

交织多址接入系统信道容量证明

胡剑浩, 杨 凤, 熊兴中

(电子科技大学通信抗干扰技术国家重点实验室 成都 610054)

【摘要】 交织多址接入系统(IDMA)是使用低速率码并利用交织器区分用户的多址接入系统, 被认为是码分多址(CDMA)的特例。IDMA省去专门的扩频序列, 通过迭代检测提高系统性能, 继承了CDMA抗多径衰落和抗多用户干扰等特性, 但对于IDMA和CDMA在同样的信道条件下具有相同的信道容量这一基本问题没有给出严格的理论说明。该文在给出交织多址接入系统码定义的基础上, 引入了信息论中的平均互信息量作为度量信道容量的标准, 研究了 K 个用户的IDMA系统信道容量问题, 得到了与CDMA系统相同的信道容量, 并用随机编码和联合典型列的方法对结论进行了证明。由此从信息论的角度证明了IDMA是CDMA的特例, 为IDMA的研究工作完成信息论方面的基础证明。

关键词 信道容量; 码分多址; 联合典型列; 随机编码

中图分类号 TN929.533

文献标识码 A doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2009.04.001

Study on the Channel Capacity for Interleave Division Multiple Access Systems

HU Jian-hao, YANG Feng, and XIONG Xing-zhong

(National Key Laboratory of Communication, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

Abstract Interleave division multiple access (IDMA) is a multiple access system with low rate codes and random interleavers, which is the only method to separate different users. Compared with code division multiple access (CDMA) systems, IDMA systems can provide more efficient scheme for multiple user detection (MUD). And IDMA can achieve the optimal combination between coding gain and multipath gain. In research area, IDMA system is looked as a special case of CDMA system and has the same channel capacity with CDMA system. But this issue is not proved from the viewpoint of information theory. Based on the code definition of IDMA, we introduce the average mutual information to measure the channel capacity. The capacity region achieved by IDMA with K users is proved with random encoding and jointly typical sequences. We prove that IDMA has the same capacity limitation with CDMA. Thus, it is proved that IDMA is a special case of CDMA from the view of information theory.

Key words channel capacity; code division multiple access; jointly typical sequences; random encoding

传统的CDMA是在发送端用互不相同的相互正交或准正交的地址码来调制所发送的信号, 在接收端利用地址码的正交性或准正交性, 通过相关检测从混合信号中选出相应的信号。在CDMA系统中, 多用户干扰问题日益严重, 如何消除多用户干扰成为研究热点。

从1996年起, 编码多用户检测技术受到越来越多的关注, 提出了使用不同交织图案区分用户的思想。在这种思想的基础上, 文献[1]提出了交织多址接入系统(IDMA)。

IDMA的主要目的正是以较低的复杂度解决在

CDMA移动通信系统中日益严重的多用户干扰问题, 它的基本原理是用不同的交织方式作为一种多址方式来区分用户, 通过和信道编译码的结合, 采用迭代检测结构, 在码片(chip)级检测出原始信号。

IDMA采取不同于CDMA的处理技术, 使其在很多方面优于CDMA:

- (1) IDMA使用低码率编码使系统获得极高的频谱效率;
- (2) IDMA通过编码实现扩频, 具有最大化的编码增益;
- (3) IDMA是码片级交织, 内含了与比特交织编

码调制BICM相同的机制,所以具有与BICM相同的优点,即更高的分集阶数;

(4) IDMA用不同的交织图案作为用户的标识特征,不受信道化码等码资源的限制。

正是因为IDMA的这些优势,目前国内外都对其展开了积极的研究工作,但现在的研究工作主要集中在交织多址技术的编码^[2-3]、迭代检测^[4]、交织器选择^[5-6]、性能评估^[7]和多用户干扰抵消^[8-9]等方面;而对于信道容限这一基本问题仍没有作出解答。

目前的研究者从交织多址的实现机理上,即不同的用户用正交的交织图案加以区分,得出这样的论断,交织多址是码分多址系统的特例。但是对于这一论断也尚未从信息论的角度得到证明,即IDMA和CDMA在同样的信道条件下具有相同的信道容量。

