

QR-AMCBFM技术快速分析电磁散射特性

韩国栋, 顾长青

(南京航空航天大学信息科学与技术学院 南京 210016)

【摘要】提出了一种新的特征基函数法——自适应修正特征基函数法(AMCBFM),并将其与基于dual-MGS的QR分解技术结合,构造一种新的混合方法——QR-AMCBFM。该方法基于对目标体分块,并按一定的距离关系划分为近、远场两部分,用AMCBFM计算出每一块上的初阶电流。在计算高阶电流时,先对块间互阻抗矩阵进行QR分解以决定远场区的互阻抗可否舍弃;然后计算出高阶基函数以及电流系数。数值结果表明,QR-AMCBFM技术具有相当高的计算效率。

关键词 自适应修正特征基函数法; 修正的行列双向Gram-Schmidt分解; 电磁散射; QR分解
中图分类号 TM15; O441.4 文献标识码 A

Hybrid Adaptively Modified Characteristic Basis Function and QR Factorization Algorithm for Fast Analyzing Electromagnetic Scattering

HAN Guo-dong and GU Chang-qing

(College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics Nanjing 210016)

Abstract A adaptively modified characteristic basis function method (AMCBFM) based on QR factorization with a dual modified Gram-Schmidt (dual-MGS) algorithm called QR-AMCBFM is proposed. In this hybrid method, the object geometry is partitioned into distinct blocks, which are divided into near and far groups depending on distances. The primary basis functions are derived firstly. In order to get the high-level basis functions, QR factorization algorithm based on dual-MGS is applied to decompose the mutual coupling matrixes to decide that the rest interactions arising in farther blocks are ignored or not. Subsequently, the high-level characteristic basis functions and the coefficient of current are calculated. Results show that the QR-AMCBFM can solve the problems very efficiently.

Key words AMCBFM; dual-MGS; electromagnetic scattering; QR factorization

近年来,高效的电磁数值计算方法得到了飞速发展,在处理PEC目标的电磁散射或辐射问题的方法中,应用比较广泛的是矩量法(MM)^[1]以及基于矩量法的快速算法,如快速多极子(FMM)^[2]、多层快速多极子(MLFMM)^[3]、混合方法(如PO-MM)^[4]等。文献[5]提出的特征基函数法(characteristic basis function method, CBFM)丰富了低频法的研究领域,国内学者也对这种方法做了进一步的研究^[6-7]。该方法基于分块技术,需要相邻块间重叠,但分块数目 M 不能太大。文献[8]提出了基于Foldy-Lax方程块构造的特征基函数法。这种方法对分块数目没有限制,但通常需要更多阶的基函数,要达到给定的剩余误差,其迭代阶数(收敛速度)花费时间多。针对基于分块的积分方程(IE)问题,文献[9]提出了在互阻抗矩阵块内实现QR分解技术。使用基于dual-MGS的QR

技术对原块矩阵进行去相关性操作,得到 Q 、 R 矩阵以达到矩阵压缩的目的^[10]。最近几年国外学者对dual-MGS的研究表明,这种方法在求解积分方程时有很高的效率^[11-13]。

针对已有特征基函数法存在的问题,本文提出了一种新的特征基函数法——自适应修正特征基函数法。

1 理论过程

1.1 AMCBFM原理

自适应修正特征基函数法本质上依然基于经典矩量法^[5]。它着眼于将目标体分块,设分成 M 块,在每块上求出初阶基函数 I^p ,然后再分别求出反映块间相互作用的高阶基函数 I^s ,进而求出电流。

(1) 计算初阶基函数 I^p 。

收稿日期: 2007-05-25; 修回日期: 2007-12-20

基金项目: 航空科学基金(20070152001)

作者简介: 韩国栋(1980-),男,博士生,主要从事计算电磁学方面的研究。

$$\mathbf{Z}_{i,i} \cdot \mathbf{I}_i^P = \mathbf{V}_i \quad i=1,2,\dots,M \quad (1)$$

