

基于受控递归算法的时频分析

王宏伟¹, 赵国庆², 王玉军², 鲍丹², 朱燕²

(1. 西安邮电学院通信与信息工程学院 西安 710121; 2. 西安电子科技大学电子对抗研究所 西安 710071)

【摘要】提出了参数受控状态下的递归算法, 利用多路并行的递归运算代替传统的滑窗FFT运算, 具有速度快且数据存储量少的特点。利用受控递归算法进行时频分析, 不仅所分析的频率或频段可灵活设置, 而且时间分辨率和频率分辨率可调可控。该算法具有很强的主动性、适应性, 适合对局部频段实时地进行信号检测、时频分析和精确的时频参数测量, 也可与其他已有的算法或系统配合使用。

关键词 受控递归算法; 参数测量; 滑窗FFT; 时频分析

中图分类号 TN971.6

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2011.05.012

Time-Frequency Analysis Using Controllable Recursive Algorithm

WANG Hong-wei¹, ZHAO Guo-qing², WANG Yu-jun², BAO Dan², and ZHU Yan²

(1. School of telecommunication and Information Engineering, Xi'an Institute of Posts and Telecommunication Xi'an 710121;

2. Research Institution of Electronic Countermeasure, Xidian University Xi'an 710071)

Abstract A new time-frequency analysis theory is proposed based on recursive algorithm whose parameter is under control. The time-frequency analysis system has the merits of high speed and low storage with multi-path parallel recursive calculation instead of conventional sliding window FFT calculation. The center frequency or local frequency band can be rectified expediently. The recursive algorithm with controllable time resolution and frequency resolution has very strong go-aheadism and adjustability. It possesses the ability of real-time detection and accurate time-frequency parameter measure. The recursive algorithm can also cooperate with other effectual algorithms or systems.

Key words controllable recursive algorithm; parameter measure; sliding window FFT; time-frequency analysis

传统的时频分析方法有短时傅里叶变换(STFT)、滑动DFT和滑窗FFT等^[1-4]。STFT受测不准原理制约, 时、频分辨率较差; 单点滑动DFT运算速度快, 但数据不能在时域加窗以减小频谱泄露^[5-9]; 滑窗FFT由于使用了技术成熟的FFT器件, 运算速度较DFT快, 但只能计算离散频率点的频谱^[10]。在实时二维时频分析中, 有时只需要分析一段时间内的某一中心频率附近的局部频谱, 如果用滑窗FFT实现, 则只能计算出全部离散频谱。

本文提出的受控递归算法, 不仅时间分辨率和频率分辨率可调可控, 而且所分析频率在频率轴上可以选取任意实数值。该算法具有运算速度快, 数据存储量少, 时频参数测量精度高等特点。文中给出的IIR滤波器组内基本递归单元可独立增减和使用, 也可和现有的信号处理工具、算法配合使用, 为各种应用系统的智能化、开放式设计提供了坚实

的基础。

1 滑窗FFT算法的结构

图1a为滑窗FFT算法的结构图, 时域数据流加窗后经过FFT模块, 以 N 点为单元分段作FFT运算(N 为窗口宽度, 每一段数据称为一帧), 时域数据流被源源不断地转化为频域数据流。滑窗FFT的数学表达式为:

$$y(n, k) = \sum_{i=0}^{N-1} s(n+i)w(i)e^{-j\frac{2\pi}{N}ik}, k=0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

式中, $s(n)$ 为输入的时域数据; $w(i)$ 为窗函数, 窗口的宽度决定了参与运算的一帧时域数据长度; n 为时刻点, 决定参与运算的时域数据帧的起始位置; k 为信道号或离散频率; $y(n, k)$ 表示 n 时刻第 k 个信道输出的频域复信号, 代表信号在离散频率点 k 处的傅里叶变换系数。 N 个系数共同构成 n 时刻 N 长时域数据

