

带电粒子在磁化等离子体中辐射模拟研究

张雅鑫¹, 贾佳^{1,2}, 付强³

(1. 电子科技大学物理电子学院 成都 610054; 2. 成都信息工程学院学生工作处 成都 610225; 3. 西南民族大学学报编辑部 成都 610041)

【摘要】 研究了带电粒子沿磁化等离子体中匀速运动产生辐射的机理。从理论上推导了辐射场强的解析表达式和特征值形式, 并通过对特征值讨论得出了辐射条件。采用数值计算得到了磁化等离子体中Cherenkov辐射特征值分布, 发现磁环等离子体回旋频率和等离子体频率对辐射场特征值有直接的影响。通过计算机模拟研究了在该介质中辐射特性及辐射规律, 结果表明磁化等离子体中引导磁场强度影响辐射角、辐射强度, 并观察到了尾场辐射。

关键词 Cherenkov辐射; 特征值; 磁化等离子体; 粒子模拟

中图分类号 O536; O461.1

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2009.04.018

Simulation of Cherenkov Radiation in Magnetized Plasma by a Charged Particle

ZHANG Ya-xin¹, JIA Jia^{1,2}, and FU Qiang³

(1. School of Physical Electronics, University of Electronics Science and Technology of China Chengdu 610054;

2. Student Work Department, Chengdu University of Information Technology Chengdu 610225;

3. The Editorial Office, Southwest University for Nationalities Chengdu 610041)

Abstract The theoretical study and simulation of Cherenkov radiation of a charged particle which moves uniformly in magnetized plasma are carried out. The analytical expression of radiated field, eigenvalue, and radiated conditions are obtained. Numerical calculations of the eigenvalues and contour map of radiated field are presented. It is found that the cyclotron frequency and plasma frequency affect the distribution of the eigenvalue. Then the PIC-simulation is applied to analyze the characteristics of this radiation. The results show that the amplitude of confinement magnetic field influences the radiation angle and the amplitude of radiation field. And the wakefield is found in the simulation.

Key words Cherenkov radiation; eigenvalues; magnetized plasma; PIC simulation

Cherenkov辐射是基于带电粒子的辐射, 是当电子在介质中的运动速度大于波在介质中速度时出现的电磁波辐射现象^[1-4]。自20世纪50年代至今, 该学科发现了不少新的现象及应用, 是一门非常活跃的前沿学科, 至今仍在推动着学科前沿的发展^[5-11]。

本文分析了带电粒子在磁化等离子体中的Cherenkov辐射机理, 探讨了产生Cherenkov辐射的条件, 研究了辐射场特征值分布, 求出了Cherenkov辐射场的场结构, 并通过粒子模拟软件对其进行了计算机模拟, 对磁化等离子体各参量对辐射场的影响进行了分析。

1 磁化等离子体中Cherenkov的辐射机理

本文建立了物理模型, 它是一个带电的点电荷在无限大等离子体中沿z轴匀速运动, 外加一个有限

磁场 B_0 , 该磁场方向也是沿z轴。磁化等离子体介电张量为:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & -j\varepsilon_2 & 0 \\ j\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 $\varepsilon_1 = 1 - \xi^2 / (1 - \tau^2)$; $\varepsilon_2 = \tau \xi^2 / (1 - \tau^2)$; $\varepsilon_3 = 1 - \xi^2$; $\xi^2 = \omega_{pe}^2 / \omega^2$; $\tau^2 = \omega_{ce}^2 / \omega^2$, $\omega_{pe} = (Ne^2 / m_e \varepsilon_0)^{1/2}$ 为等离子体频率; $\omega_{ce} = eB_0 / m_e$ 为电子回旋频率; m_e 为电子质量; N 为电子密度。

由有源Maxwell方程组可得一组辐射场的耦合方程组为^[6]:

$$\begin{cases} \nabla_T^2 H_z + cH_z - dE_z = -4\pi \frac{\omega}{c} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \rho \\ \nabla_T^2 E_z + aE_z - bH_z = j4\pi \frac{\omega}{c} J_z - j \frac{4\pi}{\varepsilon_1} k_z \rho \end{cases} \quad (2)$$

收稿日期: 2009-01-12; 修回日期: 2009-05-17

基金项目: 国家自然科学基金联合资助项目(10676110)

