

复平面子空间分解的TOA无线定位方法

李万春, 魏平, 肖先赐

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

【摘要】提出了一种利用复平面对二维移动站定位进行建模的方法, 将到达时间信息转化为复数求模, 通过代数运算, 利用子空间的方法对目标进行定位, 再利用蜂窝站址的旋转不变性对定位解进行融合, 推导了复平面下TOA定位的克拉美界(CRB)。通过计算机仿真证明该方法具有较好的定位性能, 在TOA测量精度较高时能够达到CRB界, 有较好的应用价值。

关键词 复平面; 信息融合; 子空间分解; TOA定位

中图分类号 TN713

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2010.03.007

Subspace Approach in Complex Plane for Mobile Positioning with Time-of-Arrival Measurements

LI Wan-chun, WEI Ping, and XIAO Xian-ci

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

Abstract A new 2-D location method for modeling the mobile station location in complex plane is proposed. This method transforms the TOA into complex amplitude and then locates the target by subspace methods. The rotation invariance of cellular station positioning is used for location fusion and the CRB of TOA-based location is derived. Computer simulation shows the efficiency of the proposed method. It can attain the CRB when TOA is accurately estimated and shows a good application value.

Key words complex plane; information fusion; subspace decompose; TOA-based location

蜂窝无线定位是一种关于移动台的定位技术^[1], 随着美国联邦通信委员会(FCC)提出的E-911及其后来提出对无线定位要求, 对无线定位进行了规范^[2]。无线定位成为现代通信系统的一个基本功能, 对其的研究方兴未艾。就其定位参数而言, 可以分为距离(TOA)、距离差(TDOA)和到达角(DOA)等3种方式以及其两两组合。就TOA定位而言, 有基于视距和基于非视距^[3-4]两种情况。视距情况下的TOA定位, 经典的方法是最小二乘解^[5], 其原理是利用两两圆交点的直线作为线性方程, 用最小二乘法进行位置的估计。近年来提出了一种子空间分解的方法^[6-8], 其基本原理是构造一个距离矩阵, 将其作SVD分解, 利用定位向量与其噪声空间正交的性质进行定位。最近提出了一种改进的加权子空间分解方法^[9], 利用了一些参数的先验信息, 性能上有一定的改进。本文将待定位二维平面建模为一个复平面, 将待定位位置设为一个未知复数, 根据复数的模的性质可

以将距离转化为复数模, 利用子空间方法进行定位求解, 再根据蜂窝系统的位置特性, 对其进行旋转定位, 最后进行定位融合, 具有较高的定位性能。

1 定位模型及方法

蜂窝移动定位几何示意图如图1所示。设待求移动台MS的位置为 z_0 , 已知基站位置 z_k ($k=1, 2, \dots, 6$) 为 $\text{Re}^{j\frac{\pi}{3}(k-1)}$, 移动台到基站 k 的距离为 d_k , 基站 m 到基站 n 之间的距离为 d_{mn} , 令 z^* 为复数 z 的共轭, 则有:

$$d_k^2 = (z_k - z_0)(z_k - z_0)^* \quad (1)$$

$$d_{mn}^2 = (z_m - z_n)(z_m - z_n)^* \quad (2)$$

令直线 z_0z_m 与直线 z_0z_n 之间的夹角为 θ_{mn} , 则有:

$$\theta_{mn} = \arccos \frac{d_m^2 + d_n^2 - d_{mn}^2}{2d_m d_n} \quad (3)$$

量测值 τ_m 为:

$$\tau_m = d_m / c + v_m \quad (4)$$

式中 c 表示电磁波传播速度。

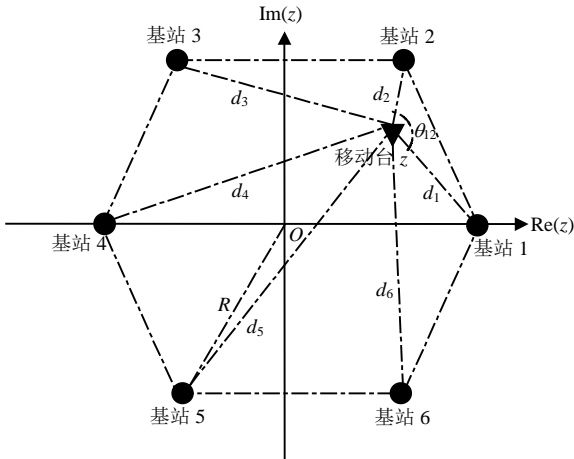


图1 蜂窝移动定位几何示意图

令站址向量为:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{z}_1 &= \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \end{bmatrix} & \mathbf{z}_2 &= \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} & \mathbf{z}_3 &= \begin{bmatrix} z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \\ z_1 \end{bmatrix} & \mathbf{z}_4 &= \begin{bmatrix} z_4 \\ z_5 \\ z_6 \\ z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{z}_5 &= \begin{bmatrix} z_5 \\ z_6 \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} & \mathbf{z}_6 &= \begin{bmatrix} z_6 \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} & \mathbf{1} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

并定义:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{1}z_0 \quad k = 1, 2, \dots, 6 \quad (5)$$

考察矩阵 $\mathbf{B}_k = \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^H$, 有:

$$(\mathbf{B}_k)_{mn} = (z_m - z_0)(z_n - z_0)^* = d_m d_n e^{j\theta_{mn}} \quad (6)$$

对于矩阵 \mathbf{B}_k 存在一个酉阵 \mathbf{U}_k , 使得其能够对角化:

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{U}_k \boldsymbol{\Sigma}_k \mathbf{U}_k^H \quad (7)$$

式中 $\mathbf{U}_k = [\mathbf{u}_{k,1}, \mathbf{u}_{k,2}, \dots, \mathbf{u}_{k,6}]$; $\boldsymbol{\Sigma}_k = \text{diag}\{\lambda_{k,1}, \lambda_{k,2}, \dots, \lambda_{k,6}\}$, $\lambda_{k,1} \geq \lambda_{k,2} \geq \dots \geq \lambda_{k,6} \geq 0$.

注意到矩阵 \mathbf{B}_k 的秩为1, 故只有一个特征值 $\lambda_{k,1}$ 为非零值, 其他值均为零, 将之划分为信号特征值 $\boldsymbol{\Sigma}_{k,s}$ 和噪声特征值 $\boldsymbol{\Sigma}_{k,n}$, 信号子空间 $\mathbf{U}_{k,s}$ 和噪声子空间 $\mathbf{U}_{k,n}$, 则有:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}_k &= \mathbf{U}_k \boldsymbol{\Sigma}_k \mathbf{U}_k^H = [\mathbf{U}_{k,s} \quad \mathbf{U}_{k,n}] \cdot \\
 &\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{k,s} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\Sigma}_{k,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{k,s}^H \\ \mathbf{U}_{k,n}^H \end{bmatrix} = \mathbf{U}_{k,s} \boldsymbol{\Sigma}_{k,s} \mathbf{U}_{k,s}^H \quad (8)
 \end{aligned}$$

由于有:

$$\mathbf{U}_{k,s} \mathbf{U}_{k,n}^H = \mathbf{O}_{1 \times (M-1)} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{O}_{M \times N}$ 表示 $M \times N$ 的零矩阵, 故有:

$$\mathbf{U}_n^H \mathbf{B} \mathbf{U}_n = \mathbf{O}_{(M-1) \times (M-1)} \quad (10)$$

即:

$$\mathbf{y}_k^H \mathbf{U}_{k,n} = \mathbf{O}_{1 \times (M-1)} \quad (11)$$

亦即:

$$\mathbf{U}_{k,n}^H \mathbf{z}_k = \mathbf{U}_{k,n}^H \mathbf{1}z_0 \quad (12)$$

式(12)即为所求解定位方程。

利用最小二乘法(LS), 有:

$$\mathbf{z}_0 = \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{U}_{k,n} \mathbf{U}_{k,n}^H \mathbf{z}_k}{\mathbf{1}^T \mathbf{U}_{k,n} \mathbf{U}_{k,n}^H \mathbf{1}} \quad (13)$$

