

# 非理想信道条件下天线选择系统的SER性能分析

杨海芬, 李广军, 郝黎宏

(电子科技大学通信与信息工程学院 成都 610054)

**【摘要】**针对一般的相关检测天线选择系统, 分析了Rayleigh衰落信道接收端非理想信道状态信息下发送天线选择(AS)系统的误符号率(SER)性能, 给出了数值积分形式的理论表达式。仿真结果表明, 无论在理想或有误差的信道信息下, 理论结果与实际的仿真结果都保持了一致。数值分析结果表明在低信噪比(SNR)区域提高信道状态信息的准确程度比增加天线数目更能提高天线选择系统的性能。

**关键词** 天线选择; 信道状态信息; 多天线系统; 误符号率

中图分类号 TN911

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2009.03.005

## SER Performance Analysis of Antenna Selection System with Imperfect Channel Knowledge

YANG Hai-fen, LI Guang-jun, and HAO Li-hong

(School of Communication and Information Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

**Abstract** The error performance for coherent detection transmit antenna selection (AS) system is investigated for a Rayleigh fading channel with imperfect channel state information at the receiver. The symbol error rate (SER) performance is expressed in numerical integration with finite limits for different signaling. Simulation shows that the proposed theoretical result matches the real system performance whether with perfect or imperfect channel information. The numerical results also show that the quality of channel state information dominates the AS system performance in lower signal to noise ratio (SNR) region.

**Key words** antenna selection; channel state information; MIMO system; SER

多天线技术可以提高无线通信系统的容量或可靠性<sup>[1-2]</sup>, 然而面临着实际应用中的困难。因为多天线技术意味着增加硬件复杂度和射频链路开销, 如低噪放大器、数模转换器等。因此, 天线选择技术, 即根据一定的准则从全部天线中选择部分天线来使用的技术, 被相应地提出来解决多天线实际应用中的上述困难。

天线选择系统的容量分析最先出现在文献[3]中, 天线选择技术与空时码(空时块码或空时格码)相结合的方案被广泛研究或仿真<sup>[4-6]</sup>。文献[6]研究了理想信道条件下最大比合并(MRC)检测时发送天线选择系统的性能, 推导出了BPSK调制时系统的性能表达式。已有的研究表明, 在理想的信道信息下AS系统几乎可以取得与完全复杂系统(即使用全部天线时)相同的分集度。上述对于天线选择系统的研究一般都假设理想的信道环境, 非理想信道状态信息对于相关检测多天线选择系统的影响引起了越

来越多研究者的兴趣<sup>[7-11]</sup>。文献[7]研究了信道误差对于天线选择分支的影响, 但其单入单出的环境对于理解天线选择中信道估计误差的影响非常有限。非理想天线选择结合正交空时块码的性能被广泛分析<sup>[8-10]</sup>, 由于正交空时块码的特殊性, 或者系统局限于两个发送选择天线和一个接收天线<sup>[8]</sup>, 或者分析结果只能是列举的形式。文献[11]分析了空时码与天线选择系统在特定的一种训练序列方案下的成对错误概率(PEP)性能。

在以上文献的研究基础上, 本文考虑一般情况下MMSE信道估计时相关检测天线选择系统的性能, 得出了理论分析表达式, 并仿真验证了分析结果的正确性。

## 1 系统模型

假设多天线 Rayleigh 块衰落信道矩阵  $\mathbf{H}$  ( $N \times M$ , 系统有  $M$  个发送和  $N$  个接收天线), 其元

素满足零均值单位方差的复高斯随机分布。假设在任意时刻只会从  $M$  个天线中选择一个天线使用, 则成为  $(M, 1, N, N)$  天线选择系统。若某一时刻第  $K$  个天线被选择来发送符号  $s$  (发送能量为  $E_s$ ), 则接收到的信号为:

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1K} \\ H_{2K} \\ \vdots \\ H_{NK} \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_N \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中  $r_i$  表示第  $i$  个接收天线接收到的数据;  $H_{ij}$  表示从第  $j$  个发送天线到第  $i$  个接收天线的衰落参数;  $\eta_i$  是噪声分量, 满足零均值方差为  $N_0$  的独立的复高斯随机分布。

采用MMSE信道估计方法<sup>[12]</sup>, 估计出的信道矩阵  $\mathbf{G}$  正交于估计误差  $\mathbf{E}$ , 其中矩阵  $\mathbf{E}$  的元素是零均值的复高斯随机变量, 其方差  $\sigma_e^2$  与导频能量  $E_p$  和噪声方差有关:

$$\mathbf{H} = \mathbf{G} + \mathbf{E} \quad (2)$$

从而得知矩阵  $\mathbf{G}$  的元素同样是零均值的复高斯随机变量, 其方差为  $\sigma_g^2$ 。

天线选择准则被广泛研究, 本文使用Frobenius范数选择算法(FNS)<sup>[4-6]</sup>:

$$K = \arg \max_{1 \leq j \leq M} \left\{ \sum_{i=1}^N |G_{ij}|^2 \right\} \quad (3)$$

## 2 SER性能分析

系统误差性能可以由噪声分布在误差区间内积分得到, 一个具有分集度  $N$  的系统, 如果每一独立分支具有相同的SNR均值, 则其性能  $P_e$  近似为每一分支性能  $P_{\text{branch}}$  的  $N$  次方。因此, 本文首先研究天线选择系统中接收端每一分支的性能。

第  $i$  个接收天线上的等价噪声由式(1)得出:

$$w_i = \frac{E_i s + \eta_i}{G_{iK}} \quad (4)$$

如果  $G_{iK}$  (或  $|G_{iK}|^2$ ) 已知, 则  $w_i$  满足零均值方差为  $\frac{\sigma_e^2 E_s + N_0}{|G_{iK}|^2}$  的复高斯分布, 其概率密度函数为:

$$f_w(w_i | |G_{iK}|^2) = \frac{|G_{iK}|^2}{\pi(\sigma_e^2 E_s + N_0)} \exp\left(-\frac{|G_{iK} w_i|^2}{\sigma_e^2 E_s + N_0}\right) \quad (5)$$

已知随机变量  $C_j = \sum_{i=1}^N |G_{ij}|^2, 1 \leq j \leq M$ , 满足独立同分布自由度为  $2N$  的开方分布, 其密度函数和累积分布函数为<sup>[13]</sup>:

$$f_C(c) = \frac{1}{(N-1)! \sigma_g^{2N}} c^{N-1} e^{-\frac{c}{\sigma_g^2}} \quad c \geq 0 \quad (6)$$

$$F_C(c) = 1 - e^{-\frac{c}{\sigma_g^2}} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(c/\sigma_g^2)^i}{i!} \quad c \geq 0 \quad (7)$$

FNS算法选择出最大值, 其对应于原始序列中的  $C_K$ , 根据顺序统计学方法<sup>[14]</sup>,  $C_K$  的概率密度函数如式(8a)所示, 其中第一步到第二步的推导过程分别应用了式(8b)和式(8c), 同时忽略了无穷小项  $o(\bullet)$ :

$$f_{C_K}(c) = \frac{M}{(N-1)! \sigma_g^{2N}} c^{N-1} e^{-\frac{c}{\sigma_g^2}} \left(1 - e^{-\frac{c}{\sigma_g^2}} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(c/\sigma_g^2)^i}{i!}\right)^{M-1} \approx \frac{M}{(N-1)! \sigma_g^{2N}} c^{N-1} e^{-\frac{c}{\sigma_g^2}} \left(\frac{c^N}{\sigma_g^{2N} N!}\right)^{M-1} = \frac{MN}{(N!)^M \sigma_g^{2MN}} c^{MN-1} e^{-\frac{c}{\sigma_g^2}} \quad (8a)$$

$$e^{-x} = \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{(-x)^i}{i!} \quad (8b)$$

$$\sum_{i=0}^N \frac{(-x)^i}{i!} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(x)^i}{i!} = 1 - \frac{x^N}{N!} + o(x^N) \quad (8c)$$