收稿日期: 2009-12-24; 修回日期: 2010-06-10

基金项目: 部级基金

作者简介: 王宏伟(1973-), 男, 博士, 主要从事电子对抗方面的研究。

对应时间段内的频谱分布,随着 n 的推移(数据帧滑移),不同时刻点的频谱共同构成信号二维时频分布。基于滑窗FFT算法的频谱分析相当于将全局频段 f_s (采样频率)均匀地划分为 N 个离散频谱(信道),其输出值(谱线)从唯一的通路中依次串形输出,相邻谱线间隔 f_s/N 。

滑窗FFT运算和短时傅里叶变换(STFT)不完全相同,滑窗FFT运算的窗口长度不必受“短时”限制,工作时相邻数据帧间大部分数据是重叠的。

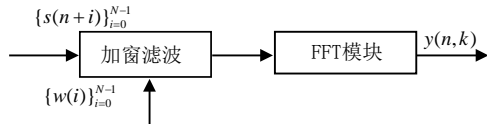


图1 滑窗FFT算法的串入串出结构

2 递归算法的结构

递归运算满足循环迭代公式:

$$y(n, k, r) = [y(n, k, r-1) + s(n+r-1)w(r-1)]e^{j\frac{2\pi}{N}k} \quad (2)$$

$$r = 1, 2, \dots, N$$

式中, r 为迭代次数; $y(n, k, r)$ 为第 r 次迭代结果。令初始状态 $y(n, k, 0) = 0$, 则第 N 次迭代后, 有:

$$y(n, k, N) = y(n, k) = \sum_{i=0}^{N-1} s(n+i)w(i)e^{-j\frac{2\pi}{N}ik} \quad (3)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1$$

根据迭代运算式(2)证明式(3):

$$y(n, k, 1) = s(n+0)w(0)e^{j\frac{2\pi}{N}k}$$

$$y(n, k, 2) = [y(n, k, 1) + s(n+1)w(1)]e^{j\frac{2\pi}{N}k} =$$

$$s(n+0)w(0)e^{j\frac{2\pi}{N}k} + s(n+1)w(1)e^{j\frac{2\pi}{N}k}$$

$$y(n, k, r) = [y(n, k, r-1) + s(n+r-1)w(r-1)]e^{j\frac{2\pi}{N}k} =$$

$$\sum_{i=0}^{r-1} s(n+i)w(i)e^{j\frac{2\pi}{N}(r-i)k}$$

$$y(n, k, N) = \sum_{i=0}^{N-1} s(n+i)w(i)e^{j\frac{2\pi}{N}(N-i)k} =$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} s(n+i)w(i)e^{-j\frac{2\pi}{N}ik} = y(n, k)$$

图2为实现式(3)递归算法的结构简图, 它将图1的滑窗FFT算法的串入串出结构转化为递归算法的串入并出结构, 每一路输出仅代表一个离散频率点(信道)的傅里叶变换系数, N 路信道输出的系数合并可组成 n 时刻一个完整的 N 点离散傅里叶变换, 得到离散频谱分布。 N 个通路同时并行计算离散频率点

$k = 0, 1, \dots, N-1$ 时的 N 个系数, 每一路的 N 次迭代运算只需 N 次复数乘(加), 相比滑窗FFT算法的唯一通路的 $N \log_2 N$ 次复数乘(加), 其计算量小。

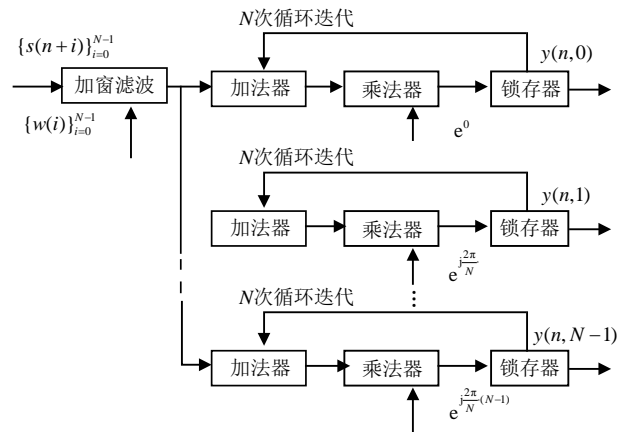


图2 递归算法的串入并出结构

图2的并行结构有两个特点, 一个是逻辑上相邻的信道对应到物理上的通路不一定要相邻, 即各通路间是相互独立的; 另一个是从宏观上看, 器件规模庞大, 但每一路迭代运算只需要一个加法器、一个乘法器和一个锁存器, 通路内部器件简单, 各通路结构相同, 易于集成使用, 数据存储量少, 资源占用量与工作参数的变化无关。

