

高度层优化使用问题的指派模型及算法

牟奇锋^{1,2}, 王慈光¹

(1. 西南交通大学交通运输学院 成都 610031; 2. 中国民航飞行学院空中交通管理学院 四川 广汉 618307)

【摘要】飞行高度层的优化使用是空中交通管制(ATC)自动化理论研究的核心问题。为取得任意两架飞机之间的水平约束,提出航空器相对于飞行高度层的一般性指派问题(AP)的研究方法。引入广义指派(GAP)扩展效率矩阵,分析单架飞机占用一个飞行高度层和多机共用一层效率矩阵元素的定义方法,研究垂直剖面航迹优化的匈牙利求解。效率矩阵如果随条件发生变化,问题变为不确定型,对此,给出了将其转换成确定型问题处理的一般方法。实例表明,直接或间接应用匈牙利算法对于ATC决策的实时求解是有效的。

关键词 空中交通管制; 指派问题; 飞行高度层; 广义指派; 航迹优化

中图分类号 TP301.6

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2009.04.023

Assignment Model and Algorithm for Solution of the Optimization Use of Flight Level

MOU Qi-feng^{1,2} and WANG Ci-guang²

(1. College of Traffic & Transportation, Southwest JiaoTong University Chengdu 610031;

2. College of Air Traffic Management, Civil Aviation Flight University Guanghan Sichuan 618307)

Abstract In order to obtain the horizontal restriction of any two aircraft, a method of the assignment problem (AP) of flight level is presented. Based on the expanded efficiency matrix of generalized assignment problem (GAP), Hungarian algorithm provides a solution for the optimization of the vertical trajectory with the efficiency matrix of the flight level from one single aircraft to multiple aircraft in the same flight level. It also provides a general method to convert the indeterminate mode of assignment problem to determinant mode when the efficient matrix varies. The case study shows that the direct or indirect Hungarian algorithm is efficient in real time optimal use of flight level in air traffic control.

Key words air traffic control; assignment problem; flight level; generalized assignment; trajectory optimization

随着飞行总量的攀升,空中交通管制的环境变得越来越复杂。在现代信息技术条件下,空管自动化的一项重要任务就是为空域内飞机之间可能出现的碰撞启动分级预警并就规避提供航迹的技术优化。国外自上世纪60年代以来围绕该问题开展了大量的研究,其中Reich模型在冲突分析研究领域被公认为最早的研究成果,在后续的研究中,线性规划、遗传算法、神经网络技术也被证明可以用来解决航迹规划问题^[1-5]。然而,上述关于冲突的解脱只是正常管制干预不能消除碰撞的一套临时处置方案,与现实的管制理念和方法还存有差距,尤其不能做到“早预测、早调配”。飞行冲突调配总是优先考虑通过高度的方法,其次才是速度和航向。为满足飞行剖面的总体优化,合理分配高度是关键。最近民航

正开始实施缩小垂直间隔,通过指配和灵活选择更加优化的飞行高度层,以减少航空器在地面和空中的延误,降低燃油消耗,提高管制效率。因此,空管自动化研究的一个很重要的问题就是对高度层优化指配的原理做出解释。本文采用分治法,借助在调速控制两机最小水平间隔方面的研究成果^[6],提出航空器相对飞行高度层的广义指派。结果表明,本文提出的飞行高度层优化使用问题的广义指派模型能满足中长期ATC决策的实时性和完整性要求。

1 模型假定

先讨论两机在一个水平面上的冲突情况,如图1所示。

以一定的步长采样,任意两机水平距离 S 与采样

收稿日期: 2008-11-28; 修回日期: 2009-03-23

基金项目: 国家自然科学基金(60776820)

