

卷云散射的蒙特卡罗法模拟

杨春平, 贺秀兰, 吴 健

(电子科技大学光电信息学院 成都 610054)

【摘要】在对空中目标观测时, 高空卷云的散射对目标检测与识别产生了重要影响。鉴于此, 该文概述了卷云中规则几何形状冰晶粒子的单次散射计算方法, 以及卷云中冰晶粒子的分布情况。对卷云中冰晶粒子的微观物理特性做了进一步探讨, 并假设卷云尺度谱遵从Gamma分布, 模拟了光波波长 $0.4\sim 4\ \mu\text{m}$, 粒子有效半径为 $10\sim 120\ \mu\text{m}$ 的卷云单次散射角与相函数的关系, 利用Monte Carlo方法对光子与云滴的碰撞作用后产生多次散射概率进行了建模与仿真。仿真结果表明, 卷云的光学厚度随多次散射阶数的增加而增大。

关键词 卷云; 冰晶粒子; Gamma分布; 蒙特卡罗法; 多次散射
中图分类号 P4-043 **文献标识码** A

Numerical Simulation of Cirrus Scattering with the Monte Carlo Method

YANG Chun-ping, HE Xiu-lan, and WU Jian

(School of Optoelectronic Information, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

Abstract While a spatial object is observed by a ground detection system, some important influence of cirrus scattering on the target detection and identification might occur. In this paper, a review of single scattering and distribution properties of regular geometric cirrus particle is given. Micro physical properties are analyzed ulteriorly. Based on an assumption that size distribution of cirrus particles is a Gamma function, the phase function with the scattering angle is simulated within wavelength $0.4\ \mu\text{m}$ to $4\ \mu\text{m}$ and effective radius $10\ \mu\text{m}$ to $120\ \mu\text{m}$. An approximate model of multiple scattering probability concerning ice crystal particles and photons is proposed. Numerical results show that optical depth of cirrus increases with the order of multiple scattering.

Key words cirrus; ice crystal particle; Gamma distribution; Monte-Carlo method; multi-scattering

卷云是高云的一种, 是对流层中最高的云, 平均高度超过6 km。所以清晨当太阳还没有升到地平线上或傍晚太阳已下山后, 光线都会照到这种孤悬高空而无云影的卷云上, 经过散射后, 显现出漂亮的红色或橘红色的现象, 在夏日的晴空中十分常见。

在红外辐射传输和卫星遥感应用中, 需要计算卷云的单次散射特性参数(散射效率因子、单次散射反照率和象函数)。在可见光和近红外波段, 已有众多的计算结果可供参考^[1-2]。在中红外波段, 人们采用球形粒子假设来计算云粒子的散射特性。文献[3]指出, 在红外波段粒子的散射特性不可忽略。文献[4]采用有限时域差分法(FDTD^[5])和衍射势法(SSPM)计算了 $8\sim 13\ \mu\text{m}$ 范围内12个波长上六角冰柱粒子的散射特性。文献[6]用几何射线近似计算了冰晶粒子的散射特性。文献[7]用T矩阵(T-matrix)、Lorenz-Mie

等效球和几何光学(GOM)相结合的方法计算了六角冰晶粒子尺度在 $1\sim 10\ 000\ \mu\text{m}$ 范围内、波长在红外 $2.5\sim 13\ \mu\text{m}$ 范围内的散射特性。文献[8]使用组合方案精确计算冰晶粒子的单次散射特性。然而, 上述方法仅仅局限于卷云的单次散射研究, 忽略了多次散射产生的影响。

本文借用了文献[8]的理论模型和Gamma函数分布, 并根据Monte Carlo方法^[9-12]对卷云的多次散射特性做了进一步分析和模拟。

1 冰晶粒子在卷云中的分布

与其他云相比, 卷云高度最高, 温度最低。卷云几乎全部由冰晶粒子组成。通常可以假设卷云(也称冰云)中粒子分布满足如下的分布函数:

$$n(D_{\max}) = N_0 D_{\max}^{\mu} \exp(-\lambda D_{\max}) \quad (1)$$

收稿日期: 2007-07-01; 修回日期: 2008-03-09

基金项目: 国家自然科学基金委-中国工程物理研究院联合基金(10376007)

