

# 色噪声作用下耦合神经网络的相干共振

刘志宏<sup>1,2</sup>, 周玉荣<sup>3</sup>, 张安英<sup>2</sup>, 庞小峰<sup>2</sup>

(1. 成都信息工程学院电子工程学院 成都 610225; 2. 电子科技大学生命科学与技术学院 成都 610054;  
3. 攀枝花学院电气信息工程学院 四川 攀枝花 617000)

**【摘要】**研究了色噪声作用下耦合(FHN)神经元模型的相干共振现象。运用改进的四阶随机龙格-库塔法, 计算了神经元膜电压分布和神经元点火峰峰间隔的变差系数。结果表明, 神经元点火峰峰间隔的变差系数是色噪声强度、色噪声相关率和耦合神经元个数的非单调函数; 存在最优的色噪声强度、色噪声相关率和耦合神经元个数, 使得神经元点火峰峰间隔的变差系数出现极小值(即为相干共振)。讨论了色噪声强度、色噪声相关率和耦合神经元个数对系统相干性的影响。

**关键词** 变差系数; 相干共振; 色噪声; 耦合; 神经元

中图分类号 TP183

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2010.05.026

## Coherence Resonance in A Coupled Neurons Models Driven by Colored Noise

LIU Zhi-hong<sup>1,2</sup>, ZHOU Yu-rong<sup>3</sup>, ZHANG An-ying<sup>2</sup>, and PANG Xiao-feng<sup>2</sup>

(1. School of Electronic Engineering, Chengdu University of Information and Technology Chengdu 610225;

2. School of Life Science and Technology, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054;

3. School of Information and Engineering, Panzhihua University Panzhihua Sichuan 617000)

**Abstract** The phenomenon of coherence resonance (CR) in the coupled FitzHugh-Nagumo (FHN) neuron models driven by the colored noise is investigated. Based on the method of forth steps stochastic Runge-Kutta methods, the interval-spike-interval (ISI) of the neuron firing and the coefficient of variation (CV) have been obtained. It is shown that the CV is a non-monotonic function of the correlation of colored noise, the intensity of colored noise, and the coupling numbers. Furthermore, by choosing the appropriate the correlation of colored noise, the intensity of colored noise, and the coupling numbers, the minimum of the CV can be attained, the phenomenon of coherence resonance can occur. Meanwhile, the effects of the correlation of colored noise, the intensity of colored noise, and the coupling numbers on coherence resonance are discussed.

**Key words** coefficient of variation; coherence resonance; colored noise; coupled; neuron

最近的几十年里, 噪声环境下神经动力学系统的随机共振现象和相干共振现象得到了广泛的研究<sup>[1-3]</sup>。在没有特定外部信号的环境中的噪声作用下的可激发系统, 当噪声超过一定的阈值时, 系统将产生脉冲放电现象, 称为相干共振现象<sup>[3-4]</sup>。相干共振现象表现为生命的节律或者包含着某种特殊的信息, 因此对生命体系具有重要的意义, 研究神经系统的相干共振对认识人脑的学习和记忆功能有一定的参考价值。在神经动力学中, 相干共振可用神经元点火峰峰间隔的变差系数和信噪比描述<sup>[5]</sup>。

近年来, 对随机共振和相干共振的研究越来越多地集中于耦合非线性系统<sup>[6-10]</sup>, 由于一般情况下非线性系统不是孤立的, 系统之间存在耦合, 通过噪

声与耦合系统作用, 系统会产生比单个系统的随机共振和相干共振更强的效应, 即系统的随机共振和相干共振可以通过耦合得到加强。以往的许多研究主要考虑白噪声的作用<sup>[11-12]</sup>, 而噪声往往都具有一定的相关性, 具有相关性的噪声称为色噪声。本文通过有限耦合的FitzHugh-Nagumo (FHN)模型, 在考虑色噪声作用下, 研究耦合神经元个数、色噪声相关率和色噪声强度对耦合神经元系统相干共振的影响。