作者简介: 张雅鑫(1981-), 男, 博士生, 主要从事太赫兹科学与技术方面的研究。

式中

$$\begin{cases} a = (k_0^2 \varepsilon_1 - k_z^2) \varepsilon_2 / \varepsilon_1 & b = j k_z k_0 \varepsilon_2 / \varepsilon_1 \\ c = \frac{(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)}{\varepsilon_1} k_0^2 - k_z^2 & d = -j k_z \varepsilon_2 \varepsilon_3 k_0 / \varepsilon \end{cases} \quad \begin{cases} \rho = \frac{q}{(2\pi)^3} \int e^{j k_r r + j k_z (z - u_0 t)} dk \\ J_z = \frac{q u_0}{(2\pi)^3} \int e^{j k_r r + j k_z (z - u_0 t)} dk \end{cases} \quad (3)$$

对点电荷源进行傅里叶展开可得:

$$\begin{cases} E_z(r, t) = \int_0^{\omega_m} \frac{q \beta k_0 e^{-j \frac{\omega}{u_0} (z - u_0 t)}}{2\pi(p_1^2 - p_2^2)} \times \left\{ \begin{aligned} & (c - p_1^2) H_0^{(1)}(-p_1 r) + \\ & (p_2^2 - c) H_0^{(1)}(-p_2 r) \end{aligned} \right\} d\omega + \\ \int_0^{\omega_m} \frac{j q k_0 e^{-j \frac{\omega}{u_0} (z - u_0 t)}}{2\pi \varepsilon_1 (p_1^2 - p_2^2)} \times \left\{ \begin{aligned} & \left[j \frac{1}{\beta} (c - p_1^2) + \varepsilon_2 b \right] H_0^{(1)}(-p_1 r) + \\ & \left[j \frac{1}{\beta} (p_2^2 - c) - \varepsilon_2 b \right] H_0^{(1)}(-p_2 r) \end{aligned} \right\} d\omega \\ H_z(r, t) = \int_0^{\omega_m} \frac{q \beta k_0 d e^{-j \frac{\omega}{u_0} (z - u_0 t)}}{2\pi(p_1^2 - p_2^2)} \left\{ H_0^{(1)}(-p_1 r) - H_0^{(1)}(-p_2 r) \right\} d\omega + \\ \int_0^{\omega_m} \frac{j q k_0 e^{-j \frac{\omega}{u_0} (z - u_0 t)}}{2\pi \varepsilon_1 (p_1^2 - p_2^2)} \left\{ \begin{aligned} & \left[\varepsilon_2 (a - p_1^2) + j \frac{d}{\beta} \right] H_0^{(1)}(-p_1 r) + \\ & \left[\varepsilon_2 (p_2^2 - a) - j \frac{d}{\beta} \right] H_0^{(1)}(-p_2 r) \end{aligned} \right\} d\omega \end{cases} \quad (4)$$

式中 $H_0^{(1)}$ 为零阶一类汉克尔函数; E_z 和 H_z 为横向辐射场。则特征值分别 p_1 、 p_2 为:

$$\begin{aligned} p_{1,2}^2 &= \frac{1}{2\varepsilon_1} [-k_z^2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) + k_0^2 (\varepsilon_1 \varepsilon_3 + \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)] \pm \\ & \frac{1}{2\varepsilon_1} \left\{ [-k_z^2 (-\varepsilon_1 + \varepsilon_3) + k_0^2 (\varepsilon_1 \varepsilon_3 - \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)]^2 + \right. \\ & \left. 4k_z^2 k_0^2 \varepsilon_2^2 \varepsilon_3 \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (5)$$

从式(4)中可看出,带电粒子在Hermitian介质中的CR场强包含了 $H_0^{(1)}(-p_1 r)$ 和 $H_0^{(1)}(-p_2 r)$ 两个部分,当辐射场脱离激发源(带电粒子)后,可以采用汉克尔函数的近似表达式来表示辐射场:

$$H_0^{(1)}(p_{1,2} r) \approx \sqrt{2/\pi(p_{1,2} r)} e^{-j(p_{1,2} r + \pi/4)} \quad (6)$$

因此,特征值 p_1 、 p_2 其实可以等效为横向的波矢量,由此可判断当特征值为实数时,辐射场将向外辐射;当为虚数时则为一局域场不能辐射。辐射场两个组成部分实为两个向外辐射的模式组成,这两个模式分别由特征值 p_1 、 p_2 确定。不难得到电子在磁化等离子体中的Cherenkov辐射场的条件为:

$$\begin{aligned} [-k_z^2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) + k_0^2 (\varepsilon_1 \varepsilon_3 + \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)] - \{ [-k_z^2 (\varepsilon_3 - \varepsilon_1) + \\ k_0^2 (\varepsilon_1 \varepsilon_3 - \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)]^2 + 4k_0^2 k_z^2 \varepsilon_2^2 \varepsilon_3 \}^{1/2} > 0 \end{aligned}$$