本文利用多用户信息论的多接入信道模型,对交织多址技术信道容量理论限进行分析和证明,其信道容量公式与已证明的CDMA信道容量公式相同。因此证明了IDMA是CDMA的特例,为IDMA技术的深入研究完成了基本理论证明工作。

2 IDMA系统中码的定义

IDMA的系统结构如图1所示。设用户 k 的信息传输速率为 R_k , $k=1,2,\dots,K$, 码长为 n , 则用户 k 的消息集合为:

$$W_k = \{1, 2, \dots, 2^{nR_k}\}.$$

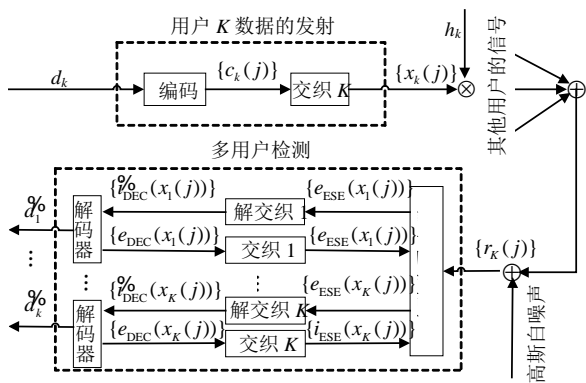


图1 IDMA系统结构框图

定义 在 IDMA 系统中,一个 $((2^{nR_1}, 2^{nR_2}, \dots, 2^{nR_K}), n)$ 码的组成如下:

1) 编码函数(所有用户都是相同的)

$$C: W_k \rightarrow C_k^n \quad k=1,2,\dots,K$$

其中, $W_k = \{1, 2, \dots, 2^{nR_k}\}$ 是用户 k 的消息集合。

2) 交织函数(各用户采取不同的交织策略,并满足独立随机的要求)

$$\pi_k: C_k^n \rightarrow \chi_k^n$$

3) 译码函数: 将译码过程视为一个函数,记为 g 。

$$g: r^n \rightarrow W_1 \times W_2 \times \dots \times W_K$$

在IDMA系统中,译码采用了迭代结构,函数 g 是一个复合函数,它包含3个重要的子函数:

(1) ESE函数

假定信道是无记忆的,并且只考虑单径情况,则接收机接收到的信号可以表示为:

$$r(j) = \sum_{k=1}^K h_k x_k(j) + n(j) \quad j=1,2,\dots,n \quad (1)$$

式中 h_k 为用户 k 的信道参数,为已知参量; $\{n(j)\}$ 为满足 $E(n(j))=0$, $\text{Var}(n(j))=N_0/2=\sigma^2$ 的高斯白噪声取样。

由于交织器的随机性:

$$r(j) = h_k x_k(j) + \zeta_k(j)$$

式中 $\zeta_k(j) \equiv r(j) - h_k x_k(j) = \sum_{k' \neq k} h_{k'} x_{k'}(j) + n(j)$ 表示其他用户对用户 k 的干扰及噪声的累加干扰。根据中心极限定理, $\zeta_k(j)$ 满足高斯分布,因此有:

$$p(r(j)|x_k(j) = \pm 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \text{Var}(\zeta_k(j))}} \times \exp\left(-\frac{(r(j) - (\pm h_k + E(\zeta_k(j))))^2}{2\text{Var}(\zeta_k(j))}\right) \quad (2)$$

其中:

$$E(r(j)) = \sum_k h_k E(x_k(j))$$

$$\text{Var}(r(j)) = \sum_k |h_k|^2 \text{Var}(x_k(j)) + \sigma^2$$

$$E(\zeta_k(j)) = E(r(j)) - h_k E(x_k(j))$$

$$\text{Var}(\zeta_k(j)) = \text{Var}(r(j)) - |h_k|^2 \text{Var}(x_k(j))$$

$$\text{根据 } e(x_k(j)) \equiv \ln\left(\frac{p(y|x_k(j)=+1)}{p(y|x_k(j)=-1)}\right) \quad \forall k, j,$$

