

正交非负CP分解的图像表示和识别

刘 昶^{1,2}, 周激流³, 何 坤³, 张 健⁴

(1. 成都大学信息科学与技术学院 成都 610106; 2. 成都大学模式识别与智能信号处理四川省高校重点实验室 成都 610106;
3. 四川大学计算机学院 成都 610065; 4. 四川大学电子信息学院 成都 610065)

【摘要】提出了一种正交非负CP分解算法。将图像库视为三阶张量,进行非负分解,并对非负因子增加了正交约束,保证了图像低维表示的非负性。实验结果表明,较之其他非负分解算法,正交非负CP算法通过增加基图像的正交约束,减少了基图像的冗余性,进一步提高了基图像的稀疏性,同时保证了低维特征的非负性;将其用于人脸表情识别,该算法具有较高的识别率,在有限迭代次数内能够达到收敛,并且该算法可以推广到任意阶张量。

关键词 表情识别; 非负CANDECOMP/PARAFAC分解; 正交约束; 稀疏表示; 张量分解
中图分类号 TP391.41 **文献标识码** A **doi**:10.3969/j.issn.1001-0548.2011.06.019

Orthogonal Nonnegative CP Factorization for Image Representation and Recognition

LIU Chang^{1,2}, ZHOU Ji-liu³, HE Kun³, and ZHANG Jian⁴

(1. College of Information Science and Technology, Chengdu University Chengdu 610106;
2. Key Laboratory of Pattern Recognition and Intelligent Information Processing, Chengdu University Chengdu 610106;
3. School of Computer Science, Sichuan University Chengdu 610065;
4. School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University Chengdu 610065)

Abstract An orthogonal non-negative CANDECOMP/PARAFAC factorization algorithm (ONNCP) is proposed. With the orthogonal constrain, the low-dimensional presentations of samples are kept non-negative in ONNCP. The relationship between NNCP and NMF is analyzed theoretically. The solution process and the convergence of the algorithm are discussed. The experiments indicate that, compared with other non-negative factorization algorithms, ONNCP can reduce the redundancy of the base images and enhance the sparseness of the base images due to its orthogonality. It also ensures the low-dimensional feature is non-negative. The algorithm can achieve better recognition rate in facial expression recognition and will convergence a fixed point. Furthermore, the algorithm can be generalized to any order tensor.

Key words facial expression recognition; non-negative CANDECOMP/PARAFAC factorization; orthogonal constraint; sparseness representation; tensor decomposition

近年来,非负矩阵分解^[1](non-negative matrix factorization, NMF)及其扩展方法已广泛用于图像表示和识别。NMF将图像表示为基图像的加权线性组合,并要求基图像及其权重值都是非负的,如对于一幅人脸图像,其中基图像对应人脸的各个部分,因此NMF的基是局部化特征。非负约束导致表示的稀疏性,可节约存储空间。为了加强图像的局部化表示,提出了各种稀疏表示的NMF算法^[2-5]。为了发现数据空间的本征几何结构,文献[6-7]分别提出了图正则化NMF和保局NMF。为了进一步增加NMF

算法的判别能力,还有监督NMF被提出^[8-9]。

NMF要求所有的样本向量化,但在实际应用中数据是多维结构,如视频序列、图像等。多维数据的向量化必然导致数据空间信息的丢失;其次,NMF分解通常是不唯一的^[10]。为了解决以上问题,NMF被扩展为非负CANDECOMP/PARAFAC分解,简称为非负CP分解(non-negative cp factorization, NNCP)^[11-14]。NNCP将多维数据看作是高阶张量,避免向量化操作,保留了数据的空间结构,并且在某些较弱的约束下能够保证分解的唯一性^[15]。尽管如

收稿日期:2010-03-08; 修回日期:2010-05-11

基金项目:四川省科技厅项目(2010JQ0032)