### 1 模型和方法

色噪声作用下的耦合FHN神经元模型, 其随机微分方程为<sup>[11-13]</sup>:

收稿日期: 2009-03-10; 修回日期: 2010-04-19

基金项目: 国家自然科学基金(30600127)

作者简介: 刘志宏(1968-), 女, 博士, 主要从事神经动力学和医学信号处理等方面的研究。

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{dx_i}{dt} = x_i - x_i^3 - y_i + \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N G_{ij}(x_i - x_j) \\ \frac{dy_i}{dt} = \gamma x_i - y_i + \alpha + \xi_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \Theta(x) = 1 & x \geq 0 \\ \Theta(x) = 0 & x < 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中  $i=1,2,\dots,N$  表征耦合网络中神经元的个数; 两个变量  $x_i$  和  $y_i$  分别描述神经元的特性, 其中  $x_i$  为神经元的膜电位(表征神经元快变的膜电压变量),  $y_i$  为神经元慢变的恢复变量(表征神经元细胞膜上离子通道的门控离子浓度, 通常为  $Ca^{2+}$ )慢变的恢复变量;  $\varepsilon$  和  $\alpha$  分别为时间系数和分岔参数, 神经元的动力学行为依赖于参数  $\gamma$  和  $\alpha$  的取值, 当参数取不同值时, 可表示神经元处于激发状态(activation)、恢复状态(recovery)和静息状态(silence)。

式(1)所表达的生物学意义是, 当神经元  $x_j$  达到阈值  $x_u$  后, 神经元立即放电, 同时产生一个放电脉冲, 进而对下一个神经元  $x_i$  产生影响。当系统的分岔参数在只存在阈上振荡响应的区域内且在分岔点的小邻域内时, 系统在微弱的内噪声下摄动, 分岔参数在分岔点的两侧随机地变化, 进而使系统的运动在分岔发生前后的吸引子之间跃迁。当系统在微弱的外噪声下摄动, 由于分岔点的移动使系统的运动在分岔发生前后的吸引子之间跃迁<sup>[14]</sup>。

噪声反映在神经元的生物学环境中, 神经元周围存在着的固有的随机性动力学涨落, 如离子浓度自发的波动等。为了模拟生物环境中的涨落, 在表征离子浓度的变量  $y_i$  上加入噪声项。系统的噪声  $\xi_i(t)$  是均值为零的高斯白噪声, 其相关函数为<sup>[14-15]</sup>:

$$\langle \xi_i(t)\xi_j(t_1) \rangle = D \exp[-\lambda |t - t_1|] \quad (2)$$

式中  $D$  为噪声强度;  $\lambda$  为噪声的相关率。

当不考虑噪声时, 系统有一个平衡点  $(x_0, y_0)$ ,  $y_0 = \gamma x_0 + \alpha$ , 其中  $x_0$  是式(3)的实根:

$$x_0 - x_0^3 - \gamma x_0 - \alpha = 0 \quad (3)$$

取  $\gamma = 1.5$ ,  $\varepsilon = 0.001$ 。由于对单个的神经元而言, 当  $\alpha > 0.481125$  时, 系统有一个稳定点; 当  $\alpha < 0.481125$  时, 系统将产生一个极限环; 当  $\alpha = 0.481125$  时, 系统发生超临界Hopf分岔, 因此本文取分岔参数  $\alpha = 0.4812$ 。

式(1)中,  $\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N G_{ij}(x_i - x_j)$  为耦合项, 耦合强度  $G_{ij}$  描述神经元之间信息的分布情况, 对于耦合系统中所有成对的神经元, 耦合强度均为  $G$ , 即  $G_{ij} = G$ 。当某个神经元的膜电位超过阈值  $x_u$  时, 该神经元被激活, 该特性可以通过  $S_j = \Theta(x_j - x_u)$  表征为:

本文只考虑兴奋性耦合( $G > 0$ )的情况, 即耦合项是单个细胞收到的兴奋性突触后电位(EPSP)。

为了更好地研究耦合神经元体系的相干共振现象, 本文引入神经元点火的变差系数CV作为衡量峰序列有序度的标准, 可得到<sup>[16-17]</sup>:

$$\begin{cases} CV_i = \frac{\sqrt{\langle (T_i)^2 \rangle - (\langle T_i \rangle)^2}}{\langle T_i \rangle} = \frac{\sqrt{\text{var}(T_i)}}{\langle T_i \rangle} \\ \langle (T_i)^2 \rangle = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^M (t_{i+1} - t_i)^2}{M} \end{cases} \quad (5)$$

式中  $T_i$  为峰峰间隔时间,  $T_i = t_{i+1} - t_i$ ,  $i=1,2,\dots,M$ ;  $R_i$  为第  $i$  个神经元的相干系数;  $\langle T_i \rangle$  为  $T_i$  的均值;  $t_i$  为第  $i$  个神经元的脉冲发放时间;  $\text{var}(T_i)$  表示方差;  $M$  为给定时间内发放脉冲的总数。系统的变差系数CV是所有  $N$  个神经元变差系数CV的平均值。对于一个完全的随机过程,  $CV=1$ ; 当系统输出有序时, 变差系数减小; 当  $CV=0$  时, 系统完全有序。

## 2 结果与分析

本文通过运用随机龙格-库塔法<sup>[18-19]</sup>求解非线性微分方程式(1), 可以得到不同条件下, 耦合神经元个数  $N$ 、色噪声相关率  $\lambda$  和色噪声强度  $D$  与神经元放电脉冲和变差系数之间的关系曲线, 如图1~图6所示。参数选择如下<sup>[16-19]</sup>:  $\varepsilon = 0.01$ ,  $a = 1.05$ ,  $G = 0.08$ , 计算积分步长  $\Delta t = 0.001$  s, 持续时间100 s。对于耦合神经元体系, 色噪声相关率、色噪声强度和耦合神经元个数都可能会对系统的相干共振产生影响, 分别进行讨论。

### 2.1 噪声相关率的影响

固定色噪声强度和耦合神经元个数、不同色噪声相关率下, 膜电位随时间的变化曲线如图1所示, 取  $D = 0.03$ ,  $N = 10$ 。从图中可以看出, 在不同的色噪声相关率下, 膜电位变化的规整性不一致, 当色噪声相关率为  $\lambda = 0.6$  时, 膜电位更规整, 该特性定性表明色噪声相关率对神经元放电产生的影响是非单调的, 存在一个最优的噪声相关率水平, 能使神经元放电更规则。

不同色噪声强度下, 变差系数CV随色噪声相关率  $\lambda$  的变化曲线如图2所示, 取  $N = 10$ 。从图中可以看出, 当色噪声强度取不同值时, 变差系数是色噪声

相关率 $\lambda$ 的非单调函数。当色噪声相关率 $\lambda$ 增大时,变差系数逐渐减小;达到一个最小值后,变差系数又逐渐增大,说明固定色噪声强度时,存在一个最优的色噪声相关率,使系统出现相干共振现象。综合图1和图2可知,当色噪声相关率 $\lambda$ 和色噪声强度 $D$ 相匹配时,能使神经元放电的有序性达到最大。

