LAD准则下的无线传感器网络节点定位方法

陈璋鑫，宋玉梅，万　群

(电子科技大学电子工程学院　成都　610054)

【摘要】多维标度算法广泛应用于无线传感器网络的节点定位。经典的MDS算法通过构造距离平方矩阵(非相似性矩阵)和进行双质心变换，在相似性空间中根据最小二乘准则进行求解。若测量噪声为高斯白噪声，经过变换后，相似性矩阵中元素的误差不再服从高斯分布，基于LS的估计不再是最优的。针对这一问题，用最小绝对值偏差准则改进MDS算法代价函数，对无线传感器网络节点定位进行研究。仿真结果表明，该方法具有良好的稳健性，比经典MDS算法具有更好的定位性能。

关　键　词　最小绝对值偏差准则;　多维标度算法;　节点定位;　半定规划;　无线传感器网络

中图分类号　TP393　　　**文献标识码**　A

LAD Solution for Node Localization in Wireless Sensor Networks

CHEN Zhang-xin, SONG Yu-mei, and WAN Qun

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China　Chengdu　610054)

Abstract　Multidimensional scaling (MDS) algorithms are widely used in node localization for wireless sensor networks by constructing a pair-wise squared distance matrix and performing a double-centered transformation. Classical MDS algorithms reconfigure relative coordinates of nodes in a similarity space and give the solution based on least squares (LS) criterion. However, the transformation of classical MDS algorithms result in non-Gaussian distribution of the noise in the similarity matrix when white Gaussian noise exists in distance measurements. Thus the LS based estimator can not optimize the node location. To overcome this problem, a least absolute deviation (LAD) based cost function of classical MDS algorithm is presented. Simulation results show that the LAD based method yields better performance.

Key words　LAD;　MDS;　node localization;　semidefinite programming;　wireless sensor networks

近年来，无线传感器网络在生物医疗、环境监测和预报、空间探索、危险区域远程控制、工业机器人等领域有着广阔的应用前景，其发展受到广泛的关注。无线传感器网络往往在有限的物理空间内散布大量传感器节点，获取节点的位置信息是节点消息检测中的重要环节。确定网络节点的位置对无线传感器网络应用的有效性起着关键的作用[1-2]。

无线传感器网络定位方法通常可以分为两大类：一是距离无关(range-free)的定位方法，如APIT (approximate point-in-triangulation test)[3]、DV-HOP (distance vector-hop)[4]等，这类方法利用节点间的估计距离计算节点位置，定位精度不高；二是基于距离测量(range-based)或角度测量(angle-based)的定位方法，由于这类方法利用信号的到达时间(TOA)、接收强度(RSS)、到达时间差(TDOA)或到达角度(AOA)中的一种或几种进行测量，首先得到节点间的距离信息或角度信息，再运用这些信息来估计节点位置，具有较高的定位精度。MDS算法[5-7]属于后者，被广泛应用于无线传感器网络中的节点定位。在实际情况中，未知节点(位置未知的节点)间或锚节点(位置已知的节点)与未知节点间的测量距离通常存在测量噪声，且往往假设噪声服从正态分布[8-9]。

MDS算法通过构造非相似性矩阵和进行双质心变换，在相似性空间中根据最小二乘准则进行求解。若测量噪声为高斯白噪声，构造非相似性矩阵和进行双质心变换的过程将使得得到的相似性矩阵中元素的误差不再服从高斯分布。此时基于LS的估计不再是最优的。由此将导致MDS算法在测距误差较大时稳健性受到影响。

本文首先讨论了经典MDS算法的代价函数，进而将MDS算法的代价函数改进为LAD准则的形式，得出了一种LAD准则下的稳健的无线传感器网络定

收稿日期：2007 – 07 – 19；修回日期：2008 – 05 – 14
基金项目：国家自然科学基金(60372022，60772146)；新世纪优秀人才支持计划(NCET-05-0806)
作者简介：陈璋鑫(1978 –)，男，博士生，主要从事信号处理、无线定位技术、信息融合等方面的研究.