式中 $\mathbf{Z}_{i,i}$ 为第 i 块内的自阻抗, 其维数为 $N_i \times N_i$, N_i 为第 i 块的未知数数目; \mathbf{V}_i 为第 i 块区域所受到的初始激励。

(2) 求解初阶特征基函数的系数。假定总电流只由(1)中初阶基函数求出, 即 $\mathbf{I}_i^{\text{Tot}(1)} = a_{1,i}^{(1)} \mathbf{I}_i^P$, 代入矩量方程 $\mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{V}$ 中, 并在方程两边同乘上 $[\mathbf{I}_i^P]^H$, 得到初阶基函数的系数 $[a_{1,1}^{(1)}, a_{1,2}^{(1)}, \dots, a_{1,M}^{(1)}]^T$, 进一步求得初阶电流 $\mathbf{I}^{\text{Tot}(1)}$ 。系数向量 $[a_{1,1}^{(1)}, a_{1,2}^{(1)}, \dots, a_{1,M}^{(1)}]^T$ 作为求二阶电流时的块间互耦系数。

(3) 计算二阶基函数的系数。以初阶基函数作为二阶激励源, 求解二阶基函数:

$$\mathbf{Z}_{i,i} \cdot \mathbf{I}_i^{S1} = - \sum_{j=1, j \neq i}^M |a_{1,j}^{(1)}| \mathbf{Z}_{i,j} \cdot \mathbf{I}_j^P \quad (2)$$

式中 $\mathbf{Z}_{i,j}$ 为第 i 块与第 j 块之间的互阻抗, 将 $\mathbf{I}_i^{\text{Tot}(2)} = a_{1,i}^{(2)} \mathbf{I}_i^P + a_{2,i}^{(2)} \mathbf{I}_i^{S1}$, 代入 $\mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{V}$ 中, 等式共有 $2M$ 个未知量和 M 个方程, 在等式两边同乘上 $[\mathbf{I}_i^P]^H$ 和 $[\mathbf{I}_i^{S1}]^H$, 与矩量方程两边的因子作内积, 计算出使用到二阶基函数时的 CBF 系数, 进一步求出总电流 $\mathbf{I}^{\text{Tot}(2)}$ 。

(4) 计算三阶基函数, 方法与计算二阶基函数类似, 具体为:

$$\mathbf{Z}_{i,i} \cdot \mathbf{I}_i^{S2} = - \sum_{j=1, j \neq i}^M |a_{2,j}^{(2)}| \mathbf{Z}_{i,j} \cdot \mathbf{I}_j^{S1} \quad (3)$$

而三阶基函数的总电流为:

$$\mathbf{I}_i^{\text{Tot}(3)} = a_{1,i}^{(3)} \mathbf{I}_i^P + a_{2,i}^{(3)} \mathbf{I}_i^{S1} + a_{3,i}^{(3)} \mathbf{I}_i^{S2} \quad (4)$$

(5) 计算到 n 阶基函数的电流表达式为:

$$\mathbf{I}_i^{\text{Tot}(n)} = a_{1,i}^{(n)} \mathbf{I}_i^P + a_{2,i}^{(n)} \mathbf{I}_i^{S1} + \dots + a_{n,i}^{(n)} \mathbf{I}_i^{S^{n-1}} \quad (5)$$

式中 n 为基函数的阶数。令:

$$\text{erro} = \left| \frac{\|\mathbf{I}^{\text{Tot}(n+1)}\|_2 - \|\mathbf{I}^{\text{Tot}(n)}\|_2}{\|\mathbf{I}^{\text{Tot}(n+1)}\|_2} \right| \times 100\% \quad (6)$$