分析递归运算表达式 $y(n, k, N)$ 中的3个工作参数: 1) n 为时刻值, 决定了时域数据帧的起始时刻, 数据帧的滑移量 d 决定了二维离散谱线的时域间隔 $\Delta t_{\text{grid}} = d/f_s$, $d \in \{1, 2, \dots, N\}$; 2) N 为循环迭代的次数, 其值等于窗口宽度和数据帧的长度, 影响时间分辨率和频率分辨率; 3) k 代表离散频率点。若某一通路所分析的频率在频率轴上选取实数值 $f \in [0, f_s)$ 时, 表示该通路在实数频率点 f 处利用循环迭代计算其频谱系数。此时式(2)和式(3)可分别改写为:

$$y(n, f, r) = [y(n, f, r-1) + s(n+r-1)w(r-1)]e^{j2\pi\frac{f}{f_s}r} \quad (4)$$

$$r = 1, 2, \dots, N$$

$$y(n, f, N) = \sum_{i=0}^{N-1} s(n+i)w(i)e^{j2\pi\frac{f}{f_s}(N-i)} = e^{j2\pi\frac{f}{f_s}N} \times$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} s(n+i)w(i)e^{-j2\pi\frac{f}{f_s}i} = e^{j2\pi\frac{f}{f_s}N} y(n, f)$$

$$f \in [0, f_s) \quad (5)$$

另有:

$$y(n, f) = \sum_{i=0}^{N-1} s(n+i)w(i)e^{-j2\pi\frac{f}{f_s}i} = e^{-j2\pi\frac{f}{f_s}N} y(n, f, N)$$

$$f \in [0, f_s) \quad (6)$$

式中, $y(n, f)$ 为实数频率点 f 的傅里叶变换系数, 其

值等于式(5)的 N 次循环迭代的结果 $y(n, f, N)$ 乘以权系数 $e^{-j2\pi\frac{f}{f_s}N}$ 。当 $f = \frac{f_s}{N}k$ 时, $e^{-j2\pi\frac{f}{f_s}N} = 1$, $k = 0, 1, \dots, N-1$, 此时, 式(6)转化为式(3)。表明式(3)只是式(6)的特例, 式(6)得到的是任意实数频率点(包括 f_s/N 整数倍频率点)的离散时间傅里叶系数, 而式(3)像FFT算法一样只能得到 f_s/N 整数倍频率点的离散傅里叶系数。

递归算法建立在有限长数据的离散时间傅里叶变换基础上, 因此具有许多和离散傅里叶变换相似的性质。

- 1) 线性性质: 递归算法属于线性变换, 不会产生新的频率分量, 不会受交叉项干扰。
- 2) 周期性: 周期为 f_s 。
- 3) 对称性: 在 $0 \sim f_s$ 范围内实信号的频谱以

$f_s/2$ 中心对称, 计算时只考虑主区间 $0 \sim f_s/2$ 即可。

3 基于递归算法的IIR滤波器结构

3.1 基本递归单元的原理图和功能框图

单一通路又称为基本递归单元(或细胞)。根据式(6)给出基本递归单元的原理图和功能框图如图2所示。

图2a中数据整理的目的是从时域数据流 $\{s(n)\}_{n=0}^{\infty}$ 中确定参与递归运算的数据帧起点及长度; 加窗是为了减小频谱泄露, 一般选择汉宁窗; $\{s(n+i)\}_{i=0}^{N-1}$ 为输入的一帧时域数据; $y(n, f)$ 为输出的一个频域数据值; 将工作参数 n, f, N 置于系统的控制之下便形成受控递归算法。从滤波器角度分析, 这种带反馈结构的基本递归单元可以被看成IIR滤波器, 实现了系统对单根谱线的生成控制。