作者简介: 杨春平(1976-), 男, 高级工程师, 主要从事激光技术、大气光学等方面的研究。

式中 D_{\max} 是粒子的最大尺度, $n(D_{\max})$ 是单位体积内粒子的数量; N_0 、 μ 、 λ 都是常数。在对冰云进行参数化的过程中, 最重要的参数是冰云的冰水含量 IWC 和有效尺寸 D_e 。对于满足上述尺度分布的冰云来说, 冰水含量和有效尺寸的表达式分别为:

$$IWC = \frac{3\rho_{ice}D_eA_c}{2\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$D_e = \frac{\int_{L_{min}}^{L_{max}} D^2 Ln(L)dL}{\int_{L_{min}}^{L_{max}} DLn(L)dL} \quad (3)$$

式中 A_c 为粒子的总几何截面; ρ_{ice} 是冰的密度, 为 0.9167 g/cm^3 ; D 、 L 分别是粒子的宽度和最大尺度; $n(L)$ 是尺度分布中有最大尺寸 L 的粒子的数量。卷云微观物理特性比较^[8]如表1和表2所示。

表1 卷云冰水含量和有效尺度与温度的关系

温度/(°C)	冰水含量/ $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$	有效尺度 $D_e/\mu\text{m}$
-20~-25	2.9146×10^{-2}	92.970
-25~-30	2.6371×10^{-2}	74.417
-30~-35	2.5605×10^{-2}	102.650
-35~-40	2.8234×10^{-2}	70.896
-40~-45	4.1011×10^{-3}	39.903
-45~-50	2.0320×10^{-3}	38.631

表2 不同卷云的冰水含量和有效尺度

云的类型	冰水含量/ $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$	有效尺度 $D_e/\mu\text{m}$
卷层云 (Cirrostratus)	1.0568×10^{-2}	50.155
钩卷云 (Uncinuscirrus)	2.8466×10^{-1}	148.480
热卷云 (Warmcirrus)	2.5757×10^{-2}	50.427
冷卷云 (Cold cirrus)	5.8463×10^{-3}	26.661

表中数据表明, 卷云内部冰水含量随温度降低而减小, 并且冰晶粒子有效尺度也呈减小趋势。

2 卷云粒子散射特性

2.1 单次散射特性

由于冰晶粒子形状是多样的, 冰云的微观物理特性随空域与时域的变化而变化。对于任意形状卷云谱半径为 r , Hansen和Travis模型定义粒子有效半径为:

$$r_{\text{ef}} = \frac{\int_0^\infty r \cdot \pi r^2 f(r) dr}{\int_0^\infty \pi r^2 f(r) dr} \quad (4)$$

方差为:

$$v_{\text{ef}} = \frac{\int_0^\infty (r - r_{\text{ef}})^2 \pi r^2 f(r) dr}{r_{\text{ef}}^2 \int_0^\infty \pi r^2 f(r) dr} \quad (5)$$

因此, 由多种不同形状冰晶粒子构成的卷云谱, 根据 Γ 分布原理, 定义函数 $f(r)$ ^[13] 满足方程:

$$f(r) = Cr^{(1-3b)/b} \exp\left(\frac{-r}{ab}\right) \quad (6)$$

式中 C 为常数; $r = 2\pi a/\lambda$; a 为冰晶粒子平均半径; $b = 0.11111$ (经验系数); λ 为光波长。当高空卷云受光照射时, 产生散射, 建立如下理论模式。

单次散射反照率为:

$$\omega_0 = \frac{\sigma_{\text{sca}}}{\sigma_{\text{ext}}} \quad (7)$$

散射系数为:

$$\sigma_{\text{sca}} = N \int_0^\infty C_{\text{sca}} f(r) dr \quad (8)$$

消光系数为:

$$\sigma_{\text{ext}} = N \int_0^\infty C_{\text{ext}} f(r) dr \quad (9)$$

式中 N 为粒子分布浓度; C_{sca} 和 C_{ext} 分别为粒子散射和消光截面。利用 Mie 理论, 结合 Henyey-Greenstein, 散射象函数近似表达式为:

$$P(\theta; g) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos \theta)^{3/2}} \quad (10)$$

