

# 周期性介质切伦柯夫脉塞的粒子模拟

李悦宝，祝大军，刘盛纲

(电子科技大学物理电子学院 成都 610054)

**【摘要】**通过对周期性介质切伦柯夫脉塞的分析，采用等效电容的方法将周期性介质等效为均匀的各向异性介质，从而推导出了注波互作用色散方程，并进行了数值模拟。研究发现微波频率和输出功率随着介质膜片宽度的变化而变化，通过调整周期中介质所占的比例(即相当于调整纵向介电常数和横向介电常数)来调整输出频率和功率，从而使研制出高频率微波器件成为可能。

**关 键 词** 色散方程； 等效介电常数； 环形电子注； 粒子模拟

中图分类号 TN136

文献标识码 A

## PIC Simulation of Periodic Dielectric Cerenkov Maser

LI Yue-bao, ZHU Da-jun, and LIU Sheng-gang

(School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

**Abstract** According to the analysis of periodic dielectric Cerenkov maser, by using of equivalence theory, periodic dielectric cerenkov maser is considered as uniform anisotropic dielectric. the dispersion equation of periodic dielectric cerenkov maser are derived. Through the way of particle-in-cell (PIC) simulation, we can see that the output power and output frequency will be changed corresponding to the  $\varepsilon_z$  and  $\varepsilon_r$  (same as to adjust the percentage of dielectric area) . So it is possible to achieve high frequency microwave output by adjusting the width of dielectric film.

**Key words** dispersion equation; equivalent dielectric constant; intense relativistic annular electron beam; particle-in-cell simulation

目前高功率微波(high power microwave, HPM)是国际上关注的研究领域，对其的研究可以追溯到20世纪50年代。由于高功率微波在军事上和民用上都有着极其广泛的应用前景，引起了各国的高度重视。特别是近年高功率微波得到了长足的发展，其中最为著名的是等离子体切伦柯夫脉塞<sup>[1]</sup>和切伦柯夫自由电子激光<sup>[2]</sup>，这两种方案都是为了提高微波输出频率和功率。本文利用等效电容原理，设计一种通过调整介质膜片所占的宽度来调整输出功率和频率的器件。

## 1 理论分析

当电子注沿对称轴方向通过周期性介质膜片加载的圆柱形金属波导时会产生纵向扰动，如图1所示。设空心相对论电子注的初速度为 $v_0$ ，进入由相对介电常数为 $\varepsilon_i$ 的周期性介质膜片加载的圆柱波导内，由麦克斯韦方程得到扰动电场 $\delta E_z$ 满足有源波

动方程<sup>[3]</sup>：

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \delta E_z}{\partial r} \right) - p^2 \delta E_z = - \frac{\omega_b^2}{\gamma_0^2} \frac{p^2 \Delta R_b \delta(r - R_b)}{(\omega - \beta v_0)^2} \delta E_z \quad 0 \leq r \leq R_i \quad (1)$$

式中  $p^2 = \beta^2 - \frac{\omega^2}{c^2}$  ;  $\omega_b^2 = \frac{n_{b0} e^2}{\gamma_0 m_0 \varepsilon_0}$  ;  $\gamma_0^2 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$  ;

$\beta_0 = \frac{v_0}{c}$  ;  $n_{b0}$  为电子注密度， $m_0$  为电子质量； $c$  为真空中的光速； $\beta$  为传播常数。当电子注无限薄时，电子注只有在 $r=R_b$  处有贡献，所以忽略径向场对源的作用，对式(1)两边沿电子注作径向积分，得到跳变条件为：

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\partial \delta E_z}{\partial r} \Big|_{R_b - \varepsilon}^{R_b + \varepsilon} = - \frac{\omega_b^2}{\gamma_0^2} \frac{p^2 \Delta R_b}{(\omega - \beta v_0)^2} \delta E_z(R_b) \quad (2)$$

由式(1)可得 I、II 区纵向扰动电场的解为：

$$\delta E_z = \begin{cases} AI_0(pr) & 0 \leq r \leq R_b \text{ I区} \\ BI_0(pr) + CK_0(pr) & R_b < r \leq R_i \text{ II区} \end{cases} \quad (3)$$