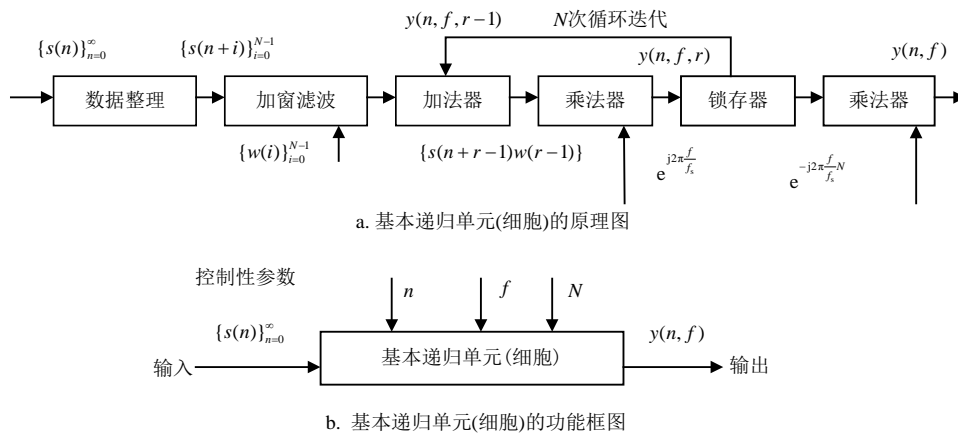


图2 基本递归单元(细胞)的原理图和功能框图

3.2 常用功能结构图

由于单一通路所分析频率 f 可以在频率轴上选择任意实数频率, 且参数 n (时刻值)和 N (循环迭代次数)也可以独立选取, 所以从理论上讲, 整个二维时频谱的计算完全可以由单一通路完成。但是, 为了提高时频分析效率, 一般需要多个通路(细胞)集成为不同结构的IIR滤波器组来完成某些功能, 滤波器组内各通路并行工作, 通路数目 M 根据需要可独立增减。

如果将IIR滤波器组内各通路的控制性参数 N 和 n 设置为以相同规律变化, 而参数 f_m 的取值不同, $m = 1, 2, \dots, M$, 其功能结构如图3a所示。IIR滤波器组结构1可完成信号检测、频谱细化分析、二维时频谱分析及频域参数测量等功能。设计图3a结构时, 可将数据整理工作移到滤波器组外进行。

利用各通路的独立性, 如果将所有通路都设置为对某特定频率点 f_0 (一般选信号中心频率或载频) 迭代运算, 而各个通路所利用的数据帧时间起点 n_m 不同, $m = 1, 2, \dots, M$; N 仍采用相同规律变化, 功能结构如图3b所示。IIR滤波器组结构2可实现时域参数的实时测量功能。

时域数据流经图3b处理后会得到某特定频率 f_0 信号不同时刻点的频域信息, 然后用门限检测方法(满足时域分辨率的前提下, 选择合适 N) 就可获取时限信号的起始时刻、终止时刻和持续时间等时域信息。由于该结构各通路可方便地实现并行循环流水作业且相邻信道数据帧间滑移量 $d \in \{1, 2, \dots, N\}$ 可调整, 因此实时性的总体计算量和时域参数估计精度容易协调。