作者简介: 牟奇锋(1972-), 男, 博士生, 副教授, 主要从事交通运输规划与管理、空中交通管制、机场运行等方面的研究。

步数 z 之间的关系为:

$$\begin{cases} S^2 = f_A^2(z) + f_B^2(z) - 2\cos(\theta)f_A(z)f_B(z) \\ f_A(z) = \sqrt{(x_a - x_0)^2 + (y_a - y_0)^2} - v_a z \\ f_B(z) = \sqrt{(x_b - x_0)^2 + (y_b - y_0)^2} - v_b z \end{cases} \quad (1)$$

式中 $z=1,2,\dots,i$; v_a 和 v_b 分别表示两机速度; θ 为航迹夹角; $f_A(z)$ 和 $f_B(z)$ 为两机各自到 O 点的距离。

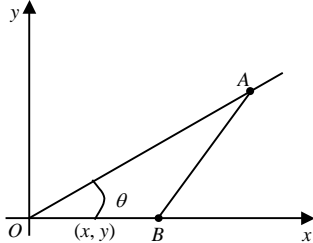


图1 交叉航路

为达到必需的安全等级, 两机在水平和垂直方向上应具备的最小间隔已经有了明确规定, 也成为ATC决策的主要依据。由式(1)不难判断两机有无可能出现小于最小水平间隔的情况。当然水平面上的冲突可以通过对一架飞机调速来化解。式(2)描述了飞机速度 v 在多扰动情况下随时间的变化情况。

$$v = v' + (r + \alpha)z + r \quad (2)$$

式中 r 为扰动因子; v' 为初始速度; α 为加速度。代入式(1), 可以反推得到维持最小水平间隔必需的加速度。对照不同机型性能, 不难判断能否单纯通过调速来解决当前冲突。

两机互穿高度的情况与之类似, 在整个穿越过程中, 两机原本就满足最小水平间隔或通过调速来满足, 最差的情况是即使调速也不能维持最小间隔, 这时只能保持高度差, 不穿越。显然, 从开始穿越到结束, 整个过程所消耗的时间应考虑成与机型性能相对应的常量。

表1 高度层简化模型

高度范围/m	简化	高度范围/m	简化	高度范围/m	简化
150~450	1	3 750~4 050	13	7 350~7 650	25
450~750	2	4 050~4 350	14	7 650~7 950	26
750~1 050	3	4 350~4 650	15	7 950~8 250	27
1 050~1 350	4	4 650~4 950	16	8 250~8 700	28
1 350~1 650	5	4 950~5 250	17	8 700~9 300	29
1 650~1 950	6	5 250~5 550	18	9 300~9 900	30
1 950~2 250	7	5 550~5 850	19	9 900~10 500	31
2 250~2 550	8	5 850~6 150	20	10 500~11 100	32
2 550~2 850	9	6 150~6 450	21	11 100~11 700	33
2 850~3 150	10	6 450~6 750	22	11 700~12 300	34
3 150~3 450	11	6 750~7 050	23		
3 450~3 750	12	7 050~7 350	24		

参照航线高度层配备, 从300 m到12 000 m, 共有34个简化高度层, 设为 $M_j (j=1,2,L,34)$, 如表1所示。决策目标定义为: 需要指派某架飞机去占用某个高度层, 使得总效率最高(或付出代价最小)。运筹学中这属于典型的指派问题^[7]。

2 高度层AP模型

设有 m 架飞机 ($m \leq 34$) 需要被指定去占用 34 个高度层中的 m 个层, 其中指定第 i 架飞机 A_i 占用第 j 层 (M_j) 所需的代价为 $c_{ij} (c_{ij} \geq 0)$, 由 c_{ij} 构成的矩阵 C 称为效率矩阵, 如表 2 所示。

表2 效率矩阵

	M_1	M_2	M_j	L	M_{34}
A_1	c_{11}	c_{12}	c_{1j}	L	$c_{1,34}$
A_2	c_{21}	c_{22}	c_{2j}	L	$c_{2,34}$
A_i	c_{i1}	c_{i1}	c_{ij}	L	$c_{i,34}$
N	N	N	N	L	N
A_m	c_{m1}	c_{m1}	c_{mj}	L	$c_{m,34}$