考虑卷云中的尺度大冰晶粒子影响, 用非对称因子 g 来近似卷云的散射特性:

$$g = \sum_{n=0}^3 c_n r_{\text{ef}}^n \quad (11)$$

式中 c_n 为常数。式(4)~(11)中, 波长取 $0.4 \sim 4 \mu\text{m}$, 有效半径取 $10 \sim 120 \mu\text{m}$, 散射角 θ 与象函数的关系如图1所示。

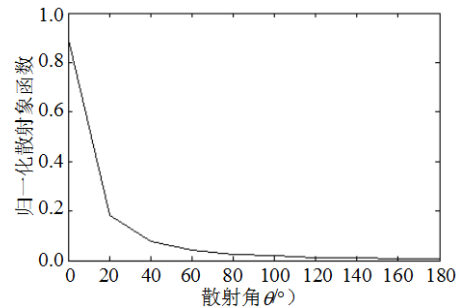


图1 散射角与象函数的近似关系

2.2 多次散射特性

2.2.1 Monte Carlo模拟

由于卷云内部分布常呈现非均匀性, 为了研究卷云滴谱造成的多次散射和吸收的共同影响, 利用蒙特卡罗法考虑任意形状和多层空间组合以及内部

不均匀性的卷云多次散射计算, 具有独特的优点。蒙特卡罗法基于马尔可夫链(Markov Chain)公式, 根据该公式, 光子传输过程中与卷云中冰晶粒子的相互作用与之前的相互作用无关。这是一个随机过程, 对随机过程而言, 与每次散射事件有关的概率仅仅是一光子当前状态的函数, 与过去无关, 即马尔可夫无后效性。

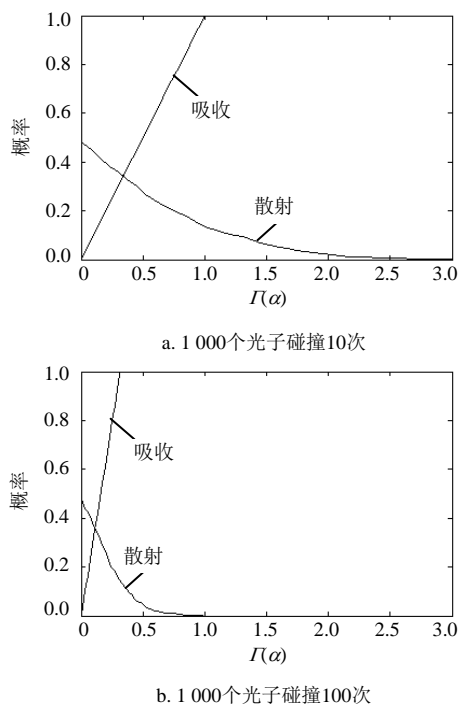


图2 冰晶粒子的散射与吸收概率

卷云由多种形状的冰晶粒子构成, 当光子进入云层时, 与冰晶粒子发生碰撞, 吸收与散射两个过程随机产生。卷云中第 $(i-1)$ 次和第 i 次吸收或散射事件之间的传输轨迹用Monte Carlo方法模拟, 模拟程序从光源传输的方向开始, 在光子被吸收和散射的过程中逐个跟踪其运动轨迹。当光子与云滴碰撞作用时, 一部分光子被吸收, 另一部分被散射。每次碰撞事件发生时, Monte Carlo方法根据单次散射反照率 ω_0 赋予该光子散射辐射能量权重初值1, 同时被吸收的能量权重为 $(1-\omega_0)$ 。当第 i 次事件发生时, 光子被散射的总权重为 ω_0^i , 被吸收的总权重为 $(1-\omega_0^i)$ 。如果每个光子与云滴作用遵从Gamma函数分布, 其概率密度函数为:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (12)$$

式中 x 为粒子数; α 为光子数; β 为碰撞次数; Γ 函数为:

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty x^{a-1} e^{-x} dx \quad (13)$$

设图2横坐标为 $\Gamma(a)$ 函数, 纵坐标表示概率。如果1 000个光子分别与云滴碰撞10次或100次, 根据Monte Carlo法模拟其散射与吸收的概率分布如图2a和图2b所示。从图中可看出, 卷云内冰晶粒子散射的几率越大, 吸收的几率越小; 随着碰撞的次数增大, 冰晶粒子散射几率减小, 吸收的几率增大。