式中  $I_0$  和  $K_0$  分别为零阶第1类虚宗量贝塞尔函数和第2类虚宗量贝塞尔函数。对于III区的场使用等效电容的方法, 可以将周期性放置的介质膜片用均匀各向异性介质来等效。设想有两个金属片垂直于轴安放, 其中介质填充情况如图2所示。如果认为图2a所示结构电容与图2b均匀填充介质的平板电容器等效, 可得 $z$ 向等效介电常数; 同理, 如果认为图2c所示结构的电容与图2d均匀填充介质的圆环形电容器等效, 可得到径向等效介电常数<sup>[4-9]</sup>:

$$\begin{cases} \varepsilon_z = \varepsilon_0 / [1 - g(1 - \varepsilon_0 / \varepsilon)] \\ \varepsilon_r = \varepsilon_0 [1 + g(\varepsilon / \varepsilon_0 - 1)] \end{cases} \quad g = d_1 / d_2 \quad \varepsilon = \varepsilon_1 \varepsilon_0 \quad (4)$$

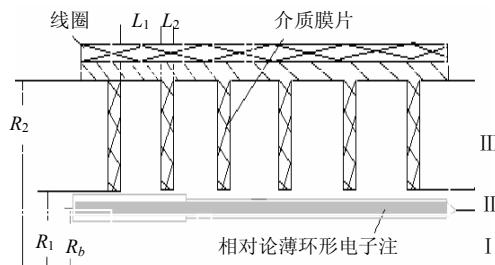


图1 注波互作用区示意图

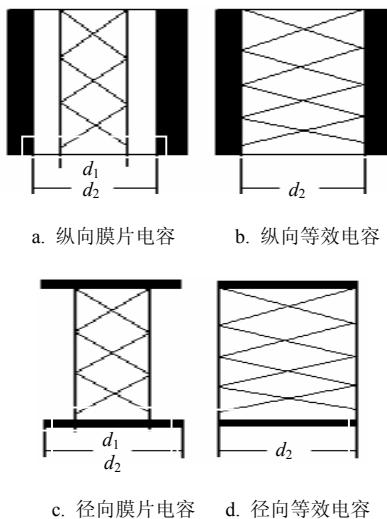


图2 等效电容示意图

由麦克斯韦方程基本形式可以得到III区扰动电场满足方程:

$$\frac{\partial^2 \delta E_{z\text{III}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \delta E_{z\text{III}}}{\partial r} + \left( \omega^2 \varepsilon_z \mu_0 - \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r} \beta^2 \right) \delta E_{z\text{III}} = 0 \quad (5)$$

求解式(5), 可得III区纵向扰动电场的表达式为:

$$\delta E_{z\text{III}} = DJ_0(qr) + EY_0(qr) \quad R_1 < r \leq R_2 \quad (6)$$

式中  $q^2 = \omega^2 \varepsilon_z \mu_0 - \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r} \beta^2$ ;  $J_0$  和  $Y_0$  分别为零阶第1类贝塞尔函数和第2类贝塞尔函数。综合式(3)、式(6), 得出纵向扰动电场的解为:

$$\delta E_z = \begin{cases} AI_0(pr) & 0 \leq r \leq R_b \\ BI_0(pr) + CK_0(pr) & R_b < r \leq R_1 \\ DJ_0(qr) + EY_0(qr) & R_1 < r \leq R_2 \end{cases} \quad (7)$$

利用边界条件和跳变条件, 消去待定系数就可以得到周期性介质切伦柯夫脉塞的注波互作用色散方程为:

$$\frac{I_1(pR_1)B(qR_2, qR_1) - \frac{p\varepsilon_z}{q\varepsilon_0} I_0(pR_1)A(qR_2, qR_1)}{K_1(pR_1)B(qR_2, qR_1) + \frac{p\varepsilon_z}{q\varepsilon_0} K_0(pR_1)A(qR_2, qR_1)} = \frac{\frac{\omega_b^2 p \Delta R_b}{\gamma_0^2 (\omega - \beta v_0)^2} I_0^2(pR_b)}{C(pR_b, pR_b) - \frac{\omega_b^2 p \Delta R_b}{\gamma_0^2 (\omega - \beta v_0)^2} I_0(pR_b)K_0(pR_b)} \quad (8)$$

