

# MOM、MOM-PO及HEMI在载体天线问题中的比较

宗显政, 聂在平, 阙肖峰

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**【摘要】** 在传统矩量法(MOM)的基础上, 对其与物理光学(PO)混合的方法(MOM-PO)以及电磁场积分方程混合迭代方法(HEMI)进行了详细的推导, 从物理机制、计算成本、数值结果的精度等方面比较了3种方法的异同。数值算例表明, HEMI的输入阻抗及辐射方向图结果均能与MOM很好地吻合, 同时在较大程度上节约了计算时间; 而MOM-PO虽然在计算时间及内存消耗上均显著优于上述两种方法, 但小尺寸结果的精度相对较差, 特别是方向图, 在小尺寸情况下, 主瓣、旁瓣及后瓣上均存在较大误差。

**关键词** 天线; 混合迭代方法; 矩量法; 物理光学

**中图分类号** TN82

**文献标识码** A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2009.03.002

## Comparisons Between the Methods of MOM, MOM-PO and HEMI in Platform-Wire Antenna Problems

ZONG Xian-zheng, NIE Zai-ping, and QUE Xiao-feng

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology Chengdu 610054)

**Abstract** Based on the traditional moment of method (MOM), a method combined with the physical optics (PO), namely MOM-PO, is described in detail. An iterative method from the combination of the electrical-field integral equation (EFIE) and the magnetic-field integral equation (MFIE), so called HEMI, is also introduced. The three presented methods are compared in physical mechanism, calculating costly and numerical precision. Numerical examples validate the corresponding analyses well. The input impedance and the radiation pattern results of the HEMI agree well with those obtained using MOM. The computing time can be saved to a large extent. Although the MOM-PO method remarkably excels the other two in computing time and memory cost, it gives relatively poor precision results for electrically small problem cases, especially in the radiation patterns. For small cases, MOM-PO produces obvious errors in the main, the side and the back lobes.

**Key words** antennas; iterative hybrid method; method of moments; physical optics

近年来, 利用积分方程方法分析载体上天线问题已取得长足的进步, 在传统矩量法(MOM)<sup>[1-3]</sup>的基础上衍生出与高频方法如物理光学(PO)的混合方法即MOM-PO<sup>[4-7]</sup>、电磁场积分方程混合迭代算法(HEMI)<sup>[8]</sup>等。随着对物理机制理解的加深及对基权函数的改进, 上述各种算法依然在不断的发展中, 如对MOM-PO的边缘电流修正, 而高阶迭层基函数、非均匀有理B样条等也被应用, 以此降低问题的未知量<sup>[9-11]</sup>。

上述算法具有不同的应用范围和效率。文献[8]给出MOM、MOM-PO、HEMI矩阵求解成本的比较, 然而鲜有文献从工程应用的角度做出全面的对比。本文从物理机制、综合计算成本、对天线主要参数(包括输入阻抗 $Z_{in}$ 、方向图主旁瓣的影响)等方面比

较3种算法, 并进行归纳总结, 以利于在工程上进行快速估计及在设计时选用。

### 1 3种算法的基本原理

$f_i/\text{kHz}$

#### 1.1 MOM

对电磁辐射问题的求解, MOM往往基于电场积分方程EFIE(开/闭域问题)、磁场积分方程MFIE(闭域问题)或两者的加权组合形式即混合场积分方程CFIE(闭域问题)。因多数天线为线状或片状开域结构, 一般采用EFIE, 结合理想导体表面边界条件, 有:

$$-\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r})_{\text{tan}} = [-j\omega\mathbf{A}(\mathbf{r}) - \nabla\Phi(\mathbf{r})]_{\text{tan}} \quad (1)$$

分析过程首先是进行几何建模及电磁建模: 将载体表面用平面三角形单元剖分, 并在其上定义

RWG矢量基函数；而线状天线结构采用细线近似模型，即采用细直线段拟合，并定义三角形基函数；如果涉及线面连接，则不论是否在连接点馈电，为了保证电流连续性，都需要在该处定义一个特殊的基函数，该基函数可以是浮动圆盘基函数，也可以是Costa基函数<sup>[1]</sup>或其改进形式等。

采用伽略金方法进行测试，将式(1)的右端化为矩阵形式，其中包括贴片、导线、连接基的自阻抗及互阻抗；而式(1)的左端则形成激励向量。采用直接法、LU分解或迭代技术等可得到所求电流的展开系数。