作者简介:刘昶(1982-),女,博士,主要从事计算机视觉和模式识别等方面的研究。

此, NMF和NNCP计算基图像的逆或伪逆将新加入样本投影到低维空间, 不能保证新样本的低维权重的非负性, 在模式识别中不能充分体现非负分解的优势。

本文从理论上分析了非负CP分解和非负矩阵分解的关系, 提出了一种正交非负CP分解算法, 对非负因子增加正交约束, 保证了训练样本和测试样本低维表示的非负性, 减少了基图像的冗余性, 加强了数据表示的稀疏度。本文深入讨论了该算法的求解过程, 并证明了算法的收敛性。实验结果表明, 较之其他非负分解算法, 正交非负CP分解减少了基图像的冗余性, 提高了基图像的稀疏性, 具有较好的人脸表情识别性能。

1 非负矩阵分解和非负CP分解

训练图像集 $\overline{\mathbf{X}} = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\overline{\mathbf{X}}_{ij} > 0$, $\overline{\mathbf{X}}$ 的每列表示一个样本向量, m 表示图像的非负像素点数, n 表示训练样本数, NMF的目标是找到两个非负矩阵 $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{m \times r}$ 和 $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{r \times n}$, 使得如下的目标函数最小:

$$\mathcal{O} = \|\overline{\mathbf{X}} - \mathbf{W}\mathbf{H}^T\|^2 \quad (1)$$

式中, \mathbf{W} 表示基图像; \mathbf{H} 表示权重, 也称为训练图像集 $\overline{\mathbf{X}}$ 的低维表示。

在非负CP分解中, 将上述训练图像集表示为三阶张量 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^{r \times c \times n}$, 其中, $x_i \in \mathbb{R}^{r \times c}$, r 和 c 分别表示图像的高度和宽度。进一步可推广到 N 阶张量 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{d_1 \times d_2 \times \dots \times d_N}$, 其中 $\mathbf{X}_i \in \mathbb{R}^{d_1 \times d_2 \times \dots \times d_{N-1}}$ 为 $N-1$ 阶张量, d_1, d_2, \dots, d_{N-1} 表示每维的维数, d_N 表示数据的个数。在NNCP分解中, 其目标函数表示为:

$$\mathcal{O} = \|\mathbf{X} - \sum_{r=1}^R \mathbf{U}_{:,r}^{(1)} \circ \mathbf{U}_{:,r}^{(2)} \dots \circ \mathbf{U}_{:,r}^{(N)}\|^2$$

$$\text{s.t. } U_{ij}^{(n)} \geq 0, n=1, 2, \dots, N \quad (2)$$

根据张量的矩阵表示形式, 可以将式(2)表示为如下矩阵形式:

$$\mathcal{O} = \|\mathbf{X}_{(N)}^T - (\mathbf{U}^{(N-1)} \circ \mathbf{U}^{(N-2)} \circ \dots \circ \mathbf{U}^{(2)} \circ \mathbf{U}^{(1)}) \mathbf{U}^{(N)T}\|^2 \quad (3)$$

令 $(\mathbf{U}^{(N-1)} \circ \mathbf{U}^{(N-2)} \circ \dots \circ \mathbf{U}^{(2)} \circ \mathbf{U}^{(1)}) = \mathbf{W}$, 则 $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{d_1 d_2 \dots d_{N-1} \times R}$, $\mathbf{U}^{(N)T} = \mathbf{H} \in \mathbb{R}^{R \times d_N}$, 目标函数表示为:

$$\mathcal{O} = \|\mathbf{X}_{(N)}^T - \mathbf{W}\mathbf{H}\|^2 \quad (4)$$

式(4)与NMF形式等价, 也将 $\mathbf{U}^{(N-1)} \circ \mathbf{U}^{(N-2)} \circ \dots \circ \mathbf{U}^{(2)} \circ \mathbf{U}^{(1)}$ 称为图像集的基, $\mathbf{U}^{(N)T}$ 称为权重。因此可知, NNCP可将NMF统一到非负张量分解的通用框架下。

