

短时相关和FFT相结合的伪码快速捕获算法

陈培, 王云, 陈杰

(中国科学院微电子研究所 北京 海淀区 100029)

【摘要】对短时相关和FFT相结合的伪码快速捕获算法进行了研究,分析了在预检测积分时间固定的情况下短时相关时间和FFT点数对系统增益的影响。存在多普勒频移时,提出采用平均增益和平均发现概率来衡量系统性能的分析方法,并以平均增益最大为准则,数值计算得到短时相关时间和FFT点数的最优组合。仿真结果表明,在固定多普勒频移范围的情况下,最优组合使得系统性能逼近没有多普勒频移时的最佳性能。

关键词 快速傅里叶变换; 最优组合; 伪码快速捕获; 短时相关
中图分类号 TP311.11 **文献标识码** A

Rapid PN Code Acquisition Scheme Based on the Combination of Short Time Correlation and FFT

CHEN Pei, WANG Yun, and CHEN Jie

(Institute of Microelectronics, Chinese Academy of Sciences Haidian Beijing 100029)

Abstract An algorithm for rapid PN code acquisition based on combined short time correlation and FFT is studied in detail. The correlation time effect and FFT window size effect on the system gain are analyzed in theory when the pre-detection integration time is fixed. A novel method to measure the system performance is proposed in terms of mean system gain and mean detection probability. Also, the principle based on the maximum mean gain criteria is presented for selecting the optimal combination of the FFT size and window size of short time correlation. Simulation shows that even with the Doppler shift, the system performance with the optimal combination approaches the optimal performance without the Doppler shift.

Key words FFT; optimal combination; rapid PN code acquisition; short time correlation

直接序列扩频通信系统(DSSS)具有抗多径衰落、抗干扰、高精度测量等优点,精确的同步是其优越性体现的基本前提。同步一般包括:捕获阶段和跟踪阶段,其中捕获完成码/多普勒二维空间的搜索,其搜索速度直接影响接收机的整体性能,因此在低信噪比下长序列伪码的快速捕获算法一直是研究的重点和难点。目前国内外文献已提出很多快速算法:文献[1-2]采用匹配滤波器完成码维并行搜索,并分析了该结构的捕获性能和实现方案;文献[3-5]采用FFT循环相关完成码维并行搜索。这两种算法在捕获速度上具有同样的性能,多普勒维均需串行搜索,因此在多普勒频移较大时,两种算法的并行度有限。文献[4]还提出用FFT做功率谱估计完成多普勒维并行搜索,在伪码序列较长时,该算法并行度更加有限。

文献[6-7]采用匹配滤波器完成部分相关,再把

相关的结果进行FFT运算,在降低FFT的运算点数的同时,完成码/多普勒的二维并行搜索,实现完全并行,大幅提高了捕获速度。该算法的本质是短时相关和FFT相结合的快速捕获算法,目前很少有文献具体分析不同短时相关时间和FFT点数对系统性能的影响,以及二者的选择问题。本文推导了短时相关和FFT相结合捕获算法的基本原理,理论分析了短时相关时间和FFT点数对系统增益的影响,在恒虚警率准则下采用平均增益推导了系统的平均发现概率,并以平均增益最大为原则,通过数值计算得到短时相关时间和FFT点数的最优组合,并分析了存在多普勒时最优组合的性能。

1 短时相关和FFT相结合捕获算法的基本原理

在接收端,伪码信号需通过预检测积分器预处

理以提高信噪比,把整个预检测积分时间(prediction integration time, PIT)分成 M 段,每段的积分时间为 T_p ,则 $M = \text{PIT}/T_p$,伪码信号的接收模型为:

$$r(t) = \sqrt{2P_s}d(t)c(t+\tau)\cos(\omega_0t + \omega_d t + \phi) + n(t) \quad (1)$$