对于较小载体上的天线，传统的MOM是一种精确方法，但当载体电尺寸增大时，未知量的增加导致存储量及计算时间的级数增长，使得算法的效率显著下降。

## 1.2 MOM-PO

对于一般的天线问题，由于激励的局部特性，在远离馈电区的载体上电流已相当微弱，因而远区对输入阻抗的贡献有限；而对于方向图，远区的贡献也主要体现在旁瓣、后瓣及交叉极化方面，对主瓣的影响不大。基于这种物理机制，MOM与PO/PTD等高频方法的结合可以更高效地解决电大尺寸的辐射问题。

MOM-PO首先要将模型进行合理的分区：天线、馈电端口及其他不连续区域归为MOM区，大而平坦的远区则归于PO区，如图1所示。两个区域的电流分别定义为 $J_s^{\text{MOM}}$ 、 $J_s^{\text{PO}}$ ，然后在两个区上分别定义严格的EFIE、MFIE，即有：

$$\begin{cases} n \times [E(J_s^{\text{MOM}}) + E(J_s^{\text{PO}}) + E^i] = 0 \\ J_s^{\text{PO}} + J_s^{\text{MOM}} = 2n \times [H(J_s^{\text{MOM}}) + H(J_s^{\text{PO}}) + H^i] \end{cases} \quad (2)$$

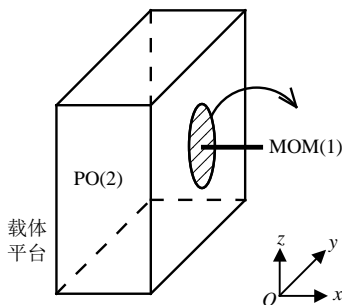


图1 MOM-PO及HEMI分区示意图

PO方法的要求如下：(1) 忽略PO区内单元之间的互耦；(2) 在PO区内的单元上施加几何光学条件，即认为在不被MOM区直接照亮的部分感应电流为零，则式(2)变为：

$$J_s^{\text{MOM}} + J_s^{\text{PO}} = \begin{cases} 2n \times [H(J_s^{\text{MOM}}) + H^i] & \text{亮} \\ 0 & \text{暗} \end{cases} \quad (3)$$

联立两个区域的方程，采用与MOM相同的基函数展开、权函数测试方法，可得：

$$\begin{bmatrix} Z_{\text{MOM}}^{\text{MOM}} & Z_{\text{PO}}^{\text{MOM}} \\ P_{\text{MOM}}^{\text{PO}} - Z_{\text{MOM}}^{\text{PO}} & P_{\text{PO}}^{\text{PO}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\text{MOM}} \\ I_{\text{PO}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V^{\text{MOM}} \\ V^{\text{PO}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中  $P$  矩阵为基权函数间的投射矩阵； $Z$ 、 $I$ 、 $V$  分别为阻抗、电流、激励矩阵。

$$\begin{cases} Z_{\text{MOM}}^{\text{MOM}} I_{\text{MOM}} + Z_{\text{PO-L}}^{\text{MOM}} I_{\text{PO-L}} + Z_{\text{PO-S}}^{\text{MOM}} I_{\text{PO-S}} = V^{\text{MOM}} \\ \left( \begin{bmatrix} P_{\text{MOM}}^{\text{PO-L}} \\ P_{\text{MOM}}^{\text{PO-S}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{\text{MOM}}^{\text{PO-L}} \\ Z_{\text{MOM}}^{\text{PO-S}} \end{bmatrix} \right) I_{\text{MOM}} + \\ \begin{bmatrix} P_{\text{PO-L}}^{\text{PO-L}} & P_{\text{PO-S}}^{\text{PO-L}} \\ P_{\text{PO-L}}^{\text{PO-S}} & P_{\text{PO-S}}^{\text{PO-S}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\text{PO-L}} \\ I_{\text{PO-S}} \end{bmatrix} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

再将PO区矩阵根据亮区(L)、暗区(S)划分，式(4)可变为式(5)。考虑到天线激励的实际情况， $V^{\text{PO}}$  应被置零。在PO暗区， $Z_{\text{MOM}}^{\text{PO-S}} = 0$ ；若该区测试时采用点匹配法，则式(5)中进一步有  $P_{\text{MOM}}^{\text{PO-S}} = 0$ 、 $P_{\text{PO-S}}^{\text{PO-L}} = 0$ 、 $P_{\text{MOM}}^{\text{PO-L}} = 0$ 、 $P_{\text{PO-L}}^{\text{PO-S}} = 0$ 。据此，可将式(5)变为：

$$\begin{cases} Z_{\text{MOM}}^{\text{MOM}} I_{\text{MOM}} + Z_{\text{PO-L}}^{\text{MOM}} I_{\text{PO-L}} = V^{\text{MOM}} & (6a) \\ -Z_{\text{MOM}}^{\text{PO-L}} I_{\text{MOM}} + P_{\text{PO-L}}^{\text{PO-L}} I_{\text{PO-L}} = 0 & (6b) \end{cases}$$