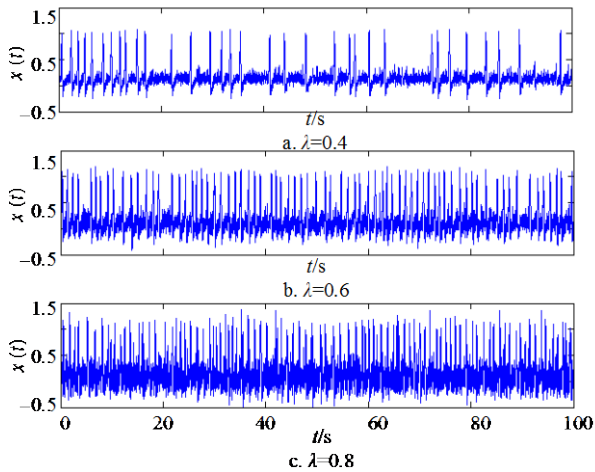


图1 不同色噪声相关率下FHN模型随时间的变化曲线

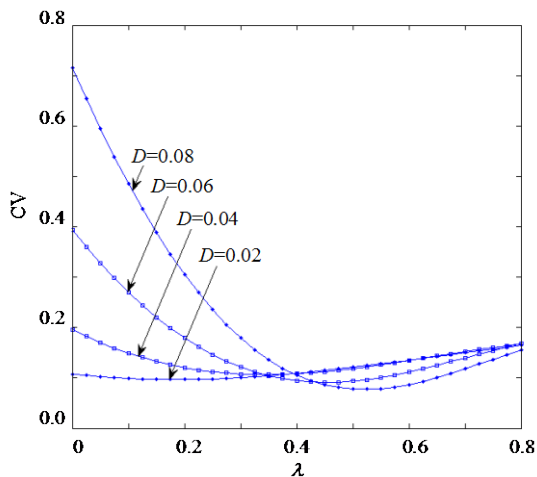


图2  $D$ 取不同值时变差系数随色噪声相关率 $\lambda$ 的变化曲线

## 2.2 噪声强度的影响

固定耦合神经元个数、色噪声相关率和耦合强度,不同色噪声强度下,膜电位随时间的变化曲线如图3所示,取 $\lambda=0.5$ , $N=10$ 。从图中可以看出,在不同的噪声强度下,膜电位变化的规整性不一致,当色噪声强度 $D=0.08$ 时,膜电位更规整,说明不同的色噪声强度对FN模型放电产生的影响不一样,存在一个最优的色噪声强度水平,能使神经元出现规则,即出现相干共振现象。

色噪声相关率 $\lambda$ 取不同值时,变差系数 $CV$ 随噪声强度 $D$ 变化的关系曲线如图4所示,取 $N=10$ 。从图

中可以看出,当色噪声相关率取不同值时,变差系数 $CV$ 是色噪声强度 $D$ 的非单调函数。当色噪声强度增大时,变差系数逐渐减小;达到一个最小值后,变差系数又逐渐增大。该特性表明在色噪声强度较小时,由于没有外加激励,故色噪声让神经元随机放电;当色噪声强度到达某一个最优值时,变差系数达到一个极小值。表明神经元放电的峰序列有序度达到一个最佳状态,不同的色噪声强度能影响神经元放电的规则性,色噪声强度太大或太小都会使神经元放电的规则性减弱,存在一个最优的色噪声强度水平,使得神经元放电峰序列的规则性最强,即出现相干共振现象。