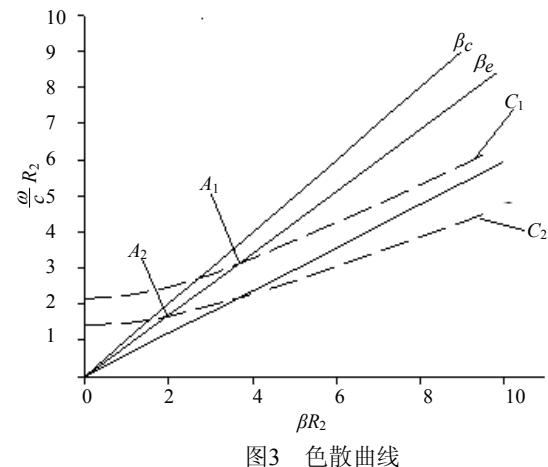
式中

$$A(x, y) = J_0(x)Y_1(y) - J_1(x)Y_0(y)$$

$$B(x, y) = J_0(x)Y_0(y) - J_0(y)Y_0(x)$$

$$C(x, y) = I_0(x)K_1(y) + I_1(y)K_0(x)$$

由色散式(8)可以得到其所对应的色散曲线, 如图3所示。其中,  $\beta_c = \omega/c$ ,  $\beta_e = \omega/v_0$ 。曲线  $C_1$  为周期性介质切伦柯夫脉塞  $TM_{01}$  模的色散曲线, 曲线  $C_2$  为均匀介质切伦柯夫脉塞  $TM_{01}$  模的色散曲线。曲线  $C_1$  高于曲线  $C_2$ , 因此同步点  $A_1$  高于同步点  $A_2$ 。说明在相同的输入电压下, 周期性切伦柯夫脉塞会有更高的输出频率。当输入电压  $U = 480$  kV、电流  $I = 0.9$  kA、 $\varepsilon_1 = 5$  时, 由同步点  $A_1$  的纵坐标可以得出输出频率为 10.4 GHz, 这一点在下述数值模拟的过程中得到了验证。



## 2 数值模拟

基于上述理论分析, 本文对该器件进行数值模拟, 其结构如图4所示。该器件主要由一个周期性介质膜片加载的圆柱波导和同轴输出腔组成, 器件的

总长  $L=22.5$  cm, 波导的内半径  $R_2=1.45$  cm, 内导体半径  $R_{in}=0.73$  cm, 环形电子注的中心位置  $R_b=0.4$  cm, 厚度  $\Delta R_b=3$  mm; 周期性介质的总长度为 12.5 cm, 周期  $T=L_1+L_2$ , 其中,  $L_1$  为间隙宽度,  $L_2$  为膜片宽度, 当输入电压  $U=480$  kV, 输入电流  $I=0.9$  kA, 输出功率和频率随  $L_1$ 、 $L_2$  和介质膜片的相对介电常数  $\epsilon_i$  的变化而变化, 其关系如表1和表2所示。