首先利用式(6a)求出MOM区电流  $J_s^{\text{MOM}}$ ，再代入式(6b)，可得到PO区电流  $J_s^{\text{PO}}$ 。根据这两部分电流便可计算得到天线远场方向图。如果只关心阻抗，则PO区的电流甚至无需求解。

MOM-PO对于快速预估电大尺寸载体上的天线是一种快速方法，得到的输入阻抗与MOM结果也相差不大。但在需要较多地关注天线的旁瓣、后瓣及交叉极化时，如果不加以修正，这种混合方法是无效的。

## 1.3 HEMI

对于闭域载体平台，HEMI是一种比MOM-PO更为精确、比MOM更为高效的方法。

为施行这种方法，平台与天线依然需要进行分区，方法与MOM-PO相同，并分别定义严格的EFIE、MFIE，将两区简称为1区、2区，如图1所示。但与MOM-PO不同，HEMI并不忽略2区内单元之间的互耦，同时也不对区内单元施加几何光学条件，得到的耦合方程组为：

$$\begin{bmatrix} Z_{11}^e & Z_{12}^e \\ P_{21} - Z_{21}^h & P_{22} - Z_{22}^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V^1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

进一步将式(7)变为一种易于迭代求解的形式，即有：

$$[Z_{11}^e + Z_{12}^e Z_{21}^h] I_1^{(j+1)} = V^1 - Z_{12}^e Z_{22}^h I_2^{(k+1)} \quad (8)$$

$$I_2^{(k+1)} = Z_{21}^h I_1^{(j)} + Z_{22}^h I_2^{(k)} \quad (9)$$

$$\frac{\|I_1^{(j+1)} - I_1^{(j)}\|}{\|I_1^{(j)}\|} < \varepsilon_1, \quad \frac{\|I_2^{(k+1)} - I_2^{(k)}\|}{\|I_2^{(k)}\|} < \varepsilon_2 \quad (10)$$

可用PO方法结果作为 $I_2$ 的初值, 经过式(9)的多次迭代, 得到更新后的 $I_1$ , 再代入式(8)中得到更新后的 $I_2$ 。如此两层循环迭代下去, 当同时满足各自的收敛门限  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  时, 便得到了最终的电流分布。

## 2 数值结果及讨论

### 2.1 计算成本的比较

MOM内存需求的量级为 $O(N^2)$ , 其中,  $N$ 为未知量总数。HEMI各区内及区间耦合均需计及, 内存需求与MOM基本相同。MOM-PO由于无需存储PO区内单元互耦, 当PO区未知量远大于MOM区时, 内存需求与MOM的比值约为 $O(2N_1/N_2)$ , 其中,  $N_1$ 、 $N_2$ 分别为MOM区、PO区的基函数数目, 如假设PO区被完全照亮, 可有效地减小存储量。实际上, 如果PO区存在被遮挡的部分, 该部分区域的感应电流被置零, 相关的阻抗元素也无需计算, 因此能节省更多的内存资源。

MOM方程直接求解或迭代法求解每一步运算的复杂度量级分别达到 $O(N^3)$ 、 $O(N^2)$ 。由文献[8]可知, 当PO区未知量远大于MOM区时, MOM-PO及HEMI的方程求解成本与MOM的对比分别为(EFIE区求解采用LU分解):

$$\frac{C_{\text{POHM}}}{C_{\text{MOM}}} \sim O(N_1^2/N_2^2)$$

$$\frac{C_{\text{HEMI}}}{C_{\text{MOM}}} \sim O(K_1 K_2/N_2) \quad (11)$$

式中  $K_1$ 、 $K_2$  分别为两层迭代的次数。虽然与MOM-PO相比速度较慢, 然而在2区未知量远大于1区、同时合理选取迭代初值(如物理光学值)从而显著减小迭代次数的情况下, HEMI的求解效率仍远高于MOM。由于MFIE区或PO区一般需要采用点匹配法进行测试来获得单位投射矩阵, 进而避免方程求解时的矩阵求逆; MOM-PO法并不计算PO区内的耦合及暗区阻抗元素; 但纯MOM一般采用伽略金法来提高计算精度, 同时常利用矩阵对称性以使矩阵元素的计算减半, 因此3种方法在填充时间上也存在较大差异, HEMI、特别是MOM-PO的填充时间均在较大程度上低于MOM。综合考虑, 本文的实例仅给出总计算时间的比较。