由于  $C_K$  和  $|G_{iK}|^2$  的关系, 用特征函数(CF)方法求  $|G_{iK}|^2$  的概率密度函数更容易。  $C_K$  和  $|G_{iK}|^2$  的特征函数分别为:

$$\varphi_{C_K}(u) = E[e^{juc}] = \int_0^{\infty} e^{juc} \frac{MN}{(N!)^M \sigma_g^{2MN}} c^{MN-1} e^{-\frac{c}{\sigma_g^2}} dc = \frac{(MN)!}{(N!)^M} (1 - ju\sigma_g^2)^{-MN} \quad (9)$$

$$\varphi_{|G_{iK}|^2}(u) = \sqrt[N]{(MN)!/(N!)^M} (1 - ju\sigma_g^2)^{-M} \quad (10)$$

对式(10)进行逆运算可以得到  $|G_{iK}|^2$  的概率密度函数为:

$$f_{|G_{iK}|^2}(x) = \frac{\sqrt[N]{(MN)!/(N!)^M}}{(M-1)! \sigma_g^{2M}} x^{M-1} e^{-\frac{x}{\sigma_g^2}} \quad (11)$$

这样, 等价噪声  $w_i$  的分布就可以根据式(5)和式(11)求得:

$$f_w(w) = E_{|G_{iK}|^2}(f_w(w | |G_{iK}|^2)) = \int_0^{\infty} f_w(w | |G_{iK}|^2) f_{|G_{iK}|^2}(x) dx = \frac{M \sqrt[N]{(MN)!/(N!)^M}}{\pi(\sigma_e^2 E_s + N_0) \sigma_g^{2M}} \left(\frac{1}{\sigma_g^2} + \frac{|w|^2}{\sigma_e^2 E_s + N_0}\right)^{-M-1} \quad (12)$$

每一分支的错误概率可以由等价噪声的概率分布在误差区间内积分得到。文献[15]给出了任意二维

信号的多项式判决区域，系统SER可以由等价噪声在判决区域内的积分得到。考虑PSK信号，使用极坐标  $w = re^{j\theta}$ ，则每一分支的误差概率如式(13)所示。其中参数  $\Psi$  与信号几何有关，在文献[15]中被详细定义。系统错误概率  $P_e$  由  $P_{branch}$  的  $N$  次方得到：

$$P_{branch} = 2 \int_0^{\pi-\Psi} d\theta \int_{\sqrt{E_s} \sin \Psi / \sin(\theta+\Psi)}^{\infty} \frac{M \sqrt{(MN)!/(N!)^M}}{\pi(\sigma_e^2 E_s + N_0) \sigma_g^{2M}} \left( \frac{1}{\sigma_g^2} + \frac{r^2}{\sigma_e^2 E_s + N_0} \right)^{-M-1} r dr = \frac{\sqrt{(MN)!/(N!)^M}}{\pi \sigma_g^{2M}} \int_0^{\pi-\Psi} \left( \frac{1}{\sigma_g^2} + \frac{E_s \sin^2 \Psi}{\sin^2(\theta+\Psi)(\sigma_e^2 E_s + N_0)} \right)^{-M} d\theta \quad (13)$$

### 3 仿真结果

仿真采用4PSK信号。图1给出了针对(2,1,2,2) AS系统本文所提出的理论结果与仿真结果的SER性能比较，图中曲线分别对应于理想信道估计及  $E_p=E_s$  的情况。由于文献[6]中分析了理想信道信息下AS系统的性能，在此列出以示比较。从图1中可以看出，本文所提出的理论结果，无论在理想信道估计及有误差的情况下，与实际的仿真结果都保持了一致性。同时本文提出的理论结果，在低SNR区域，比文献[6]的结果更逼近实际系统性能。图1验证了本文分析结果的正确性和有效性。