2 特征值相关数值计算

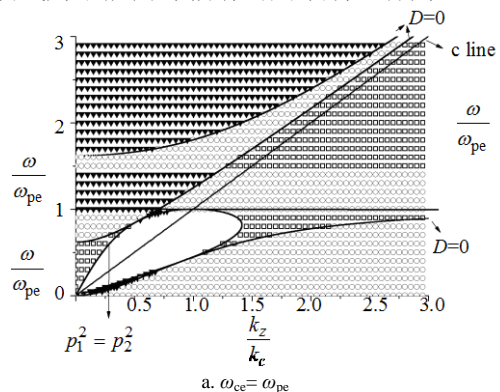
由辐射场表达式的推导可知,磁化等离子体中

求解耦合方程式(2),经过一系列复杂运算可以计算出纵向场表达式为^[6]:

Cherenkov辐射场是由两个模式共同组成,因为这两个模式的波矢量为 $\mathbf{k}_{1,2} = (\omega/u_0)\mathbf{e}_z + p_{1,2}\mathbf{e}_r$, 因此特征值决定着这两个模式的辐射特性,研究特征值的分布对于进一步研究辐射场具有十分重要的意义。

本文对特征值的分布进行了相关数值计算。 ω 用等离子体频率 ω_{pe} 归一,速度 v 用真空中光速 c 归一,波数 k 用 ω_{pe}/c 归一。

本文首先选取等离子体频率与回旋频率相等的情况进行研究,如图1所示。在图1中, \blacktriangledown 表示 $p_1^2 > 0$, $p_2^2 > 0$; \square 表示 $p_1^2 < 0$, $p_2^2 < 0$; \circ 表示 $p_1^2 > 0$, $p_2^2 < 0$ 。 $D=0$, $p_1^2 = p_2^2$ 的曲线为磁化等离子体中两个特殊的模式。在 $p_1^2 = p_2^2$ 色散曲线包围的空白区域代表 p_1, p_2 为复数的情况。在大多数的情况下, p_1 所对应的模式都是可以向外辐射的,称为“o”模; p_2 对应的模式为不能向外辐射的局域场,称为“e”模。



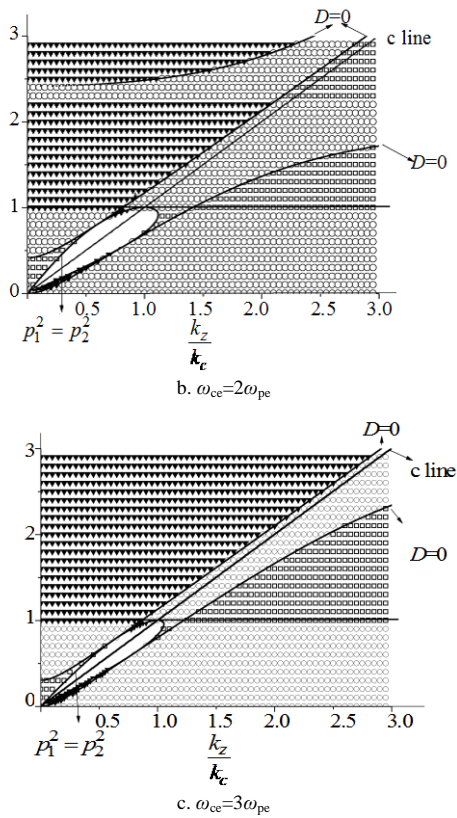


图1 特征值计算

从图1可以看出, 当条件一定时, 在 $D=0$ 与 $p_1^2 = p_2^2$ 两个模式色散曲线间存在一个特殊的小区域, 在这个区域中特征值满足两个模式同时为辐射场的条件, 说明了在磁化等离子体中Cherenkov辐射可能向外辐射两个辐射强度和辐射角度都不相同的模式。基于图1的结果, 本文又改变等离子体频率与回旋频率之间的关系进行多组数值计算, 如图1b和图1c所示。由图可知, 随着回旋频率的增加, “o”模式可以向外辐射的区域越大, 而两个模式同时可以向外辐射的区域频域范围越宽。