为验证上述方法的效率, 本文对某一球体上的单极天线进行了研究。以波长为单位, 球体半径 $0.350\lambda$ , 振子长 $0.333\lambda$ 、半径 $0.001\lambda$ , 在球体右侧面顶点沿水平方向放置。以围绕馈电点半径 $0.100\lambda$ 的圆形区域对球面进行区域划分。采用上述方法, 本文对单元边长为 $0.08\lambda$ 、 $0.06\lambda$ 、 $0.04\lambda$ 的3种剖分尺度模型进行研究, 未知量(对MOM-PO, 仅计及被照亮的部分)、内存消耗(仅统计阻抗元素的存储)、总计算时间(MOM区或EFIE区求解均采用CG迭代, 迭代门限为0.01, HEMI方法中门限  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  也均为0.01), 统计结果如表1所示。所述结果在P4 3.2 GHz单机上获得, 成本需求与上述分析所得的结论基本吻合。

表1 3种算法计算成本的比较

算法	MOM	MOM-PO	HEMI
未知量	779 <sup>(1)</sup>	35/184 <sup>(1)</sup>	35/744 <sup>(1)</sup>
	1 625 <sup>(2)</sup>	55/374 <sup>(2)</sup>	55/1 570 <sup>(2)</sup>
	3 164 <sup>(3)</sup>	93/738 <sup>(3)</sup>	93/3 071 <sup>(3)</sup>
内存/Mb	9.7 <sup>(1)</sup>	0.2 <sup>(1)</sup>	9.7 <sup>(1)</sup>
	42.3 <sup>(2)</sup>	0.7 <sup>(2)</sup>	42.3 <sup>(2)</sup>
	160.2 <sup>(3)</sup>	2.3 <sup>(3)</sup>	160.2 <sup>(3)</sup>
计算时间/s	108 <sup>(1)</sup>	14 <sup>(1)</sup>	54 <sup>(1)</sup>
	461 <sup>(2)</sup>	27 <sup>(2)</sup>	216 <sup>(2)</sup>
	2 048 <sup>(3)</sup>	80 <sup>(3)</sup>	921 <sup>(3)</sup>

注: 上标(1)、(2)和(3)分别对应剖分尺度为 $0.08\lambda$ 、 $0.06\lambda$ 、 $0.04\lambda$ 的模型; “/”前后表示两个分区。

### 2.2 计算精度的比较

采用上述3种方法, 本文对两个正方体上的单极振子模型进行了分析, 如图1所示。以波长为单位, 模型1正方体边长 $0.612\lambda$ , 模型2为 $1.000\lambda$ 。在两个模型中, 振子长均为 $0.333\lambda$ 、半径为 $0.001\lambda$ , 在正方体右侧面居中沿x轴放置。以围绕馈电点半径 $0.100\lambda$ 圆形区域, 对载体进行区域划分。首先考查天线的输入阻抗, HEMI与MOM的结果在两个模型中均比较吻合; 而MOM-PO的结果误差相对较大, 特别是当载体尺寸较小的情况下, 但误差量级依然能够在工程上被接受。具体比较如表2所示。

表2 3种算法天线输入阻抗 $Z_{in}$ 的比较

算法	模型1的 $Z_{in}$	模型2的 $Z_{in}$
MOM	130.936, 234.665	156.072, 205.202
MOM-PO	151.674, 204.082	153.836, 200.621
HEMI	129.211, 236.386	157.495, 205.584
IE3D	130.875, 232.702	156.904, 205.341

远场方向图如图2所示。在模型1中, MOM-PO只能基本体现天线的主瓣, 完全无法体现旁瓣。当平台尺寸增大后, 则能逐渐反映出旁瓣信息, 然而

与准确值仍有一定的偏差；HEMI方法则与MOM结果始终能够很好地吻合。本文计算值还与同样基于MOM的商业软件IE3D的结果进行了比较，证明了本文采用方法的正确性。