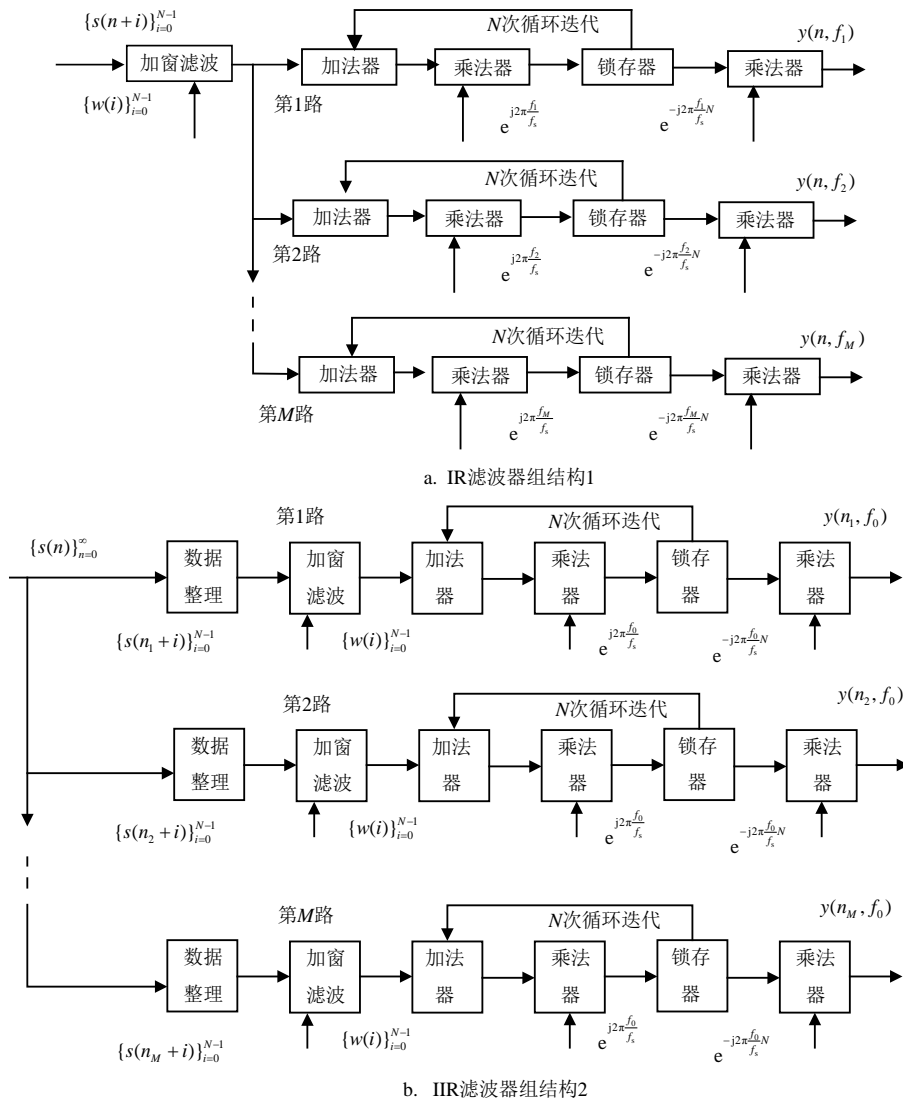


图3 IIR滤波器组常用功能结构图

4 仿真实验

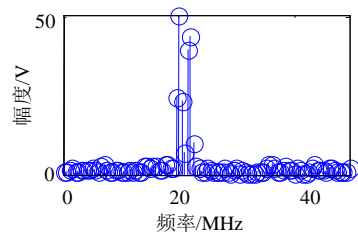
设有同时到达的两个单载频脉冲信号，一个信号的载频 $f_1=20$ MHz，占空比20%；另一个信号的载频 $f_2=21.8$ MHz，占空比40%；脉冲重复频率均为 $f_p=50$ kHz，采样频率为 $f_s=100$ MHz，信噪比 $SNR=15$ dB；IIR滤波器组结构1或结构2内细胞集成数目均为 $M=100$ 。

实验1 受控递归算法与滑窗FFT算法比较。

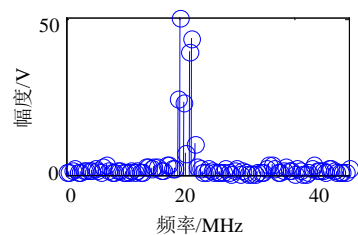
参数设置：循环迭代次数 $N=200$ ；数据帧起点 $n=0$ ；各通路频率 $f_m=0.5m$ (MHz)。 $m=0,1,\dots,99$ 时，直接通过窗宽200的滑窗FFT算法得到的幅度频谱图和相位频谱图，与经过受控递归算法的IIR滤波器组结构1的幅度频谱图和相位频谱图如图4所示。