3 二维粒子模拟研究

在进行理论推导和数值计算后, 本文采用二维粒子模拟软件对该物理模型进行计算机模拟。模拟采用一个宏粒子发射代替一个电子, 用吸收边界代替开放的自由空间。首先先对不同引导磁场进行讨论, 从图2模拟结果中可知, 辐射场由两个部分组成, 一部分是以一定倾角向外辐射的辐射, 另一部分是在辐射源头后形成的一个个圆圈形式的尾场辐射, 后者属于磁化等离子体中Cherenkov尾场辐射, 如果采用强激光脉冲代替电子束, 则只能激发后者^[4-5]。

从模拟中可以看到, 引导磁场变化, 辐射场大小、辐射角度都发生了变化。随着磁场强度增强, 回旋频率增大, 辐射角也在不断增大。在磁场较小

时, Cherenkov尾场辐射比较明显; 当磁场增强时, 尾场不再明显, 如图2所示。因此为了进一步研究其中的规律, 本文对其辐射场强进行了研究, 如图3所示。图中为一根垂直于纵向方向线上测量到的辐射场强, 虽然在引导磁场为1 T和2 T时, 场强变化不是很明显, 但是当把磁场变为3 T和4 T时, 辐射随着磁场增大而显著减小。

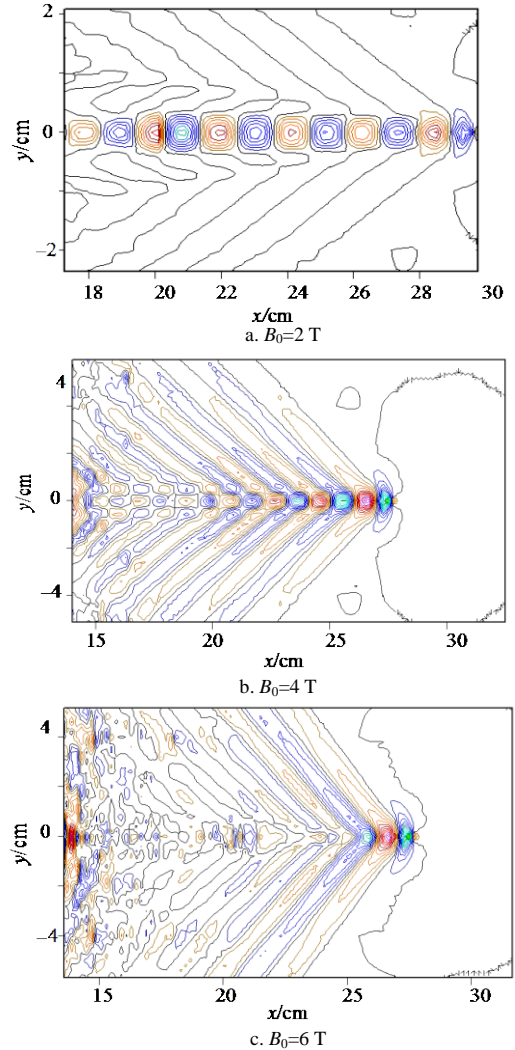


图2 不同引导磁场情况下磁环等离子体中Cherenkov辐射模拟纵向场份量 E_x 等位图

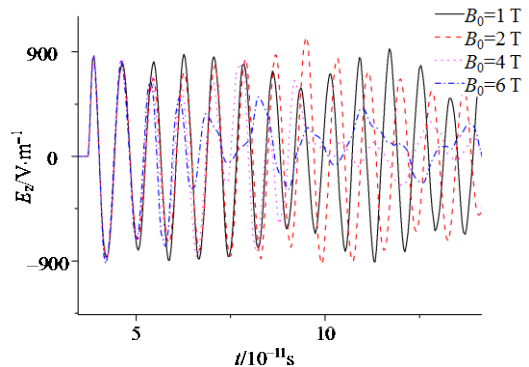


图3 不同引导磁场情况下辐射场 E_x 份量幅值比较

本文对不同发射电压(即不同电子运动速度)的情况进行了讨论,如图4所示。电子运动速度对辐射场固然有一定的影响,因为电子能量越大,辐射能量越强。从等位图中还可以直接看到电子运动速度越快,Cherenkov角越小。