位方法。求解过程中利用半定规划(semidefinite programming，SDP)技术。Matlab仿真结果表明该方法定位具有较好的稳健性和较高的定位精度。

1 经典MDS算法及其代价函数

1.1 TOA测量模型

在二维空间中，假设无线传感器网络中第i个节点的坐标为$\boldsymbol{x}_i=[x_i y_i]^{\mathrm{T}}$，$i=1,2,\cdots,n$，$n$为网络中传感器节点的总数($n\geqslant 3$)，所有节点位于同一平面。则第$i$个节点和第$j$个节点之间的欧氏距离$d_{ij}$可以表示为：

$$d_{ij}=\sqrt{(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j)} \tag{1}$$

由于位置已知，锚节点之间的距离不存在误差，而锚节点与未知节点间，或未知节点两两之间的距离测量往往存在误差。由于实际误差的存在，第i个节点和第j个节点之间的测量模型通常表示为：

$$r_{ij}=d_{ij}+\eta_{ij} \qquad i,j=1,2,\cdots,n \tag{2}$$

式中　η_{ij}为测量噪声，假设为服从正态分布[8-9]，即$\eta_{ij}\sim N(0,\sigma_{ij}^2)$；$\sigma_{ij}^2=d_{ij}^2/\mathrm{SNR}$；SNR为信噪比。在这种模型下，测量噪声的方差与节点间距离和信噪比有关。

1.2 经典MDS算法

运用MDS算法进行节点定位的基本思想为：应用节点之间的距离信息表示非相似性，通过非相似矩阵的变换来重构传感器节点的位置坐标。首先构造距离平方矩阵为：

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix} 0 & s_{12}^2 & \cdots & s_{1n}^2 \\ s_{21}^2 & 0 & \cdots & s_{2n}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n1}^2 & s_{n2}^2 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

矩阵中的元素为两两节点间距离的平方。若s_{ij}^2为锚节点间的距离平方，则$s_{ij}^2=d_{ij}^2$；若s_{ij}^2为锚节点与未知节点间，或未知节点两两之间的距离平方，则$s_{ij}^2=r_{ij}^2$。其次，通过双质心变换将$\boldsymbol{D}$转换为：

$$\boldsymbol{H}=-(1/2)\boldsymbol{ADA} \tag{4}$$

式中　$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{I}-(\boldsymbol{e}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_n)/n$，$\boldsymbol{e}_n=[1\quad 1\quad \cdots\quad 1]$为元素全为1的行向量；$\boldsymbol{I}$为$n\times n$单位矩阵。理想情况下，矩阵$\boldsymbol{H}$是秩为2(二维平面)的非负定矩阵，根据Young-Householder定理[9]，通过矩阵$\boldsymbol{H}$的特征分解将得到所有节点在二维欧式空间中的相对位置坐标。

1.3 经典MDS算法的代价函数

由以上描述可知，MDS算法是基于欧氏距离矩阵的特性得到的。该特性可描述为：当且仅当$\boldsymbol{D}$是欧氏距离平方矩阵时，$\boldsymbol{H}$是距离矩阵$\boldsymbol{D}$的内积矩阵。即假设输入的距离矩阵$\boldsymbol{D}$是欧氏的，通过式(4)的变换，将得到其对应的内积矩阵，再经过分解可以得出节点位置的重构。

但是，在实际的无线传感器网络中，由于测量误差的存在，$\boldsymbol{D}$并非欧氏距离矩阵，因此经典MDS算法旨在求解问题[7,10]：

$$\min_{\boldsymbol{D}^*\in\mathrm{EDM}}\left\|\boldsymbol{ADA}-\boldsymbol{AD}^*\boldsymbol{A}\right\|_2^2$$

式中　EDM表示欧氏距离矩阵集；$\boldsymbol{D}^*$为与$\boldsymbol{D}$相对应的欧氏距离矩阵；$\|\bullet\|_2$代表2范数(Frobenius norm)。