可以得到:

$$e_{\text{ESE}}(x_k(j)) = \ln\left(\frac{p(r(j)|x_k(j)=+1)}{p(r(j)|x_k(j)=-1)}\right) = \frac{(r(j) - (h_k + E(\zeta_k(j))))^2}{2\text{Var}(\zeta_k(j))} - \frac{(r(j) - (-h_k + E(\zeta_k(j))))^2}{2\text{Var}(\zeta_k(j))} = 2h_k \frac{r(j) - E(\zeta_k(j))}{\text{Var}(\zeta_k(j))} \quad (3)$$

(2) 解交织函数(与交织函数互为逆函数)

$$\pi_k^{-1}: \chi_k^n \rightarrow C_k^n$$

(3) DEC函数

采用APP译码, 将ESE的输出作为输入, 输出为 $\{e_{\text{DEC}}(x_k(j))\}$, 则得到统计量:

$$E(x_k(j)) = \tanh\left(\frac{e_{\text{DEC}}(x_k(j))}{2}\right)$$

$$\text{Var}(x_k(j)) = 1 - (E(x_k(j)))^2$$

当消息分布均匀时, $((2^{nR_1}, 2^{nR_2}, \dots, 2^{nR_K}), n)$ 码的平均错误概率为:

$$P_e^{(n)} = \frac{1}{2^{n(R_1+R_2+\dots+R_K)}} \sum_{(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_K) \in W_1 \times W_2 \times \dots \times W_K} P\{g(r^n) \neq (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_K)\} \quad (4)$$

3 IDMA信道容量

定理 对多接入信道 $(\chi_1 \times \chi_2 \times \dots \times \chi_K, p(r|x_1, x_2, \dots, x_K), r)$ 来说, 任何 $\chi_1 \times \chi_2 \times \dots \times \chi_K$ 上的乘积分布 $p(x_1, x_2, \dots, x_K) = p_1(x_1)p_2(x_2)\dots p_K(x_K)$, 凡满足:

$$R(S) \leq I\left(X(S); R \left| X(\bar{S})\right.\right) \quad S \subseteq \{1, 2, \dots, K\} \quad (5)$$

的速率对是可达的。可达速率对 (R_1, R_2, \dots, R_K) 集合的凸闭包称为多接入信道容量区, 并且这个信道容量在CDMA系统和IDMA系统中均能达到。

证明 在IDMA系统中, 每个用户均由编码器C统一编码, 形成一串码字序列 $C_1^n(i), C_2^n(j), \dots, C_K^n(l)$, 其中 $i \in \{1, 2, \dots, 2^{nR_1}\}$, $j \in \{1, 2, \dots, 2^{nR_2}\}$, $l \in \{1, 2, \dots, 2^{nR_K}\}$, 然后经过不同的、独立随机的交织器 π_k 后, 产生了满足准正交性的码字序列 $x_1^n(i), x_2^n(j), \dots, x_K^n(l)$, 模仿了随机编码的形式。因此, 可以采用CDMA的思想, 任意选定 $\chi_1 \times \chi_2 \times \dots \times \chi_K$ 上的乘积分布 $p(x_1, x_2, \dots, x_K) = p_1(x_1)p_2(x_2)\dots p_K(x_K)$, 产生随机码书, 然后用随机编码方法来证明。

(1) 产生随机码书

产生 2^{nR_1} 个独立码字 $x_1^n(i)$, $i \in \{1, 2, \dots, 2^{nR_1}\}$, 每个码字按分布 $\prod_{k=1}^n p_1(x_{1k})$ 独立抽取; 同样按分布 $\prod_{k=1}^n p_2(x_{2k})$ 独立抽取 2^{nR_2} 个码字 $x_2^n(j)$, $j \in \{1, 2, \dots, 2^{nR_2}\}$ 。依此类推, 按分布 $\prod_{k=1}^n p_K(x_{Kk})$ 独立抽取 2^{nR_K} 个码字 $x_K^n(l)$, $l \in \{1, 2, \dots, 2^{nR_K}\}$ 。

(2) 编码

为发送消息 (i, j, \dots, l) , 发送器 k (包含一个编码器C和交织器 π_k) 就发送码字 $x_1^n(i), x_2^n(j), \dots, x_K^n(l)$ 。

