

非线性积分点火模型的相干共振

周玉荣^{1,2}, 郝小江², 张安英¹, 庞小峰¹

(1. 电子科技大学生命科学与技术学院 成都 610054; 2. 攀枝花学院电气信息工程学院 四川 攀枝花 617000)

【摘要】研究了电压门控离子通道噪声和突触噪声共同作用下非线性积分点火模型的相干共振现象。基于绝热近似理论,得到了神经元首次点火概率分布、神经元点火率和神经元点火峰峰间隔的变差系数的近似表达式。研究表明,首次点火概率分布、点火率是离子通道噪声和突触噪声的强度的非单调函数,适当的噪声强度可使神经元自发点火,即出现相干共振现象。

关键词 绝热近似; 变差系数; 相干共振; 点火率; 首次点火
中图分类号 O211.64 **文献标识码** A

Coherence Resonance of a Nonlinear Integral-and-Fire Model

ZHOU Yu-rong^{1,2}, HAO Xiao-jiang², ZHANG An-ying¹, and PANG Xiao-feng¹

(1. School of Life Science and Technology, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054;

2. School of Information and Electric Engineering, Panzhihua University Panzhihua Sichuan 617000)

Abstract The phenomenon of coherence resonance of a nonlinear integral-and-fire model subject to a voltage-gated channel noise and a synaptic noise is investigated. Based on the adiabatic approximation theory, we obtain the approximate expressions of the firing rate (FR), the probability distribution of the first fire (FPD), and the coefficient of variation (CV) of interspike interval of firing. It is shown that the FPD and the FR are non-monotonic functions of the strength of the voltage-gated channel noise and the synaptic noise. Furthermore, by choosing appropriate noise parameter, spontaneous fire of neuron can occur, i.e., the phenomenon of coherence resonance can take place.

Key words adiabatic approximation; coefficient of variation; coherence resonance; firing rate; first fire

文献[1]通过实验和函数拟合建立了神经元膜电位和细胞膜离子通道电流的依赖关系,简称HH模型。人们对HH模型进行改进和简化,得到了LIF(leakage-integral-fire)模型、FHN(fitzhug-nagumo)模型和NIF(nonlinear integral-and-fire)模型^[2]。理论生物学者开始研究噪声环境下神经系统的随机动力学特性^[3]。神经系统的噪声分为离子通道噪声和突触噪声^[4],噪声可以引发神经系统的相干共振^[5]。相干共振是指当可激发系统受到噪声的作用时,一旦噪声超过一定的阈值,系统就会产生脉冲放电的现象^[6]。在神经动力学系统中,相干共振可以通过首次点火概率分布、点火率和点火峰峰间隔的变差系数^[7]来表征。以往的研究中只考虑离子通道噪声,没有考虑突触噪声。本文研究离子通道噪声和突触噪声同时作用下,NIF模型的相干共振现象。

1 系统模型

考虑由朗之万方程描述的随机非线性积分点火模型^[8]为:

$$C \frac{dV}{dt} = g(V) + V\xi(t) + \eta(t) \quad (1)$$

式中 C 为单位面积的膜电容; $g(V)$ 为膜电流和膜电压的关系函数; $\eta(t)$ 为离子通道噪声; $\xi(t)$ 为突触噪声。相对膜电位而言,突触噪声为外源噪声,对膜电位的作用表现为乘性噪声;离子通道噪声为膜内部的噪声,对膜电位的作用表现为加性噪声。 $\xi(t)$ 和 $\eta(t)$ 为不相关的零均值白噪声,统计特性为:

$$\begin{aligned} \langle \xi(t)\xi(s) \rangle &= 2D_0\delta(t-s) \\ \langle \eta(t)\eta(s) \rangle &= 2P_0\delta(t-s) \end{aligned} \quad (2)$$