对每穿越一个高度层应支付代价做如下定义: 不调速即可穿越, 代价为0; 调速后可以保证安全穿越, 代价为1; 经过最大调速仍无法安全穿越, 代价为 ∞ 。

如 $m < 34$, 需要在矩阵 C 中增加 $(34 - m)$ 行的零元素, 得矩阵 $C' = \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix}$ 。由此转化为平衡指派问题, 引入变量 x_{ij} , 并令:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{指派飞机 } A_i \text{ 去高度层 } M_j \\ 0 & \text{不指派飞机 } A_i \text{ 去高度层 } M_j \end{cases}$$

以总代价最小为优化目标, 数学描述为:

$$\text{Min}Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{34} c_{ij} x_{ij} \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \left. \begin{cases} \sum_i x_{ij} = 1 & j = 1, 2, \dots, 34 \\ \sum_j x_{ij} = 1 & i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \right\} \quad (4)$$

$x_{ij} = 1$ 或 0 。

3 高度层GAP模型及算法

通常为确保整个调配的连续性, 也为减轻管制工作负荷, 一般尽量指令一架飞机独立占据一个高度层。设可用高度层的数量为 n , 当 $m > n$ 时, 将出现两机共用一个高度层的情况, 上述一般指派问题即转为广义指派。

优化准则为: (1) 目的高度与原巡航高度的偏差量越小越好。(2) 飞机所需穿越的层数越少越好。(3) 需要实施垂直机动的飞机数量越少越好。(4) 造成其他需要调速的飞机的架次越少越好。(5) 尽量指定占据机型经济巡航高度层。

为此, 设飞机 $A_i (i=1,2,\dots,m)$ 穿越 k 个高度层的代价为 $[k-\alpha(k-1)]\delta$ (α 、 δ 为常数, $0 < \alpha < 1$)。设飞机 A_i 的经济巡航高度为 P_i , 每偏离一层的代价均为 σ , 由安全第一的原则, σ 取小; 设每进行一次调速代价为 ε (ε 为常数, 因为每调速一次和每穿越一个高度都对管制心理产生影响, ε 实际反映了管制员对于两者的一种价值取向, $\varepsilon > \delta$)。

以上取值可以通过专家访谈的方式从管制一线获得, 通常 δ 取1。为体现让一架飞机连续穿越 k 个高度层代价比分别让 k 架飞机穿越一层的代价略小, α 取值可趋于0。如宁愿飞机连续穿越小于4层的高度而不愿意进行一次调速, ε 取值为3.05。

受机型性能及空域范围的限制, 设飞机 A_i 的上限高度为 H_i , 下限高度为 L_i , 则飞机 A_i 从高度层 M_l 变换到高度层 M_j 的代价 c_{ij} 为:

$$c_{ij} = \begin{cases} [|j-l|-\alpha(|j-l|-1)]\delta + (|M_j - P_i| - |M_l - P_i|)\delta & \text{不受限制的穿越} \\ [|j-l|-\alpha(|j-l|-1)]\delta + (|M_j - P_i| - |M_l - P_i|)\delta + m\varepsilon & \text{能穿越但造成}m\text{次调速} \\ \infty & \text{其中出现任意一个不能穿越的情况} \\ \infty & \text{当}M_j > H_i\text{或}M_j < L_i \end{cases} \quad (5)$$

式中 $j=1,2,\dots,34$; $l=1,2,\dots,34$ 。由此建立广义指派的决策矩阵 $(c_{ij})_{m \times 34}$ 。式(6)和式(7)为GAP问题的数学描述:

$$\text{Min}Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{34} c_{ij} x_{ij} \quad (6)$$

$$\text{s.t.} \left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^{34} x_{ij} &= 1 \\ \sum_{j=1}^{34} \left(\sum_{i=1}^m x_{ij} \right) &= m \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{指派飞机}A_i\text{去高度层}M_j \\ 0 & \text{不指派飞机}A_i\text{去高度层}M_j \end{cases}$; $i=1,2,\dots,m$; $j=1,2,\dots,34$ 。