(3) 迭代译码

准则1 令 $A_\varepsilon^{(n)}$ 表示典型列 $(X_1^n, X_2^n, \dots, X_K^n, R^n)$ 的集合, 对接收序列 r^n , 若存在唯一的 (i, j, \dots, l) 使 $(x_1^n(i), x_2^n(j), \dots, x_K^n(l), r^n) \in A_\varepsilon^{(n)}$, 则译码器认为 (i, j, \dots, l) 为所传送的消息, 否则就认为出现不可译错误。

准则2 准则1是CDMA中的译码准则, 在IDMA中仍采用这种强典型列的方法判别译码的正确性。这里需要指出的是准则1中“唯一”有两层含义, 这也是下面计算误码概率的基础。第一, 不存在 (i, j, \dots, l) 与接收序列 r^n 构成强典型列, 即步骤4中的 $E_{11\dots 1}^-$; 第二, 存在 (i, j, \dots, l) 与接收序列 r^n 构成强典型列, 但 (i, j, \dots, l) 不是唯一的, 即步骤4中的

$$\bigcup_{(i, j, \dots, l) \neq (1, 1, \dots, 1)} E_{ij\dots l}^+$$

(4) 计算误码概率

由于随机码的对称性, 误码概率与消息下标没有关系, 不失一般性, 假设发送的 $(i, j, \dots, l) = (1, 1, \dots, 1)$ 。这里记事件 $E_{ij\dots l}$ 为:

$$E_{ij\dots l} \stackrel{\text{def}}{=} \{(X_1^n(i), X_2^n(j), \dots, X_K^n(l), R^n) \in A_\varepsilon^{(n)}\}$$

则:

$$P_e^{(n)} = P\left\{E_{11\dots 1}^- \cup \left[\bigcup_{(i, j, \dots, l) \neq (1, 1, \dots, 1)} E_{ij\dots l}^+\right]\right\} \leq P(E_{11\dots 1}^-) + \sum_{i \neq 1, j = \dots = l = 1} P(E_{ij\dots l}^+) + \dots + \sum_{j \neq 1, i = \dots = l = 1} P(E_{ij\dots l}^+) + \sum_{i \neq 1, j \neq 1, \dots = l = 1} P(E_{ij\dots l}^+) + \dots + \sum_{i \neq 1, j \neq 1, \dots, l \neq 1} P(E_{ij\dots l}^+)$$

根据联合典型列的性质, 有:

$$P(E_{11\dots 1}^-) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

对 $i \neq 1$, 有:

$$P(E_{i1\dots 1}) = P\{(X_1^n(i), X_2^n(1), \dots, X_K^n(1), R^n) \in A_\varepsilon^{(n)}\} = \sum_{(x_1^n, x_2^n, \dots, x_K^n, r^n) \in A_\varepsilon^{(n)}} p(x_1^n) \cdot p(x_2^n, \dots, x_K^n, r^n) \leq |A_\varepsilon^{(n)}| \cdot 2^{-n(H(X_1) - \varepsilon)} \cdot 2^{-n(H(X_2, \dots, X_K, R) - \varepsilon)} \leq 2^{-n\{H(X_1) + H(X_2, \dots, X_K, R) - H(X_1, X_2, \dots, X_K, R) - 3\varepsilon\}} = 2^{-n(I(X_1; X_2, \dots, X_K, R) - 3\varepsilon)} = 2^{-n(I(X_1; R|X_2, \dots, X_K) - 3\varepsilon)} \quad (6)$$

类似地,可以得到:

$$P(E_{1j1\dots 1}) \leq 2^{-n(I(X_2;R|X_1,X_3,\dots,X_K)-3\epsilon)}$$

$$P(E_{1\dots 1l}) \leq 2^{-n(I(X_K;R|X_1,X_2,\dots,X_{K-1})-3\epsilon)}$$

对于 $i \neq 1, j \neq 1, \dots, l \neq 1$, 有:

$$P(E_{ij\dots l}) = P\{(X_1^n(i), X_2^n(j), \dots, X_K^n(l), R^n) \in A_\epsilon^{(n)}\} = \sum_{(x_1^n, x_2^n, \dots, x_K^n, r^n) \in A_\epsilon^{(n)}} p(x_1^n) p(x_2^n) \cdots p(x_K^n) p(r^n) \leq 2^{-n(I(X_1, X_2, \dots, X_K; R) - 4\epsilon)} \quad (7)$$