2.2.2 结果分析

由于用Monte Carlo法计算的结果具有统计性质, 因此, 其相对标准偏差为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_0 - n_s}{n_0 n_s}} \quad (14)$$

式中 n_0 为发射的光子总数; n_s 是散射输出点收集到的光子总数。经 i 次散射后^[14]:

$$n_s^i \approx n_0(1 - \omega_0^i g) \quad (15)$$

假定 $n_0 = 1\ 000$, $r_{ef} = 10\ \mu\text{m}$, $i = 3$ 时, 单次散射和多次散射特性近似比较如表3所示。

表3 单次散射和多次散射特性

波长/ μm	非对称因子	单次散射反照率	三次射反照率	散射输出光子
0.66	0.861	1.000	1.000	0
1.60	0.843	0.994	0.982	172
2.20	0.834	0.979	0.938	217
3.70	0.729	0.900	0.729	421

从表中可以看出, 随入射波长的增加, 卷云散射特性表现为非对称因子和散射反照率呈减小趋势, 散射次数愈多, 反照率愈小, 其输出的光子数增多。经 i 次散射后, 均匀散射卷云的光学厚度为:

$$\tau_c^i = \tau_c(1 - \omega_0^i g) \quad (16)$$

非均匀散射卷云的光学厚度平方均值为:

$$\langle \tau_r^2 \rangle \approx 2n_s^i(1 - \omega_0^i g) \quad (17)$$

可见, 经过卷云多次散射后, 无论是均匀散射还是非均匀散射, 其光学厚度增大。

3 总结

本文对卷云单次散射的计算模拟进行了总结, 并以Gamma函数作为卷云的尺度谱, 对卷云的单次散射和多次散射特性进行了分析和计算, 计算结果表明, 考虑了多次散射后, 卷云的光学厚度将增大。本文讨论的卷云光学特性适用于解释任意形状冰晶粒子构成的卷云。

参 考 文 献

- [1] WYSER K, YANG P. Average crystal size and bulk short-wave single scattering properties in ice clouds[J]. *Atmos Res*, 1998, 49: 315-335.
- [2] YANG P, LIOU K N, WYSER K, et al. Parameterization of the scattering and absorption properties of individual ice crystals[J]. *Geophys Res*, 2000, 105: 4699-4718.
- [3] CHOU M D, LEE K T, TSAY S C, et al. Parameterization for cloud longwave scattering for use in atmospheric models[J]. *Climate*, 1999, 12: 129-169.
- [4] YANG P, GAO B C, BAUM B A, et al. Radiative properties of cirrus clouds in the infrared(8~13 μm) spectral region[J]. *Quant Spectrosc Radiat Transfer*, 2001, 70: 473-504.
- [5] YANG P, Liou K N. Finite difference time domain method for light scattering by small ice crystals in three-dimensional space[J]. *Opt Soc Amer A*, 1996, 3: 2072-2085.
- [6] 刘炎焱, 杨小丽, 万德明. 高空卷云冰晶粒子的散射特性研究[J]. *电子科技大学学报*, 1999, 28(4): 423-427.
LIU Yan-yan, YANG Xiao-li, WAN De-ming. Scattering and absorbing of non-spherical particle[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 1999, 28(4): 423-427.
- [7] 薛力芳, 魏合理, 饶瑞中. 卷云在红外波段的散射特性[J]. *激光与红外*, 2004, 34(4): 286-291.
XUE Li-fang, WEI He-li, RAO Rui-zhong. Single-scattering properties of cirrus clouds in infrared region[J]. *Laser & Infrared*, 2004, 34(4): 286-291.
- [8] 王小东. 水云及卷云辐射特性参数化[D]. 成都: 电子科技大学, 2006: 40-42.
WANG Xiao-dong. Radiative properties parameterization of water clouds and cirrus[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2006: 40-42.
- [9] EWEN G B L, GRAINGER R G. Infrared radiative transfer modeling in a 3D scattering cloudy atmosphere: Application to limb sounding measurements of cirrus[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2005, 96: 45-74.
- [10] KOKHANOVSKY A A. Local optical characteristics of mixed clouds: Simple parameterizations[J]. *Atmospheric Research*, 2007, 84: 42-48.
- [11] CHEN Y, LIOU K N. A Monte Carlo method for 3D thermal infrared radiative transfer[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2006, 101: 166-178.
- [12] FOMIN H B A. Monte-Carlo algorithm for line-by-line calculations of thermal radiation in multiple scattering layered at mospheres[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2006, 98: 107-115.
- [13] PLATNICK S. Approximations for horizontal photon transport in cloud remote sensing problems[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2001, 68: 75-99.
- [14] SUN X M, HAN Y P, WANG H H. Near-infrared light scattering by ice-water mixed clouds[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2006, 61: 133-142.