广义指派问题通常可以转化为传统的平衡指派问题求解。用矩阵 C 来描述GAP的最优解等价于从矩阵 C 选出 m 个元素满足: (1) 每列中至少有一个元素被选出, 保证每一层至少有一架飞机去占用。(2) 每行中有且只有一个元素被选出, 保证每架飞机占用且只占用一层。(3) 被选出的 m 个元素之和最小。

定义 有 $m-n+1$ 个矩阵 C 构成矩阵 $R=(C,C,\dots,C)$ 是一个 m 行、 n 列的矩阵, 称为GAP

扩展矩阵^[8]。

R 矩阵的意义相当于增加了 $n(m-n)$ 个高度层, 这样高度层数量比飞机数量多。因此, 扩展矩阵 R 描述GAP的最优解等价于从矩阵 R 中选出 m 个元素满足:

(1) 每列中至多有一个元素被选出。每行中有且仅有一个元素被选出, 保证每架飞机占用且仅占用一层。被选出的 $m(m-n+1)$ 个元素之和最小。

从 R 中选 m 个元素满足以上三个条件的问题, 是一个非平衡指派决策问题, 在矩阵 R 中增加 $(m-n)(n-1)$ 行的零元素, 可得如下矩阵:

$$R' = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix}$$

这样 R' 是 $m(m-n+1) \times (m-n+1)n$ 的矩阵, 它相当于增加了 $(m-n)(n-1)$ 架飞机, 只是这些飞机去占用任何高度代价都为0。这样从 R 中选出 m 个元素之和最大的问题就等价于从 R' 中选出 $m(m-n+1)$ 个元素满足:

(1) 每列中恰有一个元素被选出, 保证每个高度层有且只有一架飞机去占用。(2) 每行中恰有一个元素被选出, 保证每架飞机被指派一个高度层且仅一层。(3) 被选出的 $m(m-n+1)$ 个元素之和最小。

根据文献[9], GAP问题的最优解等价于以扩展矩阵 R' 为效率矩阵的AP问题的最优解, 可用“匈牙利法”求解: 系数矩阵中独立0元素的最多个数等于能覆盖所有0元素的最少直线数。

4 不确定型效率矩阵的转化

式(5)描述的是假定对一架飞机进行指派, 其余高度不做调整时, 占用某一个高度层对应支付的代价。事实上, 在对一架进行指派时, 其余飞机高度也是随时可以调整的, 一旦在水平投影面内出现相互制约的两架飞机, 表2构造的效率矩阵元素的值将可能随方案发生变化, 问题转为不确定型。

显然, 只要能确认一对约束中一架飞机的高度, 则另外一架占用某一层应支付的代价是唯一确定的, 由此所定义的效率矩阵元素值恒定。所幸的是, 上述在一个水平投影面内出现相互制约的两架飞机的情况, 数量有限甚至可以避免, 实际可能的变化往往仅局限于一个小的范围内, 如两架飞机对穿高度所引发的位置交叉明显会造成代价剧增。因此, 扩展矩阵不会因列的增加造成维数灾。

为简化步骤, 带有两次约束的高度层优化问题的解法为: (1) 枚举一个约束中的一架飞机可能选择

占用高度的 x 种可能, 构造 $m \times (n + x^2 - 1)$ 的效率矩阵。(2) 根据问题性质, 得出矩阵 C (AP) 或矩阵 R (GAP)。(3) 补充零矩阵, 得矩阵 C' 或矩阵 R' , 转化为平衡指派问题。(4) 用匈牙利算法求解。

5 算例

相对于一个独立的管制空域, 高度层 M_j 中 j 的取值通常是在 $1 \sim 20$ 范围内, 这不仅有利于减小矩阵规模, 同时 AP 及 GAP 性质的定义也得到简化。下面以某实况为例进行验证。