所以:

$$P_e^{(n)} \leq P(E_{11\dots 1}^-) + 2^{nR_1} \cdot 2^{-n(I(X_1;R|X_2,\dots,X_K)-3\epsilon)} + 2^{nR_2} \cdot 2^{-n(I(X_2;R|X_1,X_3,\dots,X_K)-3\epsilon)} + \dots + 2^{nR_K} \cdot 2^{-n(I(X_K;R|X_1,\dots,X_{K-1})-3\epsilon)} + 2^{n(R_1+R_2)} \times 2^{-n(I(X_1, X_2; R|X_3, \dots, X_K) - 4\epsilon)} + \dots + 2^{n(R_1+R_2+\dots+R_K)} \times 2^{-n(I(X_1, X_2, \dots, X_K; R) - \delta(\epsilon))} \quad (8)$$

对于 $\forall \epsilon$, 只要满足定理要求, 则当 $n \rightarrow \infty$ 时, $P_e^{(n)} \rightarrow 0$ 。

由于在随机码书上平均错误概率 $P_e^{(n)} \rightarrow 0$, 所以至少存在一个码使得满足定理要求的速率对 (R_1, R_2, \dots, R_K) 是可达的。

证毕

式(5)与CDMA的信道容限^[10]是一致的。由此可见, CDMA和IDMA具有相同的信道容限。事实上, 从CDMA和IDMA的系统结构来看, 虽然它们的编码和译码采取了不同的处理技术, 但它们的效果是相同的, 即在发送端, 尽量使处理后的消息序列独立随机化; 在接收端尽量使译出的码字与发送码字距离最小。因此, IDMA和CDMA具有相同的信道容限是合理的。

4 总结

本文从信息论角度证明了IDMA的信道容量与CDMA是相同的; 同时也说明IDMA是CDMA的一个特例, 它属于码分多址。这一结论为IDMA找到了容量界, 在今后的研究工作中, 不但要充分发挥IDMA在编码增益、分集阶数和码资源等方面的优势, 如

何发挥其在容量上的潜在优势, 即在实际应用中达到或更加逼近这一信道容量也是很重要的, 对于提高系统容量和解决用户数日益增多的问题有重要的指导意义。

参考文献

- [1] LI Ping, LIU Li-hai, WU K Y, et al. Interleave-division multiple-access[J]. IEEE Transactions on Wireless Communication, 2006, 5(4): 938-947.
- [2] LI Ping, LIU Li-hai, WU K Y, et al. Approaching the capacity of multiple access channels using interleaved low-rate codes[J]. IEEE Communications Letters, 2004, 8(1): 4-6.
- [3] LI Ping, LEUNG W K, WU K Y. Low-rate turbo-hadamard codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2003, 49(12): 3213-3224.
- [4] LIU Li-hai, LI Ping. Iterative detection of chip interleaved CDMA systems in multipath channels[J]. Electronics Letters, 2004, 40(14): 884-886.
- [5] PUPEZA I, KAVCIC A, LI Ping. Efficient generation of interleavers for IDMA[J]. IEEE Communications Society, 2006, 4:1508-1513.
- [6] CAO S, CHEN J. Interleaver technology: comparisons and applications requirements[J]. Journal of Lightwave Technology, 2004, 22(1): 281-289.
- [7] HONIG M L, RATASUK R. Large-system performance of iterative multiuser detection-feedback detection[J]. IEEE Transactions on Communications, 2003, 51(8): 1368-1377.
- [8] WANG Peng, LI Ping. Power allocation for multiple access systems with practical coding and multi-user detection[J]. IEEE Communications Society, 2006, 11: 4971-4976.
- [9] LI Ping, LIU Li-hai. Analysis and design of IDMA systems based on SNR evolution and power allocation[J]. IEEE VTC 2004, 2: 1068-1072.
- [10] 仇佩亮. 信息论与编码[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
QIU Pei-liang. Information theory and code[M]. Beijing: Higher Education Press, 2003.

编辑 张俊