注意到 $\mathbf{z}_k = z_1 e^{j\frac{\pi}{3}(k-1)}$, 则有:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}_k &= (\mathbf{z}_k - \mathbf{1}z_0)(\mathbf{z}_k - \mathbf{1}z_0)^H = \\
 &\begin{pmatrix} z_1 - \mathbf{1}z_0 e^{-j\frac{\pi}{3}(k-1)} \\ z_1 - \mathbf{1}z_0 e^{-j\frac{\pi}{3}(k-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 - \mathbf{1}z_0 e^{-j\frac{\pi}{3}(k-1)} \\ z_1 - \mathbf{1}z_0 e^{-j\frac{\pi}{3}(k-1)} \end{pmatrix}^H \quad (14)
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{z}_0 = \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{U}_{k,n} \mathbf{U}_{k,n}^H \mathbf{z}_1}{\mathbf{1}^T \mathbf{U}_{k,n} \mathbf{U}_{k,n}^H \mathbf{1}} e^{j\frac{\pi}{3}(k-1)} \quad (15)$$

结合式(14)和式(15), 得到:

$$\mathbf{z}_0 = \frac{1}{6} \left\{ \mathbf{1}^T \left[\sum_{k=1}^6 \left(\frac{\mathbf{U}_{k,n} \mathbf{U}_{k,n}^H}{\mathbf{1}^T \mathbf{U}_{k,n} \mathbf{U}_{k,n}^H \mathbf{1}} e^{j\frac{\pi}{3}(k-1)} \right) \right] \mathbf{z}_1 \right\} \quad (16)$$

2 定位的CRB分析

文献[10]对于量测 $\mathbf{r} = [r_1 \quad r_2 \quad \dots \quad r_M]^T$ 的CRB有:

$$\text{CRB}(z_0) = \left\{ \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial z_0} \right)^H \mathbf{Q}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial z_0} \right) \right\}^{-1}$$

若量测噪声为互不相关的噪声, 则方差为 σ_k^2 ($k = 1, 2, \dots, 6$), 即 $\mathbf{Q} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_6^2)$, 有:

$$\text{CRB}(z_0) = \left\{ \sum_{k=1}^6 \sigma_k^2 \frac{\partial r_k}{\partial z_0} \frac{\partial r_k}{\partial z_0^*} \right\}^{-1}$$

令: $z_0 = x_0 + jy_0$, 则 $z_0^* = x_0 - jy_0$, 且:

$$\frac{\partial r_k}{\partial z_0} = \frac{\partial r_k}{\partial x_0} - j \frac{\partial r_k}{\partial y_0}, \quad \frac{\partial r_k}{\partial z_0^*} = \frac{\partial r_k}{\partial x_0} + j \frac{\partial r_k}{\partial y_0}$$

$$\text{CRB}(z_0) = \left\{ \sum_{k=1}^M \sigma_k^2 \left[\left(\frac{\partial r_k}{\partial x_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial r_k}{\partial y_0} \right)^2 \right] \right\}^{-1}$$

3 计算机仿真及计算量分析

设蜂窝成正六边形布站, 中心在坐标原点, 其边长为3 000 m, 定位点为(1 000, 1 000) m, 距离量测误差为零均值方差 $\sigma_m^2 = d_m^2 / \text{SNR}$ 的加性高斯白噪声, 均方位置误差 $\text{MSPE}^{[5]}$ 定义为 $E[(\hat{z}_0 - z_0)^H (\hat{z}_0 - z_0)]$, 在本仿真中的数学期望取用

一万次蒙特卡罗仿真的平均值来代替。图2为子空间方法(subspace)^[9]、两步加权最小二乘法(WLS)^[11]和本文(proposed)提出的方法对比图,从图中可以看到本文方法精度较其他两种高。