表3 飞机对应所处高度层的初始状态

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
A_1	1	0	0	0	0	0	0
A_2	0	0	1	0	0	0	0
A_3	0	0	0	1	0	0	0
A_4	0	0	0	0	1	0	0
A_5	0	0	0	0	1	0	0
A_6	0	0	0	0	0	1	0

表4 飞机之间存在的初始水平约束

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
A_1	0	0	0	0	0	0
A_2	0	0	0	0	0	0
A_3	0	0	0	0	0	0
A_4	0	0	0	0	M	ε
A_5	0	0	0	M	0	0
A_6	0	0	0	ε	0	0

扇区由低到高划设有 7 个高度层, 用 $M_j (j=1,2,L,7)$ 表示, 其中有 6 个高度层分别被 6 架飞机占用, 如表 3 所示。表中“1”表示存在,“0”表示不存在; A_4 与 A_5 因不满足水平间隔必须马上做出调整, ATC 倾向于保留 A_5 目前状态, 改变 A_4 及其他可能飞机的高度。飞机之间存在的水平约束如表 4 所示, 其中, 不调速即可满足水平方向上的安全间隔, 值取 0; 调速后满足, 值取 ε ; 调速后都不满足, 值取 M 。对应 A_4 占用 M_6 和 M_7 的任意情况, A_6 可能有 M_6 或 M_7 两种选择, 代价将发生变化。将效率矩阵 C 的列扩大 [10,11], 按式(5)可得到表 5。表中取值: $\delta=1, \alpha=0.05, \sigma=0.1, \varepsilon=3.05$; 已知 $P_i=M_5, i=1,2,L,6$, 其中, M_6' 和 M_6'' 分别表示 A_6

在 M_6 和 M_7 时其他飞机对 M_6 的占用, M_7' 和 M_7'' 分别表示 A_6 在 M_6 和 M_7 时其他飞机对 M_7 的占用。

表5 效率矩阵

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
A_1	0	0.9	1.75	2.6	3.45
A_2	2.15	1.1	0	0.9	1.75
A_3	3.2	2.15	1.1	0	0.9
A_4	4.25	3.2	2.15	1.1	M
A_5	M	M	M	M	0
A_6	M	M	M	M	M

	M_6'	M_6''	M_7'	M_7''
A_1	4.5	4.5	5.55	5.55
A_2	2.8	2.8	3.85	3.85
A_3	1.95	1.95	3	3
A_4	4.15	1.1	5.2	5.2
A_5	M	M	M	M
A_6	0	M	M	0

$$c'_{ij} =$$

0	0.9	1.75	2.6	3.45	4.5	4.5	5.55	5.55
2.15	1.1	0	0.9	1.75	2.8	2.8	3.85	3.85
3.2	2.15	1.1	0	0.9	1.95	1.95	3	3
4.25	3.2	2.15	1.1	M	4.15	1.1	5.2	5.2
M	M	M	M	M	M	M	M	M
M	M	M	M	M	M	M	M	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

从每行元素中减去该行最小元素, 找出 9 个独立 0 元素:

◎	0.9	1.75	2.6	3.45	4.5	4.5	5.55	5.55
2.15	1.1	◎	0.9	1.75	2.8	2.8	3.85	3.85
3.2	2.15	1.1	◎	0.9	1.95	1.95	3	3
3.15	2.1	1.05	φ	M	3.05	◎	4.1	4.1
M	M	M	M	◎	M	M	M	M
M	M	M	M	M	M	M	M	◎
φ	◎	φ	φ	φ	φ	φ	φ	φ
φ	φ	φ	φ	φ	◎	φ	φ	φ
φ	φ	φ	φ	φ	φ	φ	◎	φ

c_{47} 记◎后, 可以划去第 6 行中可能对以后选择产生影响的 0 元素, 记为 φ, 表示 A_6 不应同时选择 M_6 对应的两种可能方案, 以便尽可能使一架飞机独立占据一个高度层, 原问题最优解为:

$$x_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

即 A_6 调至 M_7 , A_4 调至 M_6 , 其余飞机保持不变, 最小代价为2。如有兴趣, 不妨推导出其余 $P_6^5 - 1$ 种方案的代价与之进行比较, 如将 A_4 调至 M_7 , 其余不变的情况下, 代价将增至5。