式中 P_s 为信号接收功率; $d(t)$ 代表数据调制; $c(t+\tau)$ 为有一定延时的伪码; ω_0 为中频载波频率; ω_d 为载波多普勒频移; $n(t)$ 为均值为零,方差为 σ^2 的高斯白噪声。当码速率为 f_c ,奈奎斯特采样率为 $f_s = 2f_c$ 时,可以证明以该采样率采样时噪声样点相互独立,以下分析中均认为噪声相互独立。第 i 个PIT内,第 n 段短时相关的结果为:

$$I_i(n) = \frac{\sqrt{2P_s}}{2} R_n(\tau) \frac{\sin(\pi f_d T_p)}{\sin(\pi f_d T_s)} \cos(n\omega_d T_p + \phi) + N_i(n) \\ n = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2)$$

$$Q_i(n) = \frac{\sqrt{2P_s}}{2} R_n(\tau) \frac{\sin(\pi f_d T_p)}{\sin(\pi f_d T_s)} \sin(n\omega_d T_p + \phi) + N_Q(n) \\ n = 0, 1, \dots, M-1 \quad (3)$$

式中 T_s 为采样间隔; $R_n(\tau)$ 为短时积分时间; T_p 内伪码的部分相关,令 $T_p/T_s = L$,则 $N_i(n) \sim N(0, L\sigma^2/2)$, $N_Q(n) \sim N(0, L\sigma^2/2)$ 。令 $Z_i(n) = I_i(n) + jQ_i(n)$,进行 $N(N \geq M)$ 点的复数FFT运算:

$$\text{FFT}_i(k) = \sum_{n=0}^{N-1} Z_i(n) \exp(-j2\pi nk/N) \quad (4)$$

把式(2)、式(3)和 $\omega_d = 2\pi f_d$ 代入式(4)中,经过代数运算得FFT结果的实部(I)和虚部(Q)分别为:

$$I_i(k) = \frac{\sqrt{2P_s}}{2} \frac{\sin(\pi f_d T_p)}{\sin(\pi f_d T_s)} \frac{\sin(\pi f_d T_p M - k\pi M/N)}{\sin(\pi f_d T_p - k\pi/N)} \times \\ R_n(\tau) \cos(\psi) + N_i(k) \\ k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (5)$$

$$Q_i(k) = \frac{\sqrt{2P_s}}{2} \frac{\sin(\pi f_d T_p)}{\sin(\pi f_d T_s)} \frac{\sin(\pi f_d T_p M - k\pi M/N)}{\sin(\pi f_d T_p - k\pi/N)} \times \\ R_n(\tau) \sin(\psi) + N_Q(k) \\ k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (6)$$

式(5)和式(6)中 $\psi = \phi + (\omega_d L - 2\pi k/N)(N-1)$, $N_i(k) \sim N(0, LM\sigma^2/2)$, $N_Q(k) \sim N(0, LM\sigma^2/2)$ 当本地产生的伪码与接收信号的码对齐时,即 $R_n(\tau) = 1$,从式(5)和式(6)可得系统增益为:

$$G_p = \left| \frac{\sin(\pi f_d T_p)}{\sin(\pi f_d T_s)} \right| \max_k \left\{ \left| \frac{\sin(\pi f_d \text{PIT} - k\pi M/N)}{\sin(\pi f_d T_p - k\pi/N)} \right| \right\} \quad (7)$$

从式(7)可知,当多普勒 $f_d = 0$,或者 f_d 在FFT谱线的覆盖范围内时, G_p 有最大值;在其他位置,增益 G_p 最小,因此该算法可以完成码/多普勒二维空间的搜索,增益最大所在位置即是捕获到的信号。

2 性能分析

2.1 短时相关时间和FFT点数对系统增益 G_p 的影响

对式(7)等式右边的两项因子具体分析如下:

(1) 第一项代表短时相关的损失,与多普勒 f_d 和短时相关时间 T_p 有关。在 $f_d = 0$ 处,相关损失为0,具有最大相关; $f_d = 1/T_p$ 处,相关损失最大,在多普勒 f_d 一定的情况下,减小 T_p 可以降低相关损失,增加系统增益。

(2) 第二项是由FFT处理带来的损失,多普勒 f_d 位于两根谱线之间时损失最大,即FFT的频谱泄露损失最大。通过补零增加FFT的运算点数可以降低频谱泄露损失,增加系统增益并提高FFT的计算分辨率^[8],若FFT点数固定,则增加 T_p 可以降低频谱泄露损失,增加系统增益。