这是一个间接求解的过程，即通过双质心变换将非相似性空间中的距离矩阵$\boldsymbol{D}$转化到相似性空间中的矩阵$\boldsymbol{H}$，再经降维处理求出节点位置坐标的重构，因此经典MDS算法的代价函数事实上可表示为：

$$J=\left\|\boldsymbol{H}-\breve{\boldsymbol{X}}\breve{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{T}}\right\|_2^2 \tag{5}$$

式中　$\breve{\boldsymbol{X}}$代表节点相对坐标矩阵。

若假设r_{ij}中的测距误差η_{ij}服从高斯分布，经过双质心变换后，相似性矩阵$\boldsymbol{H}$中第i行j列的元素为：

$$[\boldsymbol{H}]_{ij}=(r_{ij}+\eta_{ij})^2-\frac{1}{n}\left[\sum_{k=1}^{n}(r_{kj}+\eta_{kj})^2+\sum_{k=1}^{n}(r_{ik}+\eta_{ik})^2\right]+\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}(r_{kl}+\eta_{kl})^2 \tag{6}$$

将式(6)的括号展开，合并误差项，可知该元素中的误差不再服从高斯分布，而是高斯分布、χ^2分布之和的一种混合分布。此时使用最小二乘准则进行估计，其结果不再最优。同时，双质心变换亦造成误差扩散。若仅有节点k和节点l之间存在噪声，整个矩阵$\boldsymbol{H}$中所有元素都将受到噪声污染。对此，若设矩阵$\boldsymbol{E}$除第k行l列元素为$\boldsymbol{D}_{kl}+\delta$，其余元素与$\boldsymbol{D}$中各元素相同，即$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{D}+\delta\boldsymbol{G}$，其中矩阵$\boldsymbol{G}$第$k$行$l$列元素为$\delta$，其余元素为0。则：

$$[\boldsymbol{AEA}]_{ij}-[\boldsymbol{ADA}]_{ij}=\begin{cases}\delta(1-1/n)^2 & 若(i,j)=(k,l)\\ \delta(1/n^2-1/n) & 若 i=k 或 j=l\\ \delta(1/n^2) & 其他\end{cases} \tag{7}$$

由式(7)可以看出，矩阵$\boldsymbol{E}$经过双质心变换，其第k行l列元素中的噪声为$\delta(1-1/n)^2$，第k行和第l列元素中噪声含量为$\delta(1/n^2-1/n)$，其余元素的噪声为$\delta(1/n^2)$。即节点k和节点l之间的测量噪声通过双质心变换被扩展到变换后矩阵中所有元素，经典MDS算法的定位精度必然受到影响。

解决上述问题的方法是避开双质心变换，找出非相似空间中与矩阵$\boldsymbol{D}$相对应的欧氏距离矩阵$\boldsymbol{D}^*$。由于l_1范数比l_2范数具有更好的抗脉冲噪声能力，因

此LAD算法往往比LS算法具有更好的稳健性[10-11]。因此，可将代价函数变为 l_1 范数的形式，即采用LAD准则：

$$J = \left\| \boldsymbol{D} - \boldsymbol{D}^* \right\|_1 \tag{8}$$

2　基于LAD准则的半定规划方法

本节介绍LAD准则下的无线传感器网络节点定位方法。LAD准则下的定位方法实质为求式(8)的极小化问题。为方便求解，将其转化为半定规划问题。式(8)旨在求出与测量得出的距离平方矩阵 $\boldsymbol{D}$ 最接近的欧氏距离矩阵 $\boldsymbol{D}^*$，该问题可表示为：

$$\min_{\boldsymbol{D}^* \in \mathrm{EDM}} \left\| \boldsymbol{D} - \boldsymbol{D}^* \right\|_1 \tag{9}$$