式中 P_0 为离子通道噪声的强度; D_0 为突触噪声的强度。

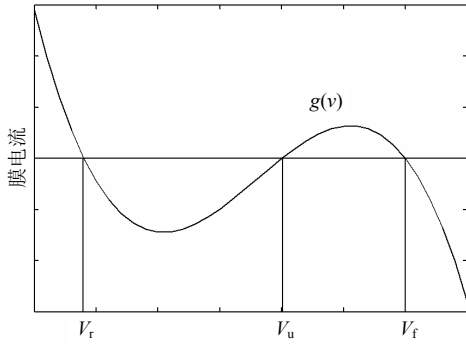


图1 非线性积分点火模型的膜电流与膜电压关系曲线

图1所示为膜电压和膜电流的关系曲线, 满足 $g(V) = k(V - V_r)(V - V_u)(V - V_f)$ 。其中, k 为正常数; V_r 为静息电位; V_u 为阈值电位; V_f 为点火电位, 且 $V_r < V_u < V_f$ 。令 $x = (V - V_r)/(V_f - V_r)$, $a = (V_u - V_r)/(V_f - V_r)$, 则相应的静息电位、阈值电位、点火电位分别为 x_r 、 x_u 和 x_f , 其取值为 0、 a 和 1, 显然 $0 < a < 1$ 。则式(1)可写成:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{a}x(x-a)(x-1) + x\xi'(t) + \eta'(t) \quad (3)$$

式中 $\xi'(t)$ 和 $\eta'(t)$ 满足:

$$\begin{aligned} \langle \xi'(t) \rangle &= \langle \eta'(t) \rangle = 0 \\ \langle \xi'(t)\xi'(s) \rangle &= 2D\delta(t-s) \\ \langle \eta'(t)\eta'(s) \rangle &= 2P\delta(t-s) \\ \langle \xi'(t)\eta'(s) \rangle &= \langle \xi'(s)\eta'(t) \rangle = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $D = D_0/[kC(V_u - V_r)(V_f - V_r)^3]$; $P = P_0/[kC \times (V_u - V_r)(V_f - V_r)^3]$ 。式(3)对应的福克-普朗克方程为:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}[M(x)\rho(x,t)] + \frac{\partial^2}{\partial x^2}[N(x)\rho(x,t)] \quad (5)$$

式中 $M(x) = -x(x-a)(x-1)/a + Dx$; $N(x) = Dx^2 + P$ 。根据绝热近似理论^[9], 式(5)的稳态概率分布为:

$$P_s(x) = C_{st} \exp[-U(x)/D] / \sqrt{N(x)} \quad (6)$$

式中 C_{st} 为归一化常数; $U(x)$ 为修正势函数,

$$U(x) = \int_{-\infty}^x D[-Q'(y)] / N(y) dy; \quad Q'(x) = \frac{dQ}{dx} = \frac{1}{a}x \times$$

$(x-a)(x-1) - Dx$ 。由式(6)可得, 首次点火的概率分布为:

$$P_f = P_s(x > a) = 1 - \int_0^a P_s(x) dx \quad (7)$$

神经元的点火率为:

$$K = |\omega_r \omega_u| \exp[-\Delta U(x)/D] / (2\pi) \quad (8)$$

式中 $\omega_r^2 = \frac{\partial^2 Q(x)}{\partial x^2} \Big|_{x=x_r}$; $\omega_u^2 = -\frac{\partial^2 Q(x)}{\partial x^2} \Big|_{x=x_u}$;

$$\Delta U(x) = U(x = x_u) - U(x = x_r)。$$

本文通过神经元点火的变差系数来进一步研究

在离子通道噪声和突触噪声作用下的相干共振现象。针对离散序列的研究方法一般采用首先记录神经元点火峰值电压出现的时间序列 $\{t_i\}$, 通过计算峰峰间隔 $T_i = t_{i+1} - t_i$, 得到峰峰间隔的分布序列 $\{T_i\}$, 再用取极限的方法得到峰峰间隔 T_i 的均值, 即:

$$\langle T \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_j T_j$$

最后用变差系数来定义神经元点火的相干性, 即:

$$C_V = \sqrt{\langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2} / \langle T \rangle$$

如果只考虑外加周期刺激, 不考虑噪声, 则 $C_V = 0$; 对于一个完全不相干的刺激序列(如泊松点过程刺激), 则 $C_V = 1$; 当同时考虑外加刺激和噪声影响时, 则 $0 < C_V < 1$ 。为了讨论方便, 把神经点火模型考虑为二态过程, 其中一个态表征静息态, 另一个态表征点火态, 等效为布朗粒子在双稳势场中的运动^[10]。在噪声的作用下, 粒子可以以一定概率通过势垒, 相对神经动力学而言, 噪声可以驱动神经元点火。下面计算 C_V , 设 N_{\pm} 为两态之间的转移概率, 则 N_{\pm} 满足^[11]:

$$\begin{aligned} N_{\pm} &= \frac{P}{\sqrt{2\pi}} \exp[\mp k - \Delta\Phi / (2P)] \\ C_V &= \sqrt{N_+^2 + N_-^2} / (|N_+| + |N_-|) \end{aligned} \quad (9)$$