在式(7)中系统增益随着多普勒 f_d 的变化而变化,则多普勒 f_d 的随机性给定量分析其性能带来了困难,为此采用平均增益来代替式(7),定义平均增益为:

$$G_{p\text{-mean}}(\text{PIT}, T_p, N) = \frac{1}{BW_{\text{acq}}} \int_0^{BW_{\text{acq}}} G_{p\text{-norm}}(f_d) df_d \quad (8)$$

式(8)可以通过数值积分来计算。平均增益消除了多普勒 f_d 的影响,仅和预检测积分时间PIT、短时相关时间 T_p 和FFT运算点数 N 有关,而PIT一般由接收机要求的灵敏度和调制数据的速率决定,分析中认为PIT固定,因此系统设计的参数仅有 T_p 和 N 。从以上分析可以看出:在FFT点数固定的情况下,相关损失随着 T_p 的增加而增加,频谱泄露损失随着 T_p 的增加却减小;因此定义 T_p 的最优值为:

$$T_{p\text{-opt}} = \arg \max_{T_p} \{G_{p\text{-mean}}\} \quad (9)$$

式(9)也无法通过计算求得,但是由于在一定PIT内,短时相关的个数 M 是个自然序列,因此可以通过数值计算求得 $T_{p\text{-opt}}$ 。

2.2 系统平均发现概率和平均捕获时间

图1给出了一种短时相关和FFT相结合快速捕获算法的参考结构: $BW_{\text{acq}} = 5000 \text{ Hz}$ 。短时相关利用短时匹配滤波器(short time matched filter, STMF)实现,若码维不确定性为 T ,则该结构可实现多普勒维完全并行,码维 T_p 内并行, T/T_p 段串行捕获,通过复用STMF,则可以完成码维的完全并行。检验统计量为:

$$e = \sum_{i=0}^{P-1} I_i^2(k) + Q_i^2(k)$$

式中 P 是非相干累加次数。 H_1 对应信号存在时的状态概率密度为 $f(e|H_1)$; H_0 对应信号不存在时的状态概率密度为 $f(e|H_0)$, 这两个概率密度分别是自由度为 $2P$ 的非中心 χ^2 分布和中心 χ^2 分布^[9]。在图2中, 从 NT_p/T_s 个统计量中寻找最大值进行判决, 若判决门限为 Th , 则系统的虚警率和发现概率分别为:

$$P_{fa} = 1 - \left[\int_0^{Th} f(e|H_0) de \right]^{NT_p/T_s} \quad (10)$$

$$P_d = \int_{Th}^{\infty} f(e|H_1) de \left[\int_0^{Th} f(x|H_0) dx \right]^{NT_p/T_s - 1} \quad (11)$$

则由式(5)和式(6)得 χ^2 分布的均值和方差为:

$$H_0 \text{ 状态: } m_0 = PLM\sigma^2, \quad \sigma_0^2 = P(LM\sigma^2)^2$$

$$H_1 \text{ 状态: } m_1 = P(LM\sigma^2 + P_s G_p^2 / 2)$$

$$\sigma_1^2 = P(LM\sigma^2)(LM\sigma^2 + P_s G_p^2 / 2)$$

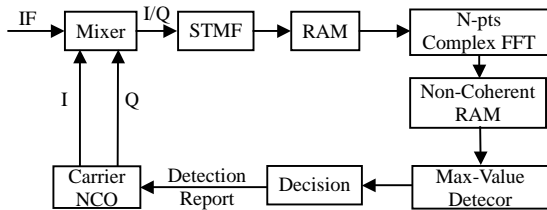


图1 短时相关和FFT相结合捕获算法的参考结构

从上述分析中易知, 概率与系统增益有关, 系统增益随多普勒的变化而变化, 那么系统的发现概率也随多普勒的变化而变化。为了定量描述系统的发现概率, 以式(8)定义的平均增益 G_{p-mean} 代替增益 G_p , 即以系统平均发现概率 P_{d-mean} 代替 P_d , P_{d-mean} 与多普勒的变化无关。当 P 值很大时, 由中心极限定理知: χ^2 分布可以用等均值和方差的高斯分布来近似, 则式(10)和式(11)可以近似写为:

$$P_{fa} = 1 - [1 - Q((Th - m_0)/\sigma_0)]^{NT_p/T_s} \quad (12)$$

$$P_{d-mean} = Q((Th - m_1)/\sigma_1) [1 - Q((Th - m_0)/\sigma_0)]^{NT_p/T_s - 1} \quad (13)$$