滑窗FFT算法与离散频率(即 f_s/N 的整数倍频率)点的受控递归算法比较，无论是幅度频谱图还是相位频谱图都完全相同，验证了受控递归算法的正确性。但是基于受控递归算法的图3a结构内部各通

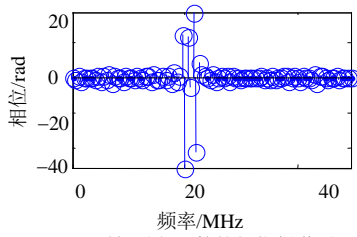
路并行运算，每个通路的运算量只有200次复乘(加)，则受控递归算法的运算量也仅有200次复乘(加)，而滑窗FFT算法需要近1600次复乘(加)，若 N 很大，则受控递归算法的计算量减少更明显。



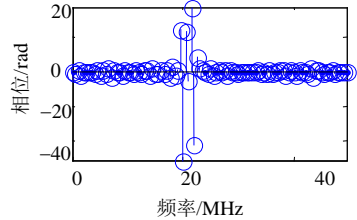
a. 受控递归运算的幅度频谱图



b. 滑窗FFT运算的幅度频谱图



c. 受控递归运算的相位频谱图



d. 滑窗FFT运算的相位频谱图

图4 滑窗FFT算法与受控递归算法比较图

实验2 频谱细化及频域参数测量

为了进一步分析频谱细节, 调整图3a结构的各通路频率, 对准有信号(或感兴趣)的局部频段进行频谱细化分析。局部频段分析时, 各通路频率设置可参考:

$$f_m = (f_{center} + m\alpha f_s / N) \quad (7)$$

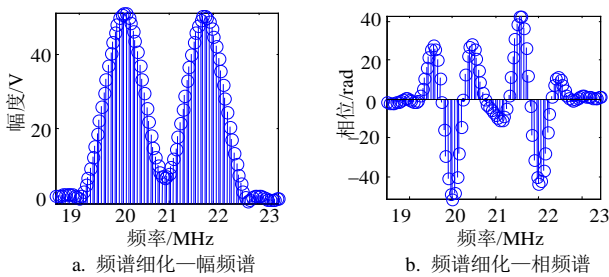


图5 频谱细化及频域参数精确测量

式中, f_{center} 为所分析频段中心(可调整); α 为频谱细化系数, $0 < \alpha \leq 1$; 通路号 $m = -\frac{M}{2}, \dots, 0, 1, \dots, \frac{M}{2} - 1$ 。

控制参数 $f_{center} = 21 \text{ MHz}$, $\alpha = 0.5$, $m = -50, -49, \dots, 49$, $N = 200$, $n = 0$ 时, 结果如图5所示。

通过对所分析频段中心的调整并配合频谱细化技术, 可使相邻谱线间隔 $\Delta f_{grid} = \alpha \frac{f_s}{N}$ (调整频谱细化系数 α) 变得很小, 得到一帧可移动中心位置(调整 f_{center}) 的可变局部频段的近似连续频谱, 从而可以分析感兴趣的任意局部频段的频谱细节以及精确的测量频域参数, 在满足频率分辨率的前提下, 谱线间隔 Δf_{grid} 越小, 频域参数测量精度越高。

系统可根据实际需要, 有选择地计算任何时刻起点的一帧 N 长时域数据的任意局部频段的近似连续谱线或离散谱线, 比只能计算全部离散谱线的滑

窗FFT算法更加经济有效, 更加灵活。

实验3 二维时频分析及时域参数实时测量

前面用一帧数据已获得某时刻 N 长时域数据的频谱分布, 随着参数 n 的连续变化(由数据帧的滑移量 d 体现, $d \in \{1, 2, \dots, N\}$), 计算不同起始时刻数据帧 (N 保持不变) 对应的频谱分布, 联合起来便可得到二维时频图。