6 结 论

本文兼顾提升空管自动化运行安全效率, 运用数学的方法来描述高度层优化使用问题, 其间对经济利润、机型性能、人为因素及现实的一些复杂约束都做了量化, 取值可以随对时态的理解和价值取向发生变化, 故在决策支持功能方面有较好的弹性。值得注意的是目前航路飞行高度层所采用的“东单西双”的划分格局将有可能导致约束乃至通过隐枚举得到的效率矩阵复杂化, 因此, 该算法目前主要应用于制定终端区内中长期调配计划的辅助决策^[12]。

本文的研究工作得到了中国民用航空飞行学院科研基金的资助(J2007-42), 在此表示感谢!

参 考 文 献

- [1] MENON P K, SWERIDUK G D, SRIDHAR B. Optimal strategies for free-flight air traffic conflict resolution[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1999, 2(2): 202-211.
- [2] MONDOLONI S, CONWAY S. An airborne conflict resolution approach using a genetic algorithm[R]. NASA-aiaa-2001-4054, 2001.
- [3] 崔德光, 王哲鹏. 空中交通管制自动化系统中飞行冲突概率解析算法的应用[J]. 计算机工程与设计, 2001, 22(5): 46-53.
CUI De-guang, WANG Zhe-peng. Application of an analytic method to estimate the conflict probability in ATC automation system[J]. Computer Engineering and Applications, 2001, 22(5): 46-53.
- [4] HAN Li-dong, FAN Shou-wen. Study on optimizing of ball passing strategy and role switching mechanism for robot soccer[J]. Journal of Electronic Science and Technology of China, 2006, 4(1): 80-85.
- [5] 林云松, 彭良福, 童 玲. 空中防撞系统避撞机制的数学模型[J]. 电子科技大学学报, 2008, 37(4): 552-555.
LIN Yun-song, PENG Liang-fu, TONG Ling. Mathematics model for collision avoidance in traffic alert and collision avoidance system[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2008, 37(4): 552-555.
- [6] 牟奇锋, 林 灵, 郝 光. 神经网络在飞行间隔控制中的应用[J]. 交通运输工程与信息学报, 2005, 3(2): 44-50.
MOU Qi-feng, LIN Ling, HAO Guang. Application of neural networks in the flight separation Control[J]. Journal of Transportation Engineering and Information, 2005, 3(2): 44-50.
- [7] 甘应爱, 田 丰, 李维铮, 等. 运筹学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.
GAN Ying-ai, TIAN Feng, LI Wei-zheng, et al. Operations research[M]. Beijing: Tsinghan Publishing House, 1990.
- [8] MARTELLO S, TOTH P. The bottleneck generalized assignment problem[J]. European Journal of Operational Research, 1995, 83: 621-638.
- [9] SHTUB A, KOGAN K. Capacity planning by the dynamic multi-resource generalized assignment problem [J]. European Journal of Operation Research, 1998, 105: 91-98.
- [10] LIU B, IWAMURA K. Modeling stochastic decision systems using dependent-chance programming[J]. European Journal of Operational Research, 1977, 101: 193-203.
- [11] LIU B. Dependent-chance programming with fuzzy decision[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1999, 7: 354-360.
- [12] 马国忠, 牟奇锋. 飞行冲突智能调配系统开发[J]. 西南交通大学学报, 2006, 41(5): 589-593.
MA Guo-zhong, MOU Qi-feng. Development of intelligent flight conflict resolution system[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2006, 41(5): 589-593.

编 辑 漆 蓉