与距离平方矩阵 $\boldsymbol{D}$ 对应的内积矩阵用 $\mathrm{dist}(\boldsymbol{D})$ 表示，其中元素为 $[\mathrm{dist}(\boldsymbol{D})]_{ij} = \boldsymbol{D}_{ii} + \boldsymbol{D}_{jj} - \boldsymbol{D}_{ij} - \boldsymbol{D}_{ji}$。

设 $\mathbb{R}^n$ 为 n 维欧式空间，$\mathcal{K} \subseteq \mathbb{R}^n$。若对任意的 $\lambda_1, \lambda_2 \geqslant 0$ 和任意的 $\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y} \in \mathcal{K}$，有 $\lambda_1 \boldsymbol{X} + \lambda_2 \boldsymbol{Y} \in \mathcal{K}$，则称 $\mathcal{K}$ 为凸锥。常见的凸锥有非负锥(线性锥)、二次锥、半正定锥等，半正定锥的定义为：

$$S_+^n = \{\boldsymbol{B} \in S^n : \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B} \boldsymbol{X} \geqslant 0, \forall \boldsymbol{X} \in R^n\} \tag{10}$$

式中　S^n 为 $n \times n$ 对称矩阵的集合，若 $\boldsymbol{B} \in S_+^n$，称 $\boldsymbol{B}$ 半正定(半定)的，记作 $\boldsymbol{B} \succeq 0$。因此半定矩阵与内积矩阵具有等价性，则式(9)事实上是半定锥上的极小化的问题，于是可将其转化成SDP问题[10]：

$$\begin{cases} \min\limits_{\boldsymbol{D}^*} \sum_{ij} \xi_{ij} \\ \text{s.t.} \quad \left| \boldsymbol{D}_{ij} - [\boldsymbol{D}^*]_{ij} \right| \leqslant \xi_{ij} \\ \mathrm{dist}(\boldsymbol{D}^*) \succeq 0 \\ \sum_{ij} \mathrm{dist}(\boldsymbol{D}_{ij}^*) = 0 \\ \xi_{ij} \geqslant 0 \qquad \forall i, j. \end{cases} \tag{11}$$

上式可使用Matlab工具包SDPT3[12]求解。关于凸优化和半定规划详见文献[13]。通过半定规划方法，可求解出节点位置坐标以满足测量距离平方矩阵 $\boldsymbol{D}$ 与欧氏距离平方矩阵 $\boldsymbol{D}^*$ 的 l_1 范数最小。当具有先验信息时，还可以通过加权来强调某些更具有可靠性的测距信息。

3　仿真结果与分析

本节对基于LAD准则的定位方法和经典MDS算法进行仿真验证和比较。假设传感器网络为全连通网络，节点随机分布在10 m×10 m的平面内，锚节点随机选取，测量模型如1.1节所述。

传感器网络中常用全局能量比(global energy ratio, GER)[7]评估定位精度，其几何意义为平均相对定位误差，定义为：

$$\mathrm{GER} = 2\sqrt{\sum_{i,j:i<j} e_{ij}^2} \Big/ n(n-1) \tag{12}$$

式中　$e_{ij} = (d_{ij} - \hat{d}_{ij}) \big/ d_{ij}$；$n$ 为节点个数。

图1为节点随机分布的网络拓扑结构中经典MDS算法和LAD方法的定位误差GER曲线，$n = 50$，信噪比变化范围为10～60 dB。为比较算法的稳健状况，测量噪声为零和均值方差为 $\sigma_{ij}^2 = d_{ij}^2 \big/ \mathrm{SNR}$ 的高斯白噪声和脉冲噪声同时存在。曲线表明LAD方法的定位误差GER在信噪比变化范围内小于经典MDS算法。