控制参数: $f_{center} = 21 \text{ MHz}$, $\alpha = 0.5$, $m = -50, -49, \dots, 49$, $N = 200$, $d = 10$ 时, 二维时频图如图6所示。

在二维时频图分析中, 系统可以根据各路输出结果, 调整工作参数。在显示器上观察不同参数条件下信号实时动态变化的特点。系统也可以在脱机条件下, 针对信号特点, 寻找最佳工作参数并精确测量时频参数。

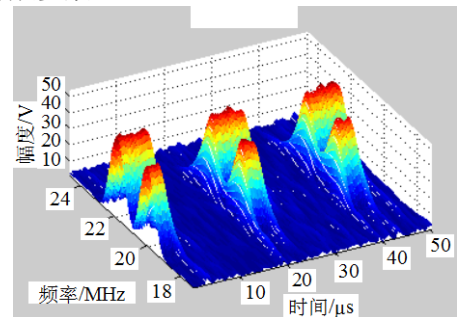


图6 二维时频动态分析图

图3a结构中虽然采用并行工作模式, 每帧数据对单一通路而言计算量不大, 但滑移量 d 取值较小时(满足时间分辨率的前提下, 二维谱线的时间间隔 $\Delta t_{grid} = d / f_s$ 越小, 时域参数测量精度越高), 总体运算量变得很大, 难以保证二维时频分析的实时性(尤其是时域参数实时测量), 可利用图3b结构解决问题。各通路数据帧的初始的起始时间设置可参考:

$$n_m = n_0 + (m - 1)d \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (8)$$

循环流水作业时, 各通路数据帧起始时间设为:

$$n_{m,j} = n_0 + (m - 1)d + (j - 1)Md \quad j = 1, 2, \dots, \infty \quad (9)$$

式中, n_0 为研究开始时刻点; M 为所利用的通路数目; $n_{m,j}$ 表示第 m 路细胞第 j 级流水作业时数据帧的起始时刻点。

控制参数: 各路所分析频率均为 $f_0 = 20 \text{ MHz}$, $d = 1$, $N = 200$, $n_0 = 0$, 各通路数据帧起始时刻按式(8)和式(9)设置。将不同级流水作业的结果拼接后, 得到载频 $f_0 = 20 \text{ MHz}$ 的脉冲信号时域参数测量图如图7所示。

由于图3b结构的各通路循环流水作业将长时间跨度的时域数据转化到并行的通路空间上, 并行流

水处理, 系统速度大大提高。用图3b结构成功解决了计算量与时域参数实时精确测量之间的矛盾问题, 可以用最小的时域间隔 $\Delta t_{\text{grid}} = 1/f_s$, 实时地完成信号的时域参数测量任务。

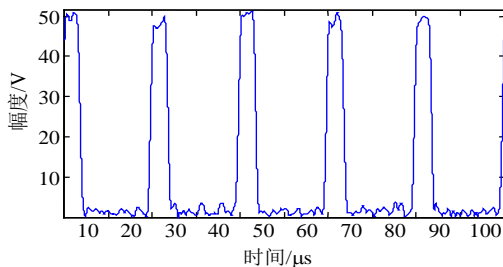


图7 时域参数实时测量图

实验4 时间分辨率和频率分辨率调整

递归运算的频率分辨率 Δf 和时间分辨率 Δt 受采样频率 f_s 、窗口宽度 N (等于循环迭代次数)、窗函数形状等因素的影响^[3]。 Δf 正比于 f_s/N , Δt 反比于 f_s/N 。 N 变大, 频域分辨率提高, 而时域分辨率下降, 二者仍然受制于“测不准原理”。