式中 $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2/2} dt$, 同样平均发现概率也由短时相关时间和FFT点数决定, 因此合理选择其配置可使平均发现率达到最优。若捕获采用单驻留机制, 则系统的平均捕获时间由文献[10]得到:

$$T_{acq} = \frac{2 + (2 - P_{d-mean})(v-1)(1 + KP_{fa})}{2P_{d-mean}} \tau_D \quad (14)$$

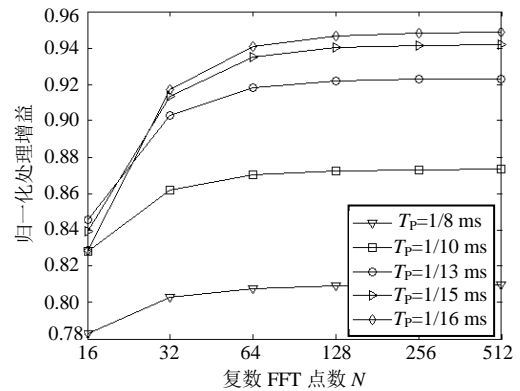
式中 v 为串行搜索的次数。在图2中, $v = T/T_p$, K 为因虚警而引入的惩罚因子, τ_D 为每次判决的驻留时间。

2 数值分析及仿真

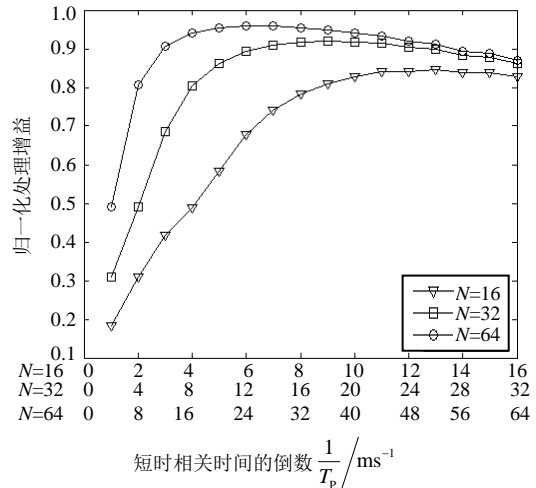
在以下分析中设定 $PIT=T=1$ ms, 多普勒搜索带

宽为 $-5\ 000 \sim 5\ 000$ Hz, 即 $BW_{acq} = 5\ 000$ Hz。图2a给出了短时相关时间确定的情况下, 平均增益与不同FFT点数的关系, 从图中可以看出, 补零使得FFT点数增加, 直接提高了系统的平均增益, 但是随着补零的增多, 对增益的贡献也趋于平稳, 因此补零多少需要在性能和复杂度之间综合考虑。

图2b给出在FFT点数固定情况下, 平均增益与短时相关时间的关系, 其结果表明减小 T_p , 有助于提高平均增益; 但是 T_p 减小到一定程度后, 反而会使得平均增益降低, 因此 T_p 存在最优值使得平均增益最大, 与2.1节的分析一致。数值分析得出复数FFT点数 $N=16.32$ 和 64 时, 最优短时相关时间分别为: $T_{p-opt}=1/13$ 、 $1/17$ 和 $1/26$ ms。