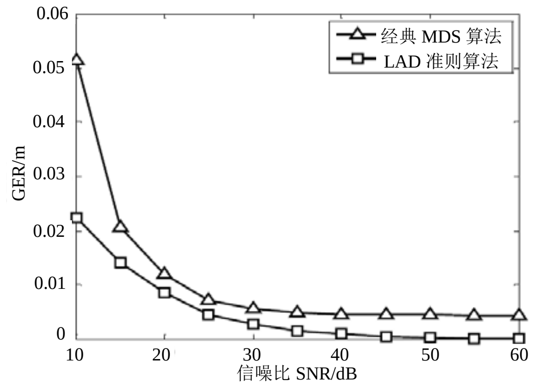


图1　LAD方法和经典MDS算法的定位误差曲线

图2和图3分别比较了节点随机分布和均匀分布的网络拓扑结构中经典MDS算法和LAD方法的定位性能。

图中“○”代表节点真实位置，“+”和“●”分别代表使用经典MDS算法和LAD方法的估计节点位置。实线连接节点的估计位置和真实位置，实线越短，定位误差越小，定位效果越好。

图2中，$n = 25$，$\mathrm{SNR} = 25$ dB，GER为0.003 52 (LAD)及0.007 26(MDS)。

图3中，$n = 50$，$\mathrm{SNR} = 30$ dB，GER为0.001 21 (LAD)及0.001 92(MDS)。

结果表明，使用LAD方法估计的节点坐标更接近于节点的真实位置，LAD方法定位效果优于经典MDS算法

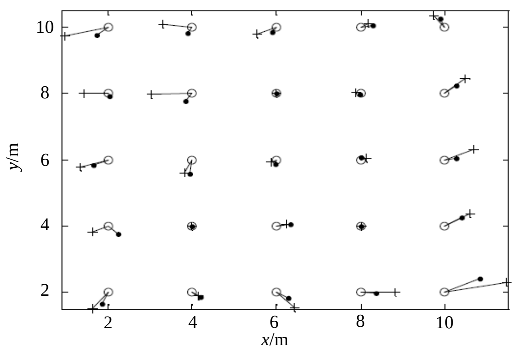


图2　节点均匀分布的传感器网络拓扑结构中LAD方法和经典MDS算法定位效果图

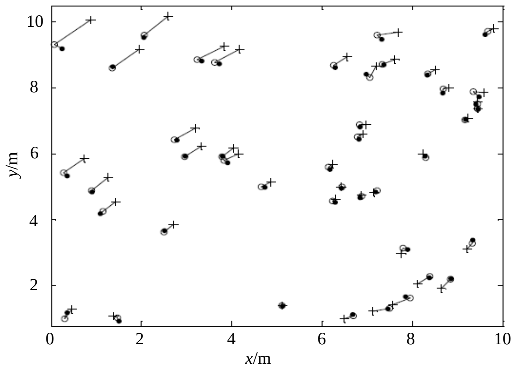
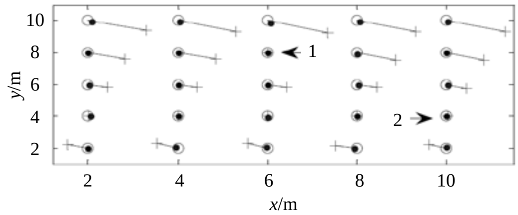
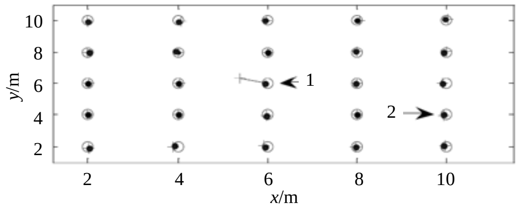


图3 节点随机分布的传感器网络拓扑结构中两种方法定位效果图

图4为野值影响下两种方法定位效果图。为比较野值出现于某些测距信息时两种方法的稳健状况，选取网络中任意两节点(图中标记为1和2)，在其距离测量中加入10倍于真实距离的误差。图4a中节点1为锚节点，节点2不是锚节点，图4b中节点1和2都不是锚节点。由图可知，当野值出现在锚节点与非锚节点之间时，两种方法的定位结果均存在误差，但LAD方法的估计结果明显优于经典MDS算法的估计结果；当野值出现在非锚节点之间时，由经典MDS算法估计的节点1的位置极大偏离其真实位置，而LAD方法估计的节点坐标可收敛接近于其真实位置。结果表明LAD方法具有更好的稳健性和抗干扰性。



a. GER: 0.00 06(LAD),0.006 16(MDS)



b. GER: 0.000 73(LAD), 0.00255(MDS)