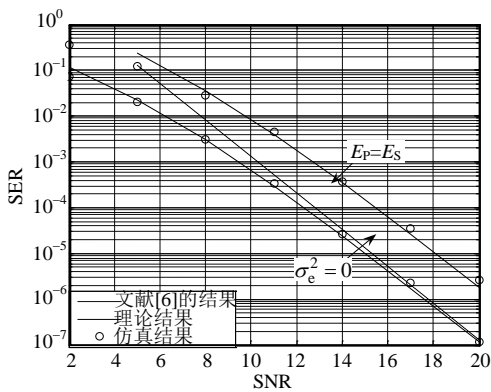


图1 理论分析与仿真结果的性能比较

图2给出了不同天线配置和信道估计误差下的性能比较。从图中可以看出，增加可选的天线数目  $M$  (即系统分集度)可以改善系统的SER性能。另一方面，非理想的信道条件下，提高信道信息的可信度(即导频功率与符号功率的比值)同样可以起到改善系统性能的作用。图2表明，在信噪比相对较高时，分集度对性能起主要作用；在信噪比相对较低时，信道信息的可信度对性能起主要作用。

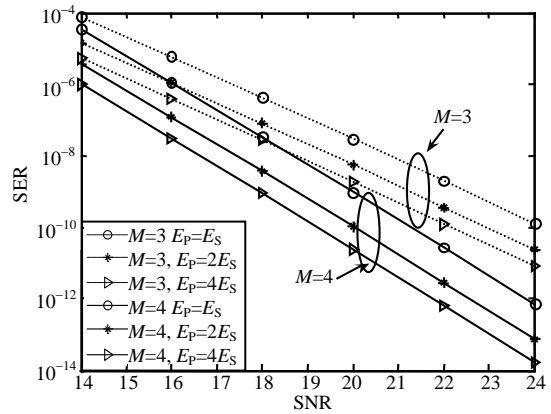


图2 不同M及信道估计误差下的SER性能比较I

图3进一步表明了分集度和信道信息可信度之间的折中。在信噪比低于18 dB时，较低分集度较高信道可信度( $M=4, E_p=2E_s$ )的系统性能优于较高分集度较低信道可信度( $M=5, E_p=E_s$ )的系统性能。这说明在较低SNR区域，多天线选择系统对于信道估计误差很敏感，即只有信道信息具有很高的可信度，系统才可以更好地工作，原因在于天线选择系统依靠估计出来的信道信息选择最好的天线分支。

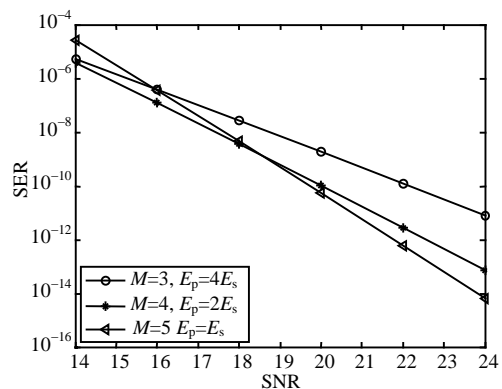


图3 不同M及信道估计误差下的SER性能比较II

### 4 结论

本文分析了针对PSK信号的信道估计误差下天线选择系统的SER性能，给出了数值积分形式的理论表达式。仿真结果表明，无论在理想信道估计或有误差的情况下，本文所提出的理论结果与实际的仿真结果都保持一致。同时数值分析结果表明在低SNR区域改善信道估计的性能比增加天线数目更能提高天线选择系统的性能。

### 参考文献

[1] TELATAR I E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels[J]. Europ Trans Telecommun, 1999, 10(11): 585-595.

(下转第362页)