a. 短时相关一定, 平均增益与FFT点数的关系

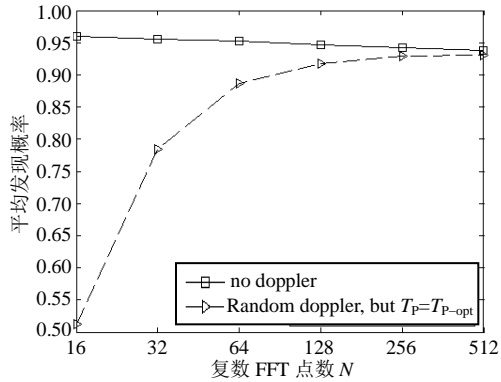


b. FFT点数一定, 平均增益与短时相关时间的关系

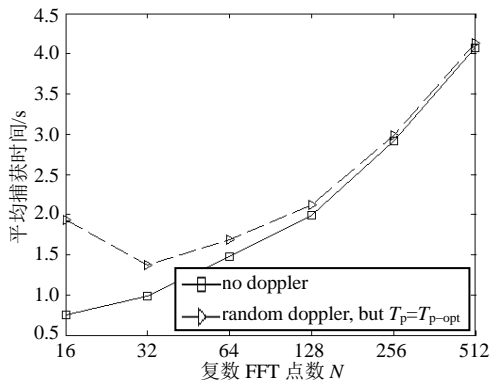
图2 平均增益与短时相关时间、FFT点数的关系

图3比较了 $P=100$, $SNR=-32$ dB, $P_{fa}=10^{-5}$, 伪码周期 $T=1$ ms, 且多普勒在 $-5\ 000 \sim 5\ 000$ Hz 之间随机变化时, 图3a为最优短时相关和FFT点数组组合下, 系统平均发现概率与没有多普勒时系统的最大发现概率之间的关系。从图中可以看出, 当FFT点数增加时, 最优组合下系统平均发现概率趋于没有多普勒时的最大发现概率, 这是因为FFT点数的增

加减小了频谱泄露损失,同时最优的短时相关时间使相关损失降到最小,最终使得由多普勒造成的损失减到最低,使得性能逼近没有多普勒时的最大发现概率。图3b显示了 $K=30$ 时系统的平均捕获时间,同样表明随着FFT点数增加,最优组合的性能逼近没有多普勒时的最佳捕获时间。



a. 平均发现概率有无多普勒时的比较



b. 平均捕获时间有无多普勒时的比较

图3 短时相关和FFT最优组合

4 结论

本文研究了短时相关和FFT相结合的伪码信号快速捕获算法,推导了算法的基本原理,理论分析了在多普勒存在的情况下,短时相关时间和FFT点数对系统增益的影响,提出采用平均增益和平均发

现概率来衡量系统性能的方法。数值分析表明,在FFT点数固定情况下,短时相关时间存在最优值使得系统平均增益最大。仿真结果表明,存在多普勒的情况下,短时相关和FFT的最优组合使得系统性能逼近多普勒不存在时的最佳性能。

参 考 文 献

- [1] YU T S. Rapid code acquisition algorithms employing PN matched filters[J]. IEEE Transactions on Communications, 1988, 36(6): 724-733.
- [2] ANDREAS P, CHARLES L W. A unified approach to serial search spread-spectrum code acquisition--part II a matched-filter receiver[J]. IEEE Transactions on Communications, 1986, 32(5): 550-560.
- [3] GENG Sheng-qun, Wu Si-liang. An FFT-based acquisition algorithm for spread-spectrum signal in high dynamic[C]// IEEE International Conference on Communications, Circuits and Systems. Hong Kong: IEEE Press, 2005: 798-802.
- [4] JAMES B Y T. Fundamentals of global positioning system receivers: a software approach[M]. 2nd ed, Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2005: 133-137.
- [5] AKOPIAN D. Fast FFT based GPS satellite acquisition methods[C]// Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings. Washington: IEEE Press, 2005, 152(4): 277-286.
- [6] SASCHA M S, IAIN S, STEPHEN M, et al. An FFT-based approach for fast acquisition in spread spectrum communication systems[J]. Wireless Personal Communications, 2000, 13(2): 27-56.
- [7] JOHN B, PAUL C, JOHN F. System for direct acquisition of received signals: US, 0071200.A1[P]. 2004-4-25.
- [8] 胡广书. 数字信号处理——理论、算法与实现[M]. 第2版. 北京: 清华大学出版社, 2003: 133-138.
- [9] HU Guang-shu. Digital signal processing-theory, algorithm and implementation[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 133-138.
- [10] JOHN G P. Digital communications[M]. 4th ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2001: 41-44.
- [11] JACK K H, CHANG C C. Acquisition time performance of PN spread-spectrum systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 1977, 25(8): 778-783.

编辑 张俊