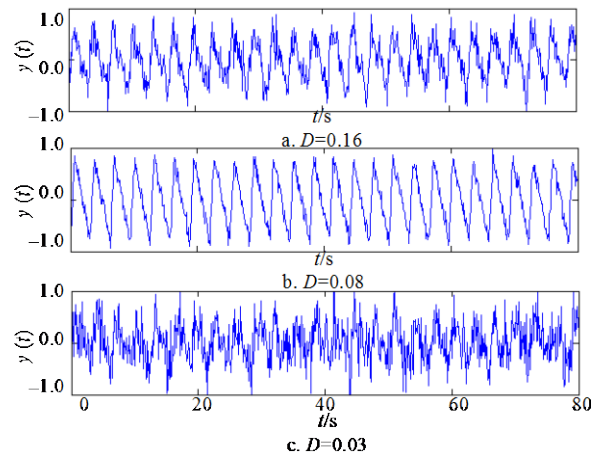


图3 不同噪声强度下FHN模型随时间的变化曲线

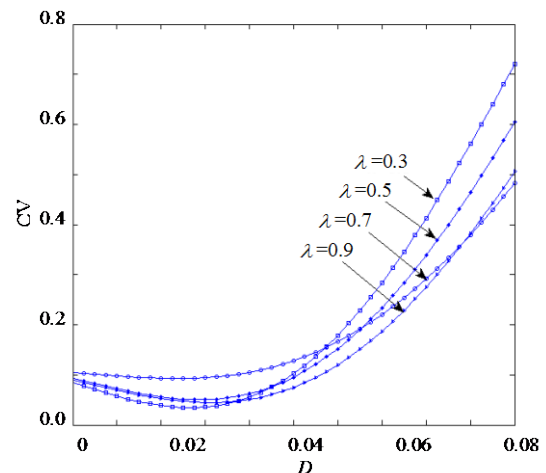


图4 不同噪声相关率 $\lambda$ 下,变差系数随色噪声强度 $D$ 的变化曲线

## 2.3 耦合神经元个数的影响

固定色噪声相关率、噪声强度和耦合系数,耦合神经元个数 $N$ 取不同值时,膜电位随时间的变化曲线如图5a~图5c所示,取 $D=0.08$ , $\lambda=0.6$ 。图5a为耦合数 $N=2$ 时,FN模型输出的放电脉冲序列。从图中可以看出,放电脉冲的峰峰间隔很不规整。图5b和

图5c分别为耦合数 $N=8$ 和 $N=16$ 时, FN模型输出的放电脉冲序列。从图中可以看出, 随着耦合数的增加, 神经元放电脉冲的峰峰间隔越来越规整, 说明色噪声在耦合可激发模型中随耦合数的增加而使放电脉冲的相干性得到加强。由于扩散耦合, 局部的激发产生的脉冲将会扩散到相邻的区域, 并将相邻区域的单元也激发到阈值水平之上, 相邻的神经元也被激活, 无序的能量转化为有序的动力, 从而促使系统新序的建立。这样通过神经元之间的耦合可使得不规则的放电脉冲经过若干神经元后, 形成更规则的放电序列。

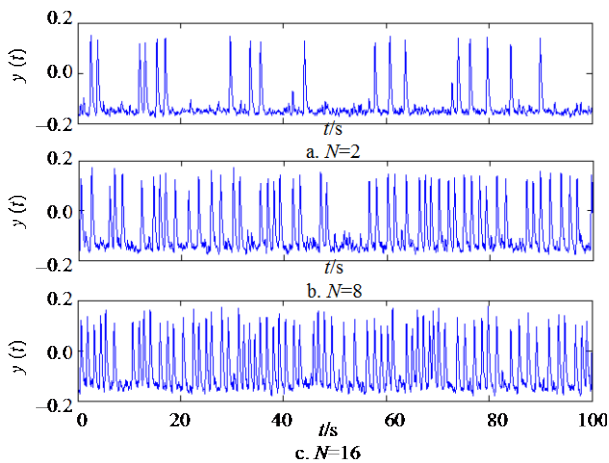


图5 神经元个数 $N$ 取不同值时的放电脉冲序列

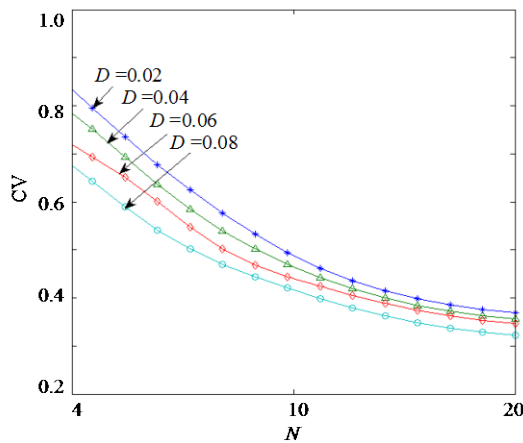


图6  $D$ 取不同值时, 变差系数随神经元个数 $N$ 的变化曲线

色噪声强度取不同值时, 变差系数 $CV$ 随耦合神经元个数 $N$ 变化的关系曲线如图6所示, 取 $\lambda=0.6$ 。从图中可以看出, 随神经元个数 $N$ 增加, 变差系数单调减小, 神经元个数越多, 神经元放电脉冲的规则性越强。该特性说明, 适合的耦合可以使整个神经元链上的相干性得到增强, 不至于被色噪声破坏, 还可以合理利用噪声能量使系统输出序列的变差系数减小。在小的神经元个数下, 变差系