编辑 漆 蓉

(上接第136页)

- [4] ZHANG Y, WANG N, GAO S. A simple method to synthesize nanowires[J]. *Chem Mater*, 2002, 14(8): 3564-3568.
- [5] PAN Z W, DAI Z R, WANG Z L. Nanobelts of semiconducting oxides[J]. *Science*, 2001, 291(5510): 1947-1949.
- [6] GAO P X, WANG Z L. Nanopropeller arrays of zinc oxide[J]. *Appl Phys Lett*, 2004, 84(15): 2883-2885.
- [7] YAN H Q, HE R R, PHAM J, et al. Morphogenesis of one-dimensional ZnO nano- and microcrystals[J]. *Adv Mater*, 2003, 15(5): 402-405.
- [8] KONG X Y and WANG Z L. Polar-surface dominated ZnO nanobelts and the electrostatic energy induced nanohelices/nanosprings[J]. *Appl Phys Lett*, 2004, 84: 975-977.
- [9] 于伟东, 李效民, 高相东. 高质量四脚状ZnO纳米结构的制备及其影响因素[J]. *无机材料学报*, 2005, 20(2): 332-336.
YU Wei-dong, LI Xiao-ming, GAO Xiang-dong. Synthesis and influence factors of high-quality tetrapodlike ZnO nanostructures[J]. *J Inorg Mater*, 2005, 20(2): 332-336.
- [10] 刘 娟, 张 跃, 齐俊杰, 等. 掺铜氧化锌纳米盘的制备、结构及性质研究[J]. *物理化学学报*, 2006, 22(1): 38-42.
LIU Ju, ZHANG Yao, QI Jun-jie, et al. Fabrication and characterization of In-doped Zinc Oxide nanodisks[J]. *Acta Phys-Chim Sin*, 2006, 22(1): 38-42.
- [11] 贺 建, 黄运华, 张 跃, 等. ZnO纳米电缆的制备、结构和生长机理[J]. *物理化学学报*, 2005, 21(6): 637-640.
HE Jian, HUANG Yun-hua, ZHANG Yao, et al. Synthesis, growth mechanism and microstructure of ZnO nanocables [J]. *Acta Phys-Chim Sin*, 2005, 21(6): 637-640.
- [12] FONS P, IWATA K, YAMADA A, et al. Uniaxial locked epitaxy of ZnO on the a face of sapphire[J]. *Appl Phys Lett*, 2000, 77: 1801-1803.
- [13] WAGNER R S, EILLS W C. Vapor-liquid-solid mechanism of single crystal growth[J]. *Appl Phys Lett*, 1964, 4(5): 89-90.
- [14] FRANK F C. Capillary equilibria of dislocated crystals[J]. *Acta Cryst*, 1951, 4(6): 497-501.
- [15] JASON B B, ERAY S A. Epitaxial growth of ZnO nanowires on a- and c-planesapphire[J]. *Journal of Crystal Growth*, 2005, 274: 407-411.
- [16] 唐 斌, 邓 宏, 张 强, 等. ZnO纳米棒在Si衬底上外延生长研究[J]. *人工晶体学报*, 2007, 36(3): 540-544.
TANG Bin, DENG Hong, ZHANG Qiang, et al. Epitaxial growth of ZnO nanorods on Si substrate[J]. *J Synth Cryst*, 2007, 36(3): 540-544.

编辑 张 俊