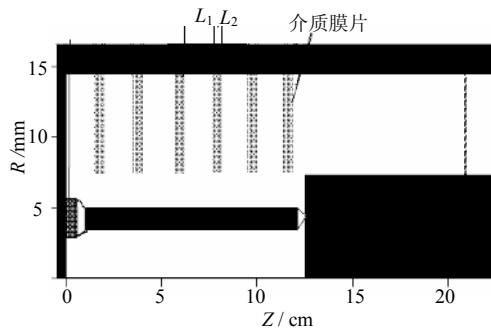


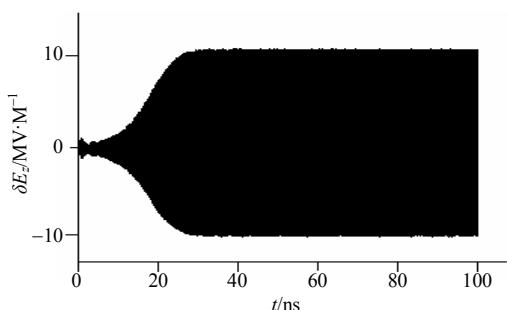
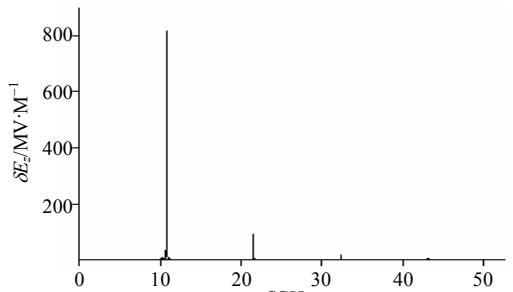
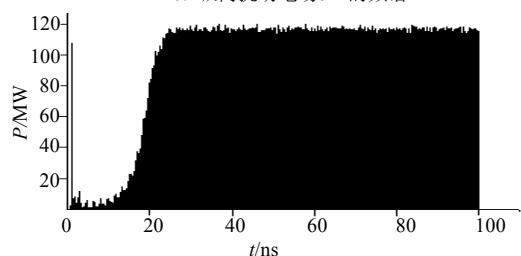
图4 结构图

表1 输出效率和频率随  $L_1$  和  $L_2$  的变化 ( $\epsilon_i=4.5$ )

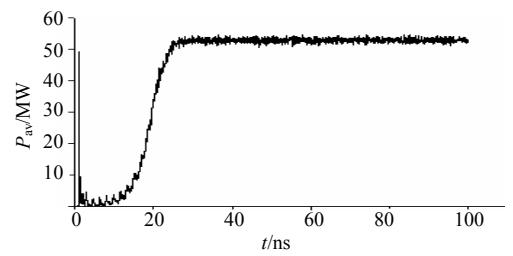
$U/kV$	$I/kA$	$L_1/mm$	$L_2/mm$	$\eta/(\%)$	$f/GHz$
480	0.9	16	4.3	6.94	7.97
480	0.9	15	5.3	4.63	7.82
480	0.9	12	8.3	8.77	7.47
480	0.9	11	9.3	11.60	10.77
480	0.9	10	10.3	11.10	10.51
480	0.9	9	11.3	11.10	10.29

表2 输出效率和频率随介质膜片的相对介电常数  $\epsilon_i$  的变化

$\epsilon_i$	$U/kV$	$I/kA$	$L_1/mm$	$L_2/mm$	$f/GHz$
4.5	480	0.9	11	9.3	10.77
5	480	0.9	11	9.3	10.48
6	480	0.9	11	9.3	9.59
7	480	0.9	11	9.3	8.86

a. 纵向扰动电场  $\delta E_z$  随时间的变化b. 纵向扰动电场  $\delta E_z$  的频谱

c. 输出功率



d. 平均输出功率

图5 输出电场和输出功率

从表1中可知, 当电压  $U=480$  kV、电流  $I=0.9$  kA、 $\epsilon_i=4.5$ 、 $L_1=11$  mm、 $L_2=9.3$  mm、在加1 T纵向引导磁场时, 可以得到最高输出频率 10.77 GHz 和 11.6% 的效率。图5a 和 图5b 所示为在该参数下的扰动电场积分值随时间的变化图以及频谱图, 图5c 和 图5d 所示为输出功率及所对应的平均功率。

### 3 结束语

本文通过对周期性介质膜片加载的切伦柯夫脉塞的分析, 利用均匀的各向异性介质切伦柯夫脉塞来对其进行等效, 得到了纵向和横向的等效介电常数; 导出了周期性介质膜片加载切伦柯夫脉塞的色散方程, 从而通过调整介质膜片的纵向宽度来调整纵向和径向等效介电常数; 并且由数值模拟来验证了这一过程。

由表2中可知, 输出频率随介质膜片相对介电常数  $\epsilon_i$  的增大而降低。

(下转第796页)