式中

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{\sqrt{DP}} \arctan(P/\sqrt{D}) \\ \Delta\Phi &= P[1 + 1/D] \ln\{[(P^2 + D)/D] - 1\} \end{aligned}$$

2 讨论

由式(7)~式(9)可知, 神经元的首次点火概率分布、神经元的点火率为门控离子通道噪声强度、突触噪声强度的非单调函数。如图2~图6所示, 参数选择: $C = 0.1 \mu\text{F}$, $V_r = -70 \text{ mV}$, $V_u = -55 \text{ mV}$, $V_f = 25 \text{ mV}$, $k = 0.01$ 。噪声强度的量纲为皮瓦。从图2~图6可见, 突触噪声和离子通道噪声协调作用可以增强神经元的活动。

图2和图3所示为两种噪声取不同值时, 神经元首次点火的概率分布 P_f 。从图2中可以看出, P_f 与突触噪声强度 D 成非单调关系, P_f 随突触噪声强度 D 的增加出现一个最小值, 然后开始缓慢上升, 该特性表明存在一个最优突触噪声值, 能抑制神经元点火。由于突触噪声起源于神经递质的量子释放以及突触间隙复杂的生物化学反应, 在神经动力学研究中可以利用该性质来判断突触的生理过程变化情况。另外, 在给定突触噪声强度 D 的情况下, 离子

通道噪声 P 越大, P_f 也越大。该特性表明, 当两种噪声均比较大时, 神经元首次点火的概率也较大。从图3可知, 神经元首次点火概率 P_f 随着离子通道噪声强度 P 的增加快速增加, 到达一个最大值以后, 逐渐减小。该特性表明, 存在一个最优离子通道噪声强度, 能促进神经元自发放电。离子通道噪声来源于离子通道的随机开闭, 由于离子通道的随机开闭, 使得膜电流随机变化。从图3中还可以看出, 固定离子通道噪声强度时, P_f 随突触噪声强度的增大而增大。