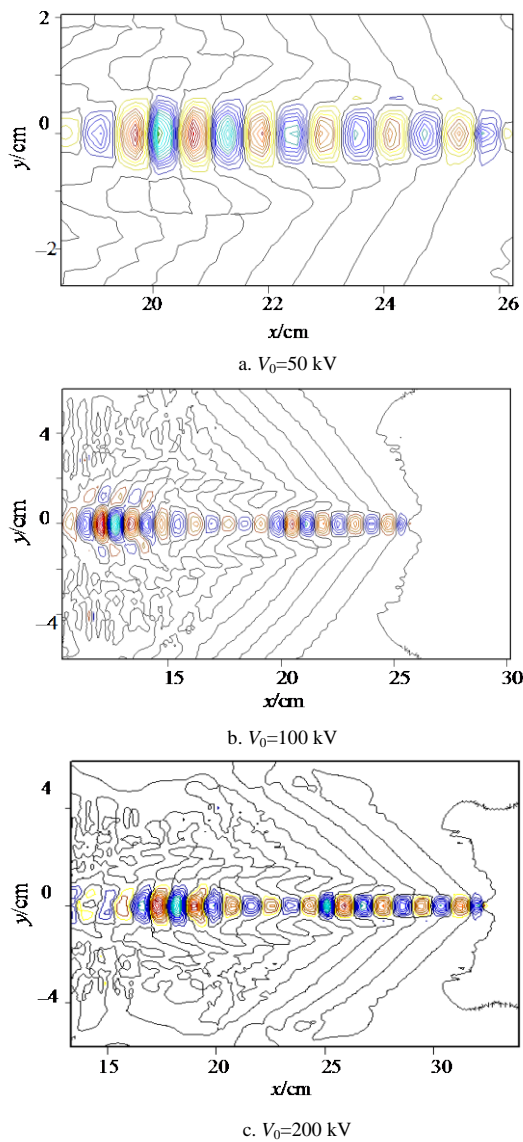


图4 不同电子速度情况下磁环等离子体中Cherenkov辐射模拟纵向场分量 E_x 等位图

4 结束语

本文对带电粒子在磁化等离子体中的Cherenkov辐射进行了研究,导出了辐射场分布解析表达式,得到了辐射场特征值和辐射条件。通过数

值计算发现,特征值的分布随着磁化等离子体回旋频率与等离子体频率在不断变化,并且存在一个两个模式都能辐射的区域。但是,在计算机模拟中未发现两个模式同时存在的情况,可能由于“o”模场强远大于“e”模,因此在等位图中“e”模场被忽略造成。通过模拟,本文分析了不同引导磁场对辐射角和辐射场强的影响规律,以及电子运动速度对辐射场的影响。结果显示,随着引导磁场以及电子运动速度的增加辐射角增加,辐射场减小。

参考文献

- [1] ČERENKOV P A. Radiation of electrons moving with the velocity exceeding that of light[J]. Trudy FIAN, 1944, 2(2): 61-65.
- [2] CERENKOV P A. Visible glow of pure liquids under g-irradiation[J]. Dokl Akad Nauk SSSR, 1934, 2(2): 451-454.
- [3] CERENKOV P A. Visible radiation induced by γ rays in pure fluids[J]. Dokl Akad Nauk SSSR, 1934, 2(2): 455-457.
- [4] FRANK I M, TAMM I E. Coherent radiation of fast electron in medium[J]. Dokl Akad Nauk SSSR, 1937(14): 107-113.
- [5] YOSHII J, LAI C H, KATSOULEAS T, et al. Radiation from Cerenkov wakes in a magnetized plasma[J]. Phys Rev Lett, 1997, 79(21): 4194-4197.
- [6] LIU Sheng-gang, ZHANG Ya-xin, YAN Yang, et al. Cherenkov radiation by an electron bunch moving in Hermitian medium[J]. Journal of Applied Physics, 2007, 102(04): 044901.
- [7] YUGAMI N, HIGASHIGUCHI T, GAO H, et al. Experimental observation of radiation from Cherenkov wakes in a magnetized plasma[J]. Phys Rev Lett, 2002, 89(6): 4194-4197.
- [8] SPENCE N, KATSOULEAS T, MUGGLI P. Simulations of Cerenkov wake radiation sources[J]. Phys Plasm, 2001, 8(11): 4995-5005.
- [9] VODOPJANOV A S, ZRELOV V P, TYAPKIN A. Analysis of the anomalous Cherenkov radiation obtained in the relativistic lead ion beam at CERN SPS[J]. Particles Nuclei Lett, 2000, 99(2): 35-41.
- [10] WAHLSTRAND J K, MERLIN R. Cherenkov radiation emitted by ultra-fast laser pulses and the generation of coherent polaritons[J]. Phys Rev B, 2003, 68(1): 1-11.
- [11] COMPERNOLLE B V. Cherenkov radiation of Shear Alfvén waves[J]. Phys Plasm, 2008, 15(08): 082101.

编辑 黄 莘