当 erro 达到一定精度后即可停止计算更高阶的基函数, 否则转向第(5)步。

需要指出的是, 在文献[5-6]中, 矩量法是基于 EFIE 的, 为满足电流连续性问题在各分块需要重叠一部分未知数。但在本文中, 由于采用了 CFIE (CFIE 形成的矩阵性态更好), 并不需要块间重叠就可以保持相当的精度。

1.2 基于 Dual-MGS 的 QR 分解技术

对目标体分块后, 设第 i 块中的未知数数目为

m , 第 j 块中的未知数数目为 n , 则第 i 块与第 j 块之间的互阻抗矩阵可以表示为 $(\mathbf{Z}_{ij})_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n}$ 。对矩阵 \mathbf{B} 进行 QR 分解:

$$\mathbf{B} = \mathbf{Q} \mathbf{R} \quad (7)$$

式中 矩阵 \mathbf{Q} 的维数是 $m \times r$; 矩阵 \mathbf{R} 维数为 $r \times n$, r 为矩阵 \mathbf{B} 的数值秩。矩阵 \mathbf{Q} 通过 dual-MGS 技术提取一系列的单位正交矩阵获得。将矩阵 \mathbf{B} 写成形式:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_n] = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m]^T \quad (8)$$

式中 \mathbf{u}_j 为矩阵 \mathbf{B} 第 j 列向量; \mathbf{v}_i 为矩阵 \mathbf{B} 第 i 行向量。矩阵 \mathbf{Q} 可以写成: $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_r] = [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_r]^T$, 实现过程可以用 dual-MGS^[7], 结合本文研究的内容, 对其中部分步骤做了稍微改进。

通过 dual-MGS 分解, 可以得到标准正交化的向量 $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_r]^T$ 。在求解矩阵 \mathbf{Q} 时, 通过设置截断误差 ε 来控制是否要继续正交化特征值较小的向量。由于 $\varepsilon \neq 0$, 因此最终求出的 r 不会大于矩阵 \mathbf{B} 的真实秩。矩阵 \mathbf{R} 则通过从矩阵 \mathbf{B} 中提取的向量组合 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_r$ 以及矩阵 \mathbf{Q} 来求得:

$$\mathbf{v}_{\text{row}(i),j} = \sum_{k=1}^r \mathbf{q}_{k,\text{row}(i)} \mathbf{R}_{kj} \quad (9)$$

式(9)通过 r 阶的方程组来求解矩阵 \mathbf{R} 的第 j 列元素, 求解矩阵 \mathbf{R} 的所有列向量则需要计算 n 次矩阵方程。

1.3 QR 与 AMCBFM 结合技术

根据 QR 特点以及 AMCBFM 本身的性质, 将两者结合起来, 并将其应用到电磁散射的问题研究中, 该方法称之为 QR-AMCBFM。

假设目标体分成了 M 块, 每一块中元素个数为 $N_i (i=1,2,\dots,M)$ 。将这些子块按照一定的距离关系分成远、近块两部分。设与第 i 块互为近场关系的块的个数为 M_N , 则远场块个数即为 $M_F = M - 1 - M_N$ 。对近场块的互阻抗进行 QR 分解, 找出最大的一个阈值 τ_N 来代替 dual-MGS 中的 τ_1 , 将 τ_N 作为统一的阈值, 以加速分解, 并找到一个适用于远场块的阈值 τ_F 代替 τ_1 。对 τ_N 和 τ_F 的选取采用如下的方法: $\tau_N = \max\{\tau_{1,1}, \tau_{1,2}, \dots, \tau_{1,M_N}\}$, $\tau_F = \min\{\tau_{1,1}, \tau_{1,2}, \dots, \tau_{1,M_N}\}$ 。其中 $i=1,2,\dots,M_N$ 。对远场块的矩阵进行 QR 分解, 当某一块的秩低于固定值 ε 时, 记录该块的标号 j , 设第 i 块与第 j 块之间的距离为 d_{ij} 。对于其余块与块 i 之间的作用, 先将它们的距离与 d_{ij} 比较, 如果比 d_{ij} 大, 则忽略掉该块与第 i 块之间的互作用; 若小于 d_{ij} , 则按 QR 分解, 并记录该块标号 k , 设第 k 块与第 i 块之间的距离为 d_{ik} , 用 d_{ik} 来代替 d_{ij} 。