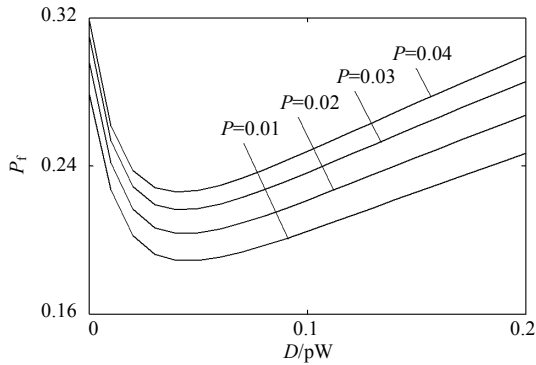


图2 离子通道噪声强度取不同值首次点火概率分布与突触噪声强度的关系曲线

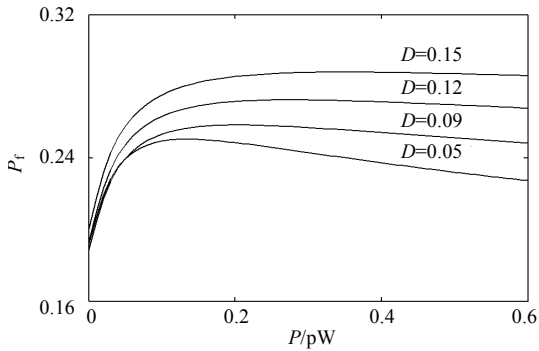


图3 突触噪声强度取不同值首次点火概率分布与离子通道噪声强度的关系曲线

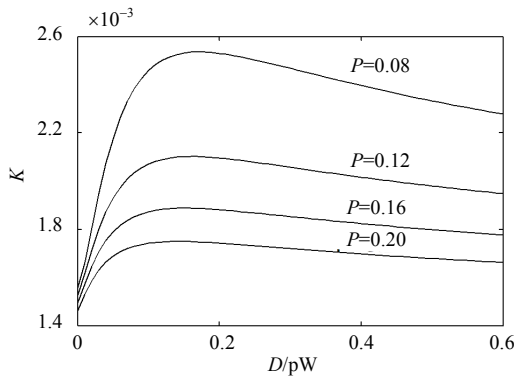


图4 离子通道噪声强度取不同值神经元点火率与突触噪声强度的关系曲线

图4所示为神经元点火率 K 与突触噪声强度 D 的关系曲线, 由于点火率表征单位时间内神经点火的次数, 如果没有噪声和外加刺激, 则点火率 K 应为零。在有噪声的情况下, 神经元能自发放电, 并且不同的噪声来源对点火率的贡献是不同的。从图4可见, K 随突触噪声强度 D 的增加出现一个最大值。该性质表明, 存在一个最优突触噪声强度, 能使神经元的自发放电到达最佳。同理可以通过点火率, 来判断神经生理过程变化。

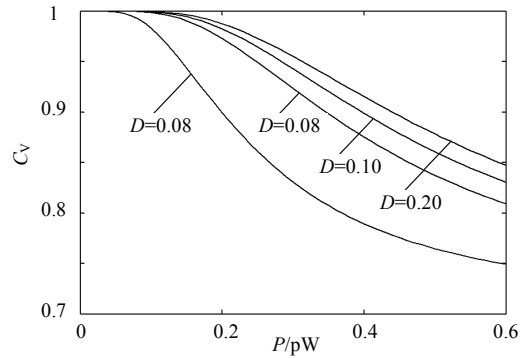


图5 突触噪声强度取不同值神经元点火的变差系数与离子通道噪声强度的关系曲线

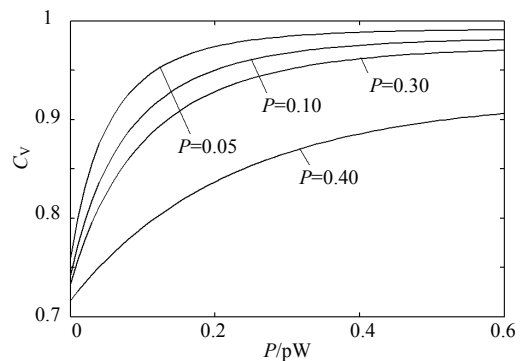


图6 离子通道噪声强度取不同值神经元的点火率与突触噪声强度的关系曲线

图5和图6所示为两种噪声取不同值时, 神经元点火峰峰间隔的变差系数 C_v 的关系曲线。从图5中可知, C_v 随离子通道噪声强度 P 的增加逐渐减小, 说明神经点火的相干性逐渐增强, 即离子通道噪声可以使神经元规则点火; 另外, 在给定离子通道噪声强度的条件下, C_v 随突触噪声强度的增大而增大。从图6可以看出, C_v 随突触噪声强度的增大逐渐增大, 说明神经点火的相干性逐渐减弱。当突触噪声强度 D 增大到一定值时, C_v 趋近1, 表明在大的突触噪声强度下, 神经元点火类似于外加泊松点刺激。从图6中还可以看出, C_v 随离子通道噪声强度的增加逐渐减小, 这与图5相吻合。

(下转第776页)

