision Support Systems, 2000, 29(1): 1-9.
- [10] JOUSSELME A L, DOMINIC G, BOSSE E. A new distance between two bodies of evidence[J]. Information Fusion, 2001, 2(2): 91-101.
- [11] CAPELLE A S, MALOIGNE C F, COLOT O. Introduction of spatial information within the context of evidence theory[C]//In: Proceedings of 2003 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Hong Kong, China: IEEE, 2003: 785-788.

编辑 熊思亮