图4 野值影响下两种方法定位效果图

在运算量上，由于在计算过程中使用半定规划技术，基于LAD准则的无线传感器网络节点定位方法的计算复杂度增加，Matlab工具包SDPT3在运算过程中，每次迭代运算的时间复杂度为$O(n^3)$，比经典MDS算法的计算复杂度大。这使得LAD方法更适应于具有较强处理能力或规模较小的网络。

4 结 论

本文简要介绍了无线传感器网络中经典MDS算法，讨论了其代价函数，及其在应用过程中的不稳健因素。为克服这一问题，用最小绝对值偏差准则构造代价函数，用半定规划技术求解，从而得到稳健的基于LAD准则的无线传感器网络节点定位的方法。仿真结果表明，该方法具有良好的稳健性，能够获得比经典MDS算法更好的定位性能，适用于规模较小或精度要求较高的无线传感器网络。

参 考 文 献

[1] 孙利民, 李建中, 陈 渝, 等. 无线传感器网络[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
SUN Li-min, LI Jian-zhong, CHEN Yu, et al. Wireless sensor network[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.

[2] SHANG Y, SHI H, AHMED A A. Performance study of localization methods for Ad-hoc sensor networks[C]//Proc IEEE Int Conf Mobile Ad-hoc and Sensor Systems (MASS’04). Fort Lauderdale, Florida, USA: IEEE, 2004.

[3] HE T, HUANG C, BLUM B M, et al. Range-free localization schemes for large scale sensor networks[C]//Proc Annual Int Conf Mobile Computing and Networking (MobiCom’03). San Diego, California, USA: ACM, 2003.

[4] NICULESCU D, NATH B. Ad hoc positioning system (APS)[C]//Proc IEEE Global Telecommunications Conf (GLOBECOM’01). San Antonio, Texas, USA: IEEE, 2001.

[5] CHEUNG K W, SO H C. A multidimensional scaling framework for mobile location using time-of-arrival measurements[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2005, 53(2): 460-470.

[6] SMITH J O, ABEL J S. The spherical interpolation method of source localization[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1987, 12(1): 246-252.

[7] BORG I, GROENEN P. Modern multidimensional scaling theory and applications[M]. New York: Springer, 1997.

[8] SPRITO M A. On the accuracy of cellular mobile station location estimation[J]. IEEE Trans Vehicular Technology, 2001, 50: 674-685.

[9] BISWAS P, LIANG T C. Semidefinite programming approaches for sensor network localization with noisy distance measurements[J]. IEEE Trans Automation Science and Engineering, 2006, 3(4): 360-371.

[10] CAYTON L, DASGUPTA S. Robust euclidean embedding[C]//Proc the 23th Int Conf Machine Learning. Pittsburgh, PA, USA: ACM, 2006.

[11] 周竹生, 赵荷晴. 广义共轭梯度算法[J]. 物探与化探, 1996, 20(5): 351-358.
ZHOU Zhu-sheng, ZHAO He-qing. Generalized conjugate gradient algorithm[J]. Geophysical & Geochemical Exploration, 1996, 20(5): 351-358.

[12] TOH K C, TODD M J, TUTUNCU R. SDPT3—— A Matlab software package for semidefinite programming [EB/OL]. [2007-05-23]. http://www.math.nus.edu.sg/~mattohkc/sdpt3. html.

[13] BOYD S, VANDENBERGHE L. Convex Optimization[M]. New York: Cambridge University Press, 2004.

编 辑 税 红