- [2] 耿丽娜, 王淑荣, 李 鹏, 等. 聚吡咯/二氧化锡杂化材料的制备及气敏性研究[J]. 无机化学学报, 2005, 21(7): 977-981.
GENG Li-na, WANG Shu-rong, LI Peng, et al. Preparation and gas sensitivity study of polypyrrole/tin oxide hybrid material[J]. Chinese Journal of Inorganic Chemistry, 2005, 21(7): 977-981.
- [3] KOBAYASHI T, YONEVAMA N, TAMURA H. Electrochemical reactions concerned with electrochromism of polyaniline film-coated electrodes[J]. Electroanal Chem, 1984, (177): 281-291.
- [4] M acD ia rm id A G, MU S L, SOMASIRIN L D, et al. Electrochemical characteristics of "polyaniline" cathodes and anodes in aqueous electrolytes[J]. Mol Cryst Liq Cryst, 1985, (121): 187-190.
- [5] 张清华, 王献红, 景遐斌. 聚苯胺的合成及其光谱特性[J]. 化学世界, 2001, (5): 242-243.
ZHANG Qing-hua, WANG Xian-hong, JING Xia-bin. Synthesis of Polyaniline and its spectra properties[J]. Chemical World, 2001, (5): 242-243.
- [6] SU Shi-jian, NORIYUKI K. Synthesis of processable polyaniline complexed with anionic surfactant and its conducting blends in aqueous and organic system[J]. Synthetic Metals, 2000, 108: 212-221.
- [7] HABA Y, SEGAL E, NARKIS M, et al. Polymerization of aniline in the presence of DBSA in an aqueous dispersion[J]. Synthetic Metals, 1999, 106: 59-66.
- [8] 周震涛, 刘 芳, 杨洪业, 等. $(\text{NH}_4)_2\text{S}_2\text{O}_8$ 体系聚苯胺合成、结构与性能研究[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 1995, 23(2): 47-51.
ZHOU Zhen-tao, LIU Fang, YANG Hong-ye, et al. Studies on the synthesis, structure and properties of Polyaniline in $(\text{NH}_4)_2\text{S}_2\text{O}_8$ system[J]. Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition), 1995, 23(2): 47-51.
- [9] 苏碧桃, 敏世雄, 余世雄, 等. 导电聚苯胺/ TiO_2 复合纳米纤维的制备和表征[J]. 西北师范大学学报(自然科学版), 2006, 44(4): 67-70.
SU Bi-tao, MIN Shi-xiong, YU Shi-xiong, et al. Synthesis and characterization of conductive polyaniline/ TiO_2 composite nanofibers[J]. Journal of Northwest Normal University(Natural Science Edition), 2006, 44(4): 67-70.
- [10] EVANS P, EWEN R J, COLIN L, et al. Novel composite organic inorganic semiconductor sensors for the quantitative detection of target organic vapour[J]. Journal of Material Chemistry, 1996, 6(3): 289-294.

编辑 漆 蓉

(上接第726页)

3 结 束 语

本文研究了突触噪声和离子通道噪声同时作用时, 非线性积分点火模型的相干共振现象。研究表明, 突触噪声和离子通道噪声均可以触发神经元的自发点火; 但两种噪声对神经元自发电火的影响不一样, 突触噪声使神经元自发电火更具有随机性, 而离子通道噪声使神经元点火具有相关性。本文的结论对在噪声环境中的神经动力学研究有一定的理论和临床意义。

参 考 文 献

- [1] HODGKIN A L, HUXLEY A F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve[J]. J Physiol, 1952, 10: 500-544.
- [2] KEENER J, SNEYD J. Mathematical physiology[M]. Germany: Springer, 1998.
- [3] LECAR H, NOSSAL R. Theory of threshold fluctuations in nerves. I relationships between electrical noise and fluctuations in axon firing[J]. J Physiol, 1971, 11: 1048-1067.
- [4] WHITE J A, RUBINSTEIN J T, KAY A R. Channel noise in neurons[J]. Trends Neurosci, 2000, 23: 131-137.
- [5] LINDER B, GARCIA-OJALVO J, NEIMAN A, et al. Effects of noise in excitable systems[J]. Physics Reports, 2004, 392: 321-424.
- [6] LONGTIN A, CHIALVO D R. Stochastic and deterministic resonances for excitable system[J]. Phys Rev Lett, 1998, 391: 4012-4015.
- [7] BENJAMIN L, SCHIMANSKY-GEIER L, LONGTIN A, et al. Maximizing spike train coherence or incoherence in the leaky integrate-and-fire model[J]. Phys Rev E, 2002, 66: 031916/1-6.
- [8] MARCIN K, MICHAEL S, PETER T, et al. Neuron firing in driven nonlinear integrate-and-fire models[J]. Mathematical Biosciences, 2007, 207: 302-311.
- [9] MCNAMARA B, KURT W. Theory of stochastic resonance[J]. Phys Rev A, 1989, 39: 4854-4869.
- [10] REIMANN P. Brownian motors: noisy transport far from equilibrium[J]. Physics Reports, 2002, 362: 257-265.
- [11] GOU Feng, ZHOU Yu-rong, JIANG Shi-qi, et al. Stochastic resonance in a mono-stable system with multiplicative and additive noise[J]. J Phys A Gen, 2006, 39: 13861-13868.

编辑 税 红