为了加速远场块间互阻抗矩阵秩的判断,对近场块和远场块采用不同的门限值 ε 。由于近场块占主导作用,在dual-MGS法的第(6)步中一般取 $\varepsilon_N = 0.01 \sim 0.05$;而远场块的相互作用占次要作用,可以适当放宽其取值,一般 $\varepsilon_F = 0.1 \sim 0.5$ 即可满足精度和计算速度的要求。

2 QR-AMCBFM计算效率讨论

2.1 计算速度比较

在AMCBFM和QR-AMCBFM中,不同的分块数目决定着不同的计算速度。本文中所有模型数据均基于CFIE,并在P43.0 GHz, RAM512 MB的普通PC机上处理得到。分析边长为1.5 m的PEC立方体在频率为300 MHz平面波照射下的双站RCS,电磁波为 θ 方向极化,沿其中一表面垂直入射。公共边长度平均为 $\lambda/10$,共生成4 050条公共边。在该例中,固定了基函数的阶数,均取 $n=3$ 。将立方体划分为不同块数,讨论AMCBFM和QR-AMCBFM的计算速度以及分块数目对电流精度的影响,其曲线如图1所示。

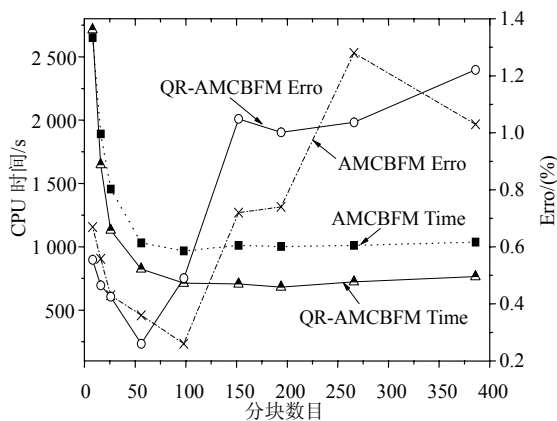


图1 AMCBFM和QR-AMCBFM计算速度和电流精度误差随分块数目的变化曲线

从图1中看出,两种方法在计算时间上随着分块数目的增多都是先逐渐减少然后趋于稳定的,说明分块数目达到一定数值时,不会显著影响它们的计算速度。从电流精度误差上看,都是随着未知数数目的增多,先逐渐降低,并会在一定范围内达到最低值,随后误差有所变大。这是因为随着分块数目的增多,所求解的基函数数目变多,最后形成的CBF矩阵维数也会变大,其矩阵性态得不到保证。为了尽可能地减小这一因素的影响,可以通过增加基函数的阶数以进一步提高所求解问题的精度^[5-8],具体方法可采用式(10)。

2.2 内存消耗比较

在AMCBFM和QR-AMCBFM中,只对反复用到

的块内自阻抗矩阵进行保存,而块间互阻抗矩阵可以实时调用不必保存,以减少内存空间。本文分析了边长为1.5 m的PEC立方体在频率为200、300、400、500、600、800 MHz平面波照射下的双站RCS,电磁波为 θ 方向极化,沿其中一表面垂直入射。在各频率下,划分的公共边长度均为 $\lambda/10$,共生成未知数数目分别为:1 800、4 050、7 200、11 250、16 200以及28 800。立方体划分的块数分别是:56、98、98、152、152以及218。算例中,取 $\text{erro} \leq 1.0\%$ 。图2给出了经典矩量法、AMCBFM以及QR-AMCBFM等随未知数数目的增多内存消耗的曲线。从曲线看出,由于经典矩量法的内存消耗度与未知数数目之间满足 $O(N^2)$ 关系,因此随着未知数的增多,内存消耗急剧加大。而QR-AMCBFM与AMCBFM相比,在内存消耗上比之经典矩量法实现了大幅缩减。