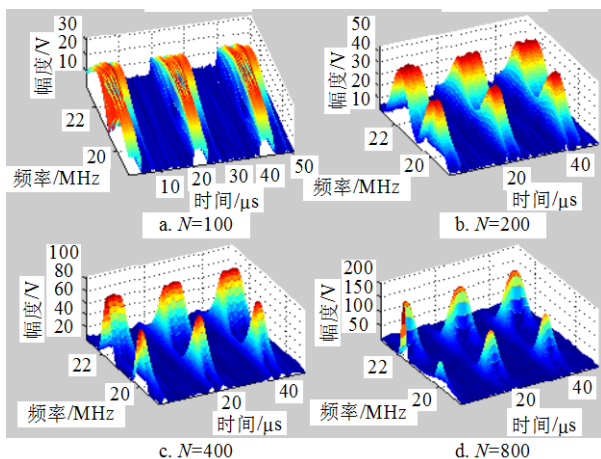


图8 参数N对时间分辨率和频率分辨率的影响

当参数 $f_m = (19 + 0.04m)$ MHz, $m = 0, 1, \dots, 99$, $d = 10$, N 分别取100、200、400和800时, 利用递归算法得到的结果如图8所示。通过对比看到, N 较小时, 具有较好的时间分辨率, 而相应的频率分辨率则不高, 甚至在频域无法区分有两个信号; 随着 N 的增加, 频率分辨率变得越高, 而此时的时间分辨率则会相应地下降, N 大于脉内有效采样点数时, 时、频分辨率已经不可靠。但在一定范围内, 调整循环迭代次数 N , 使得递归运算具有可调可控的时间分辨率和频率分辨率。

5 结束语

本文提出的受控递归算法非常适合对局部频段实时地进行时频分析和参数测量。系统应根据某种

规则做出控制参数的调整与设置, 使系统在保证实时性、时间分辨率、频率分辨率、时频参数测量精度等性能指标时统筹调度资源, 协调工作。

参考文献

- [1] TSUI J. 宽带数字接收机[M]. 2版. 杨小牛, 陆安南, 金飏, 译. 北京: 电子工业出版社, 2002.
TSUI J. Digital techniques for wideband receivers (Second Edition) [M]. 2nd ed. Translated by YANG Xiao-niu, LU An-nan, JIN Biao. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002.
- [2] 王小龙. DFT和交替DFT调制滤波器组设计算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2008.
WANG Xiao-long. Design algorithms of DFT and interleaved DFT modulated filter banks[D]. Xi'an: Xidian University, 2008.
- [3] DRESSLER K. Sinusoidal extraction using an efficient implementation of a multi-resolution FFT[C]//Proceedings of Ninth International Conference on Digital Audio Effects. Canada: Digital Media, 2006.
- [4] TOMIOKA T, TOMIZAWA T, KOBAYASHI T. High-sensitivity carrier sensing using overlapped FFT for cognitive radio transceivers[C]//VTC Spring, 2009. [S.l.]: [s.n.], 2009.
- [5] JACOBSEN E, LYONS R. The sliding DFT[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2003, 20(3): 74-80.
- [6] 黄寒华. 关于滑动DFT算法中的频谱泄漏问题的探讨[J]. 现代电子技术, 2007, 24: 201-203.
HUANG Han-hua. An exploration of the sliding DFT spectral leakage[J]. Modern Electronics Technique, 2007, 24: 201-203.
- [7] 黄寒华. 实时谱分析的优化算法——滑动DFT[J]. 金陵科技学院学报, 2006, 24: 202-204.
HUANG Han-hua. The optimized algorithm of real-time spectral analysis—sliding DFT[J]. Journal of Jinling Institute of Technology, 2006, 24: 202-204.
- [8] LOPEZ-RISUENO G, GRAJAL J, SANZ-OSORIO A. Digital channelized receiver based on time-frequency analysis for signal interception[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(3): 879-898.
- [9] LOPEZ-RISUENO G, GRAJAL J, YESTE-OJEDA O A, et al. Two digital receivers based on time-frequency analysis for signal interception[C]//International Conference on Radar (Radar 2003). Adelaide, Australia: [s.n.], 2003: 394-399.
- [10] 刘平, 靳成英, 陈曾平. 一种基于短时FFT的宽带数字接收机设计[J]. 信号处理, 2008, 24(6): 988-991.
LIU Ping, JIN Cheng-ying, CHEN Zeng-ping. A short-time FFT based design for wide band digital reconnaissance receiver[J]. Signal Processing, 2008, 24(6): 988-991.

编辑 税红