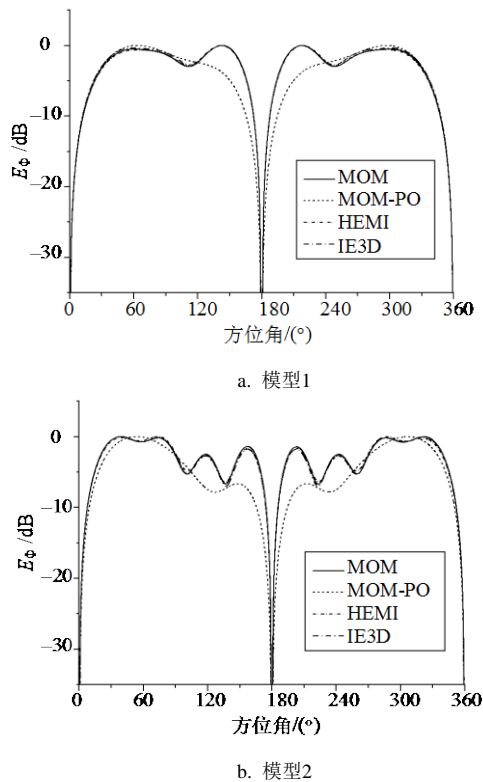


图2 两个模型主极化方向图的算法结果比较

对于一般的天线问题，传统MOM均能给出精确的结果，包括输入阻抗、辐射方向图等参数。MOM-PO(开、闭域载体均适用)在电大尺寸的情况下，能较准确地预估输入阻抗、主极化波束指向、波瓣宽度，然而对于旁瓣、后瓣、交叉极化则误差较大；而在小尺寸载体平台下，即使主瓣也不能给出正确结果，除非平台的大部分都归于MOM区。与MOM-PO相比，HEMI是一种更为严格的方法，适用于各种尺度问题(但限于载体闭域的情况)，所得结果与MOM均吻合良好。

### 3 结论

本文从算法机理、计算成本、结果精度等方面，对用于分析载体上线天线的MOM、MOM-PO、HEMI的3种积分方程方法进行了比较研究。数值结果表明，MOM-PO、HEMI与MOM相比均为高效算法，MOM-PO无法准确地预估方向图旁瓣、后瓣，但在载体电大尺寸情况下，输入阻抗及主瓣特性方面结果较好；而HEMI方向图及阻抗均与MOM精确值吻合很好，但效率低于MOM-PO。

### 参 考 文 献

- [1] COSTA M F, HARRINGTON R F. Minimization of radiation from computer systems[C]//Proceedings of the International Electrical Electronics Conference. Toronto, Canada: [s. n.], 1983: 660-665.
- [2] 阙肖峰, 聂在平, 宗显政. 复杂金属载体上线天线的MoM分析[J]. 微波学报, 2006, 22(5): 16-20.  
QUE Xiao-feng, NIE Zai-ping, ZONG Xian-zheng. Analysis on wire antennas mounted on complex conducting objects using MoM[J]. Journal of Microwaves, 2006, 22(5): 16-20.
- [3] XIAO Yun-hui, NIE Zai-ping, HU Jun, et al. A novel preconditioner for electromagnetic solvers[J]. Journal of Electronic Science and Technology of China, 2006, 4(1): 51-54.
- [4] KIM C S, RAHMAT-SAMII Y. Low profile antenna study using the physical optics hybrid method (POHM)[C]//Proceedings of IEEE International Symposium on Antennas and Propagation. London, ON, Canada: IEEE, 1991.
- [5] OBELLEIRO F, TABOADA J M, RODRIGUEZ J L, et al. Hybrid moment-method physical-optics formulation for modeling the electromagnetic behavior of on board antennas[J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2000, 27(2): 88-93.
- [6] OBELLEIRO F, TABOADA J M, RODRIGUEZ J L, et al. HEMCVI: A software package for the electromagnetic analysis and design of radiating systems on board real platforms[J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2002, 44(5): 44-61.
- [7] 孟 敏, 聂在平. 超大电尺寸目标的物理光学高效算法分析[J]. 电子科技大学学报, 2004, 33(5): 507-510.  
MENG Min, NIE Zai-ping. High-efficiency method of physical optics for EM scattering from the target with super large electrical size[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2004, 33(5): 507-510.
- [8] HODGES R E, RAHMAT-SAMII Y. An iterative current-based hybrid method for complex structures[J]. IEEE Trans-AP, 1997, 45(2): 265-276.
- [9] MIROSLAV D, BRANISLAV M N. Higher order hybrid method of moments-physical optics modeling technique for radiation and scattering from large perfectly conducting surfaces[J]. IEEE Trans-AP, 2005, 53(2): 800-813.
- [10] 张浩斌, 杜建春, 聂在平. MOM-NPO混合算法分析天线-载体系统[J]. 电子与信息学报, 2006, 28(9): 1731-1734.  
ZHANG Hao-bin, DU Jian-chun, NIE Zai-ping. Analyzing antenna-platform system with hybrid MoM-PO method[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2006, 28(9): 1731-1734.
- [11] CHEN Min, ZHANG Yu, ZHAO Xun-wang, et al. Analysis of antenna around NURBS surface with hybrid MOM-PO technique[J]. IEEE Trans-AP, 2007, 55(2): 407-413.