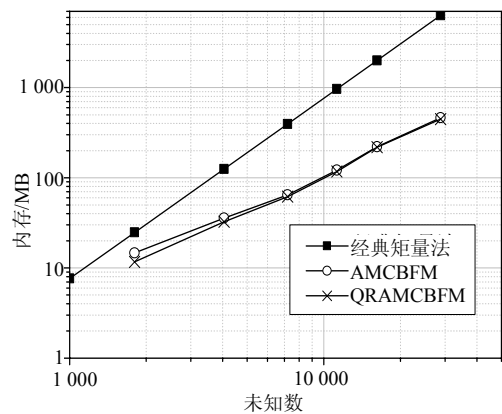


图2 经典MM、AMCBFM以及QR-AMCBFM的内存需求

3 数值算例

用QR-AMCBFM技术分析了PEC离散群体的电磁散射问题。离散群体由立方体和圆柱体组成,仍受 θ 方向极化的平面波沿 $+z$ 方向垂直照射, $f=300$ MHz。如图3所示,该离散群体由 4×4 的单元块组成,周围12个单元为立方体,中心4个单元是圆柱体。立方体的边长为 0.5λ ,圆柱体半径为 0.25λ ,高度为 0.5λ 。公共边平均为 $\lambda/10$,生成4 304个三角形面元,共6 456条公共边,取 $\text{erro} \leq 1.0\%$ 。按照传统的CBFM法,对于离散群体,划分块数的原则是将每一个离散体作为一块,分成了144块,而AMCBFM和QR-AMCBFM不必遵循上述原则,可以任意分块。传统CBFM需要1 h 9 min 16 s,内存需要120.3 MB,而QR-AMCBFM只需要32 min 6 s,61.8 MB,基函数阶数使用了3阶,误差精确到了0.79%。从图4看出,QR-AMCBFM和文献[8]中CBFM计算结果与用经典矩量法计算结果吻合

很好,充分说明了QR-AMCBFM在处理离散体散射问题时的有效性。该算例说明了传统的CBFM在处理大型阵列天线阵时通过对称性和设置CBF距离门限来提高计算速度,但是对于非周期性的阵列或者离散体群的电磁问题,这些技术将会失效。而QR-AMCBFM在处理大型的阵列问题时不必局限于其周期性,而且通过QR分解互阻抗块矩阵后,可以根据块矩阵秩的大小或者与距离结合共同设置门限,而不是人为设置块间距离为门限。