数随色噪声强度的增大而单调减小, 说明合适的噪声强度能使耦合神经系统的相干性得到增强, 该结果与图4相吻合。

### 3 结 论

本文研究了耦合FN模型中, 不同耦合神经元个数、色噪声相关率和色噪声强度情况下的相干共振现象。研究表明, 在非线性系统的分岔点附近, 通过非线性与随机力的作用, 无序的能量可能会转化为有序的动力, 从而促进建立系统新序, 通过选择合适的耦合强度、耦合神经元个数和色噪声相关率, 可以增加峰电压序列的有序度, 使相干性达到最大, 从而增强系统的相干共振。本文的研究结果可对色噪声作用下耦合可激发动力学的时空研究起到补充作用, 并对研究色噪声作用下神经网络信号传输等问题具有一定的理论和指导意义。

### 参 考 文 献

- [1] JOSE M C. Noise-induced coherence in an excitable system[J]. *Physics Letters A*, 1997, 235: 489-492.
- [2] JOHN A W, JAY T R, ALAN R K. Channel noise in neurons[J]. *Physical Review*, 2000, 23(3): 131-136.
- [3] LONGTIN A, CHIALVO D D. Stochastic and deterministic resonances for excitable systems[J]. *Phys Rev Letter*, 1998, 391: 4012-4015.
- [4] BENJAMIN L. Effects of noise in neurons[J]. *Phys Reports*, 2004, 392: 321-424.
- [5] BENJAMIN L. Maximizing spike train coherence or incoherence in the leaky integrate-and fire model[J]. *Physical Review E*, 2002, 66: 031916/1-6.
- [6] 李红英, 侯中怀, 辛厚文. 耦合生物细胞体系中噪声诱导钙信号的传递和增强[J]. *化学物理学*, 2005, 18(2): 174-178.  
LI Hong-ying, HOU Zhong-huai, XIN Hou-wen. Noise induced signal propagation and enhancement in coupled biological cell system[J]. *Chinese Journal of Chemical Physics*, 2005, 18(2): 174-178.
- [7] WANG Yu-qing, CHIK D T W, WANG Z D. Coherence resonance and noise induced synchronization in globally coupled Hodgkin-Huxley neurons[J]. *Physical Review E*, 2000, 61(1): 740-746.
- [8] HAUSCHILD B, JANSON N B, BALANOV A, et al. Noise induced cooperative dynamics and its control in coupled neuron models[J]. *Physical Review E*, 2006, 74: 051906/051906/1-11.
- [9] JUMARIE G. New stochastic fractional models for mammalian growth, the poisson birth process and optimal management of populations[J]. *Math and Computer Modeling*, 2006, 44: 231-254.

(下转第792页)

时间的前提下,可减小对存取速度和存储空间的需求;如果系统没有存储器和DSP,与已有的技术方法相比,具有非常短的测试时间开销,而且内建自测试硬件实现比较简单。综上所述,本文方法可以实现对ADC静态参数的有效测试,具有工程实用性。