- systems with backlash—a survey[J]. *Automatica*, 2002, 38: 1633-1649.
- [2] SURANENI S, KAR I N, MURTHY O V R, et al. Adaptive stick-slip friction and backlash compensation using dynamic fuzzy logic system[J]. *Applied Soft Computing*, 2005, 6: 26-37.
- [3] LIU G, GOLDENBERG A A, ZHANG Y. Precise slow motion control of a direct-drive robot arm with velocity estimation and friction compensation[J]. *Mechatronics*, 2004, 14: 821-834.
- [4] SELMIC R R, LEWIS F L. Neural net backlash compensation with Hebbian tuning using dynamic inversion[J]. *Automatica*, 2001, 37: 1269-1277.
- [5] GARAGIC D, SRINIVASAN K. Adaptive friction compensation for precision machine tool drive[J]. *Control Engineering Practice*, 2004, 12: 1451-1464.
- [6] WANG Ying, ZHEN Hua-xiong, HAN Ding. Robust controller based on friction compensation and disturbance observer for a motion platform driven by a linear motor[J]. *J Systems and Control Engineering*, 2006, 220: 33-39.
- [7] YAN Jun-juh, SHYU Kuo-kai, LIN Jui-sheng. Adaptive variable structure control for uncertain chaotic systems containing dead-zone nonlinearity[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2005, 25: 347-355.
- [8] INNOCENT M, GRECO L, POLLINI L. Sliding mode control for two-time scale systems: stability issues[J]. *Automatica*, 2003, 39: 273-280.
- [9] CHU Wen-hou, TUNG Pi-cheng. Development of an automatic arc welding system using a sliding mode control[J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2005, 45: 933-939.
- [10] HUANG S J, HUANG K S, CHIOU K C. Development and application of a novel radial basis function sliding mode controller[J]. *Mechatronics*, 2003, 13: 313-329.
- [11] LIN F J, WAI R J. Sliding-mode-controlled slider-crank mechanism with fuzzy neural network[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2001, 48(1): 60-70.

编 辑 漆 蓉

(上接第732页)

## 参 考 文 献

- [1] 刘盛纲, 蒙林, 熊彩东. 高功率微波[J]. 电子科技大学学报, 1996, 22(1): 25-27.  
LIU Sheng-gang, MEN Lin, XIONG Cai-dong. High power microwave[J]. *Journal of Electronic Science and Technology of China*, 1996, 22(1): 25-27.
- [2] 刘盛纲, 于善夫, 刘秀红. 静电电子回旋脉塞与静电自由电子激光[J]. 强激光与粒子束, 1989, 1(2): 100-117.  
LIU Sheng-gang, YU Shan-fu, LIU Xiu-hong. Electrostatic electron cyclotron resonance maser and electrostatic free electron laser[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 1989, 1(2): 100-117.
- [3] 吴坚强, 熊彩东, 刘盛纲. 介质切伦可夫脉塞的研究[J]. 应用科学学报, 1996, 14(3): 345-353.  
WU Jian-qing, XIONG Cai-dong, LIU Sheng-gang. Study of dielectric Cherenkov maser[J]. *Journal of Applied Science*, 1996, 14(3): 345-353.
- [4] 刘盛纲. 微波电子学导论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1985.  
LIU Sheng-gang. *Introduction of microwave electronics*[M]. Beijing: Defense Industry Press, 1985.
- [5] 杨建华, 张亚洲, 舒挺. 低磁场谐振腔切伦科夫振荡器—锥形放大器的初步实验研究[J]. 强激光与粒子束, 2005, 17(5): 734-736.

- YANG Jian-hua, ZHANG Ya-zhou, SHU Ting. Primary experimental study of resonator Cerenkov oscillator\_tapered amplifier tube operated at low magnetic field[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, 17(5): 734-736.
- [6] 张军, 钟辉煌, 杨建华. 具有谐振腔的多波切伦柯夫振荡器的粒子模拟[J]. 强激光与粒子束, 2003, 15(1): 86-88.  
ZHANG Jun, ZHONG Hui-huang, YANG Jian-hua. Particle simulation of the multiwave Cerenkov generator with a resonant cavity operation at low magnetic field[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2003, 15(1): 86-88.
- [7] 吴坚强, 王海明. 电磁波在非均匀等离子体波导中的传播[J]. 电子科技大学学报, 2001, 30(4): 402-406.  
WU Jian-qiang, WANG Hai-ming. Propagation of electromagnetic wave along waveguide filled with inhomogeneously plasma[J]. *Journal of Electronic Science and Technology of China*, 2001, 30(4): 402-406.
- [8] 张克潜, 李德杰. 微波与光电子学中的电磁理论[M]. 北京: 电子工业出版社, 2001.  
ZHANG Ke-qian, LI De-jie. *Electromagnetic theory for microwaves and optoelectronics*[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2001.
- [9] Goplen B. *Magic user's manual*[M]. Washington D C: Seminar on Magic, 1997.

编 辑 税 红