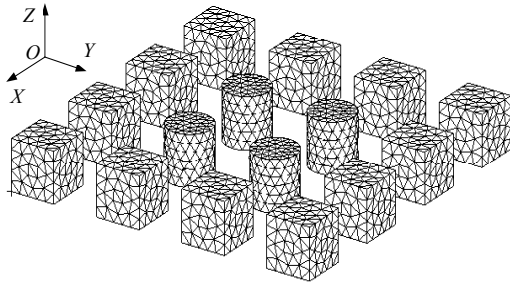


图3 4×4不同单元构成的离散体群的示意图

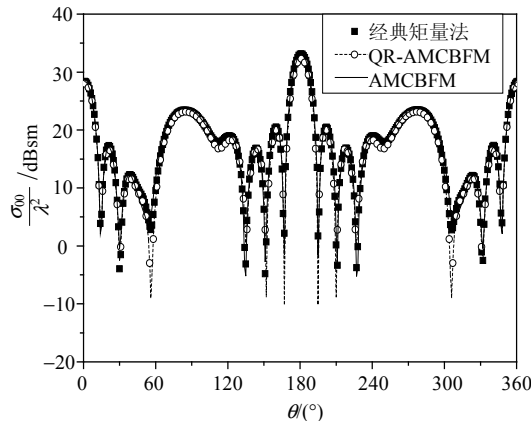


图4 在平面波照射下离散体群的双站RCS

4 结论

在AMCBFM中应用基于dual-MGS的QR分解技术后,剔除了部分近场块间互阻抗矩阵中线性相关性强的向量,通过设置门限值决定互阻抗矩阵的数值秩的大小,并与距离一起判断是否进一步计算远场块对源块的作用。从数值结果上看,新技术QR-AMCBFM较之经典MM和CBFM能明显的提高计算速度,比经典MM还能大幅降低存储空间,特别是对于处理不具有周期性结构的离散体群的电磁特性问题,具有一定的优势。

参考文献

[1] RAO S M, WILTON D R, GLISSON A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape[J]. IEEE Trans Antennas Propagation, 1982, 30(5): 409-418
 [2] SONG J M, CHEW W C. Fast multipole method solution of

three dimensional integral equation[C]//Antennas and Propagation Society International Symposium. Newport Beach, California: IEEE, 1995, 3: 1528-1531.
 [3] SONG J, LU C, CHEW W C. Multilevel fast multiple algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects[J]. IEEE Trans Antennas Propagation, 1997, (3): 1488-1493.
 [4] SHEN Z X, VOLAKIS J L. A hybrid physical optics-moment method for large nose radome antennas[J]. IEEE Trans Antennas Propagation, 1999, (4): 2554-2557.
 [5] PRAKASH V V S, MITTRA R. Characteristic basis function method: a new technique for efficient solution of method of moments matrix equations[J]. Microwave and Optical Technology Letter, 2003, 36(2): 95-100.
 [6] 聂在平, 徐利明. 电磁散射数值分析中的特征基函数方法[J]. 电波科学学报, 2004, 33(z1): 45-49.
 NIE Zai-ping, XU Li-ming. Characteristic basis function method for computational analysis of electromagnetic scattering[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2004, 33(z1): 45-49.
 [7] 阙肖峰, 聂在平. 大型阵列结构电磁特性分析的特征基函数方法[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(11): 1613-1616.
 QUE Xiao-feng, NIE Zai-ping. Analysis of large array structures using characteristic basis functions method[J]. Systems Engineering and Electronics, 2006, 28(11): 1613-1616.
 [8] SUN Y F, CHAN C H, MITTRA R, et al. Characteristic basis function method for solving large problems arising in dense medium scattering[C]//Antennas and Propagation Society International Symposium. [S. l.]: IEEE, 2003, 2: 1068-1071.
 [9] KAPUR S, LONG D. IES3: a fast integral equation solver for efficient 3-dimensional extraction[C]//International Conference on Computer- Aided Design. [S. l.]: IEEE/ACM, 1997, 11: 448-455.
 [10] DELGADO C, MITTRA R, CATEDRA F. Analysis of fast numerical techniques applied to the characteristic basis function method[C]//Antennas and Propagation Society International Symposium. Albuquerque, NM USA: IEEE, 2006, 1: 4031-4034.
 [11] GOPE D, CHAKRABORTY S, JANDHYALA V. Enhanced efficiency, hybrid FMM-QR fast parasitic extractor for conductors and dielectrics[C]//Proc Design and Automation Conf. [S. l.]: IEEE/ACM, 2004, 1: 794-799.
 [12] SEO S M, LEE J F. A single-level low rank IE-QR algorithm for PEC scattering problems using EFIE formulation[J]. IEEE Trans Antennas Propagation, 2004, 52(8): 2141-2146.
 [13] BREUER A, BORDERIES P, POIRIER J L. A multilevel implementation of the QR compression for method of moments[J]. IEEE Trans Antennas Propagation, 2003, 51(9): 2520-2522.