### 参 考 文 献

- [1] LU A K, ROBERTS G W. An analog multi-tone signal generator for built-in self-test applications[C]//Proceedings of IEEE International Test Conference (ITC). Washington D C: [s.n.], 1994: 650-659.
- [2] LU A K, ROBERTS G W, JOHNS D A. A high-quality analog oscillator using oversampling D/A conversion techniques[C]//Proceedings of IEEE International Symposium on Circuit and System. London: [s.n.], 1994: 1298-1301.
- [3] BLAIR J. Histogram measurement of ADC nonlinearities using sine waves[J]. Proceedings of IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, 1994, 43(3): 373 - 383.
- [4] AZAIS F, BERNARD S, BERTRAND Y, et al. A low-cost BIST architecture for linear histogram testing of ADCs[J]. Journal of Electronic Testing: Theory and Applications, 2001, 17(2): 139-147.
- [5] AZAIS F, BERNARD S, BERTRAND Y, et al. Implementation of a linear histogram BiST for ADCs [C]//Proceedings of IEEE Conference on Design, Automation and Test in Europe (DATE). Munich, Germany: [s.n.], 2001: 590-595.
- [6] RENOVELL M, AZAIS F, BERNARD S, et al. Hardware resource minimization for a histogram-based ADC BIST [C]//Proceedings of the 18th IEEE VLSI Test Symposium. [S.l.]: [s.n.], 2000, 247-252.
- [7] 朱彦卿, 何怡刚, 阳 辉, 等. 一种高速ADC静态参数的内建自测试结构[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2007, 34(10): 62-65.  
ZHU Yan-qing, HE Yi-gang, YANG Hui, et al. A high-speed BIST architecture for ADC parameter testing[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences)2007, 34(10): 62-65.
- [8] 张建强, 冯建华, 冯建科. 基于自动测试系统的ADC测试开发[J]. 仪器仪表学报, 2007, 28(2): 279-283.  
ZHANG Jian-qiang, FENG Jian-hua, FENG Jian-ke. Testing development for ADC on automatic test system[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2007, 28(2): 279-283.
- [9] 程梦璋, 景为平. 新型流水线ADC的设计与分析[J]. 电子科技大学学报, 2008, 37(6): 930-933.  
CHENG Meng-zhang, JING Wei-ping. Design and analysis of a novel pipelined ADC[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2008, 37(6): 930-933.
- [10] 王向展, 宁 宁, 于 奇. 新型分段多分搜索算法高速A/D转换方案[J]. 电子科技大学学报, 2008, 37(1): 61-64.  
WANG Xiang-zhan, NING Ning, YU Qi. A novel high-speed A/D conversion scheme based on segmented multi-division search algorithm[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2008, 37(1): 61-64.

编辑 漆 蓉

(上接第777页)

- [10] 郑志刚. 耦合非线性系统的时空动力学与合作行为[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.  
ZHENG Zhi-gang. Spatiotemporal dynamics and collective behaviors in coupled nonlinear systems[M]. Beijing: Higher Education Press, 2004.
- [11] KANAMARU T, HORITA T, OKABE Y. Theoretical analysis of array-enhanced stochastic resonance in the diffusively coupled FitzHugh-Nagumo equation[J]. Physical Review E, 2001, 64: 031908/1-10.
- [12] TANABE S, PAKDAMAN P. Dynamics of moments of FitzHugh-Nagumo neuronal models and stochastic bifurcation[J]. Physical Review E, 2001, 63: 031911/1-9.
- [13] MIDDLETON J W, GIRARD E H, MALER L, et al. Envelope gating and noise shaping in populations of neurons[J]. Physical Review E, 2007, 75(2): 021918/1-5.
- [14] 胡 岗. 随机力与非线性系统[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1994.  
HU Gang. Noise and stochastic resonance[M]. Shanghai: Science and Education Publishing Company, 1994.
- [15] 周玉荣, 郭 峰, 蒋世奇, 等. 色噪声作用下线性系统的随机共振[J]. 电子科技大学学报, 2008, 37(2): 232-234.  
ZHOU Yu-rong, GUO Feng, JIANG Shi-qi, et al. Stochastic resonance of a linear system with colored noise[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2008, 37(2): 232-234.
- [16] OKYU K, HANG-HYUN J, HIE-TAC M. Effect of spatially correlated noise on coherence resonance in a network of excitable cells[J]. Physical Review E, 2005, 72: 066121/1-4.
- [17] CHEN Han-shuang, ZHANG Jia-qian, LIU Jia-qing. Enhancement of neuronal coherence by diversity in coupled Rulkov map models[J]. Physical A, 2008, 387: 1071-1076.
- [18] RONALD F, IAN R, ROY R, et al. Fast, accurate for numerical of exponentially correlated colored noise[J]. Physical Review A, 1988, 11: 5938-5940.
- [19] TOCINO A, ARDANUY R. Runge-Kutta methods for numerical solution of stochastic differential equations[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2002, 128: 219-241.

编辑 黄 莘