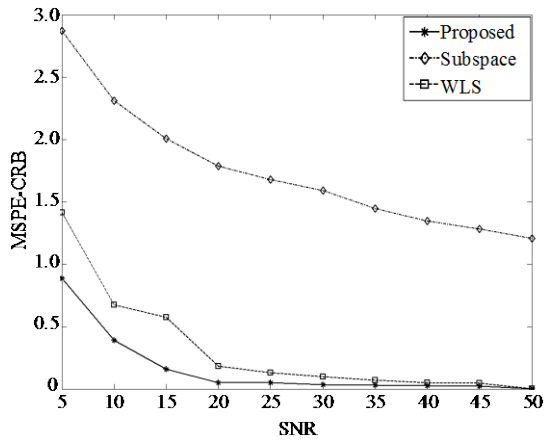


图2 子空间方法、两步最小二乘法和本文的方法定位性能比较图

表1为量测噪声的SNR=30 dB时,各种方法的MSPE与各不同地点处的CRB值。

表1 各种方法性能对比

地点/m	Subspace/dB	WLS/dB	Proposed/dB	CRB/dB
(2 000,0)	38.18	36.52	36.46	36.12
(1 848,765)	39.01	37.56	37.48	37.34
(1 414,1 414)	38.73	37.19	37.18	36.88
(765,1 848)	38.35	36.72	36.71	36.36
(0,2 000)	39.11	37.71	37.64	37.51

从表1可以看出,各不同地点处的定位性能相差不大,本文所提方法逼近于经典的WLS方法。

计一次实数浮点操作为1个flop,计一次复数浮点操作为2个flop,基站数为M,则计算量^[9,11]:

子空间方法为 $4M^3 + 27M^2 - 4M - 13$;

两步最小二乘法为 $8M^3 + 10M^2 + 36M + 230$;

本文方法为 $76M^3 - 78M^2 - 70M + 84$ 。

可以看到,本文所提方法的运算量较其他两种大,但对于M=6的蜂窝移动系统而言,子空间方法需要1 799个flops运算,两步最小二乘法需要2 534个flops运算,本文所提方法需要13 272个flops运算,故该方法所需运算量是能够得到满足的。

4 总 结

本文针对蜂窝移动定位中站址分布的特点,提出了一种利用旋转复平面的子空间分解的加权定位

方法,虽然算法运算量较大,却具有较一般方法高的定位精度,能够应用于非视距的移动定位中,具有一定的工程实用价值。

参 考 文 献

- [1] 田孝华, 廖桂生, 赵修斌, 等. 面向CDMA蜂窝网的无线定位技术[J]. 电子学报, 2005, 33(12): 2196-2203.
TIAN Xiao-hua, LIAO Gui-sheng, ZHAO Xiu-bin, et al. Wireless location technologies for CDMA cellular radio networks[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(12): 2196-2203.
- [2] Federal Communications Commission. Revision of the commissions rules to insure compatibility with enhanced 911 emergency calling systems, technical report[R]. [S.I.]: FCC, 1996.
- [3] 袁登科, 冯全源. 一种非视距传播下的TDOA定位算法[J]. 电子科技大学学报, 2006, 35(6): 890-893.
YUAN Deng-ke, FENG Quan-yuan. A location algorithm with NLOS propagation[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2006, 35(6): 890-893.
- [4] 邓 平, 范平志. 一种NLOS环境定位精度提高方法[J]. 电子科技大学学报, 2003, 32(6): 616-619.
DENG Ping, FAN Ping-zhi. A location accuracy improvement method in NLOS environment[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2003, 32(6): 616-619.
- [5] CAFFERY J. A new approach to the geometry of TOA location[C]//IEEE VTC. Boston: IEEE Press, 2000: 1943-1949.
- [6] CHEUNG K W, SO H C. A multidimensional scaling framework for mobile location using time-of-arrival measurements[J]. IEEE Trans Signal Process, 2005, 53(4): 460-470.
- [7] WAN Q, LUO Y J, XU J, et al. Mobile localization method based on multidimensional scaling similarity analysis[C]// Proc Int Conf Acoustics, Speech, Signal Processing (ICASSP). Philadelphia: [s.n.], 2005.
- [8] WEI He-wen, WAN Qun, CHEN Zhang-xin, et al. A novel weighted multidimensional scaling analysis for time-of-arrival-based mobile location[J]. IEEE Trans Signal Process, 2008, 56(7): 3018-3022.
- [9] SO H C, CHAN K W. A generalized subspace approach for mobile positioning with time-of-arrival measurements[J]. IEEE Trans Signal Process, 2007, 55(10): 5103-5107.
- [10] TORRIERI D J. Statistical theory of passive location systems[J]. IEEE Trans Aerosp Electron Syst, 1984, AES-20(2): 183-197.
- [11] CHAN Y T, HO K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. IEEE Trans Signal Process, 1994, 42(8): 1905-1915.

编辑 税 红