在NMF和NNCP中, 都是通过基图像的逆或伪逆计算测试样本的低维表示。测试样本 $x_i \in \mathbb{R}^m$ 的低维表示为:

$$h_i = \mathbf{W}^{-1} x_i \quad (5)$$

在NNCP中, 测试样本 $X_i \in \mathbb{R}^{d_1 \times d_2 \times \dots \times d_{N-1}}$ 的低维表示为:

$$h_i = (\mathbf{U}^{(N-1)} \circ \mathbf{U}^{(N-2)} \circ \dots \circ \mathbf{U}^{(2)} \circ \mathbf{U}^{(1)})^{-1} \overline{\mathbf{X}}_i \quad (6)$$

式中, $\overline{\mathbf{X}}_i$ 表示测试样本 \mathbf{X}_i 的向量化形式。式(5)和式(6)求解低维表示的方法都不能保证测试样本低维表示的非负性。

2 正交的非负CP分解

为了克服传统非负分解的不足, 本文提出了正交NNCP分解(ONNCP), 加强构成基图像的投影矩阵的正交性, 保证新样本的低维表示的非负性, 并且正交约束进一步减少了基图像中的冗余性, 增强基图像表示的稀疏性。ONNCP的目标函数如下:

$$\mathcal{O} = \|\mathbf{X} - \sum_{r=1}^R \mathbf{U}_{:,r}^{(1)} \circ \mathbf{U}_{:,r}^{(2)} \dots \circ \mathbf{U}_{:,r}^{(N)}\|^2$$

$$\text{s.t. } \mathbf{U}_{ij}^{(n)} \geq 0 \quad n=1, 2, \dots, N$$

$$\mathbf{U}^{(n)T} \mathbf{U}^{(n)} = \mathbf{I} \quad n=1, 2, \dots, N-1 \quad (7)$$

式中, \mathbf{I} 为单位矩阵。

在ONNCP, 基图像表示为:

$$\mathbf{W} = \mathbf{U}^{(N-1)} \circ \mathbf{U}^{(N-2)} \circ \dots \circ \mathbf{U}^{(2)} \circ \mathbf{U}^{(1)}$$

根据 Khatri-Rao 积的属性, 可知: $(\mathbf{A} \circ \mathbf{B})^T (\mathbf{A} \circ \mathbf{B}) = \mathbf{A}^T \mathbf{A} * \mathbf{B}^T \mathbf{B}$, 其中 $*$ 表示 Hadamard 积, 因此得到:

$$\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{U}^{(N-1)T} \mathbf{U}^{(N-1)} * \mathbf{U}^{(N-2)T} \mathbf{U}^{(N-2)} * \dots * \mathbf{U}^{(2)T} \mathbf{U}^{(2)} * \mathbf{U}^{(1)T} \mathbf{U}^{(1)}$$

由于 $\mathbf{U}^{(n)T} \mathbf{U}^{(n)} = \mathbf{I}$, 上式可以写成:

$$\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I} * \mathbf{I} * \dots * \mathbf{I} = \mathbf{I}$$

因此投影矩阵 $\mathbf{U}^{(n)}$ 满足 $\mathbf{U}^{(n)T} \mathbf{U}^{(n)} = \mathbf{I}$, $n=1, 2, \dots, N-1$, 保证了基图像 \mathbf{W} 的正交性, 即 $\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}$ 。因此, 在计算高维数据的低维表示时, 不需要计算基图像的逆或伪逆, 即高维数据。 $\mathbf{X}_i \in \mathbb{R}^{d_1 \times d_2 \times \dots \times d_{N-1}}$ 的低维表示为: $h_i = (\mathbf{U}^{(N-1)} \circ \mathbf{U}^{(N-2)} \circ \dots \circ \mathbf{U}^{(2)} \circ \mathbf{U}^{(1)})^T \overline{\mathbf{X}}_i$ 其中, $\overline{\mathbf{X}}_i$ 表示测试样本 \mathbf{X}_i 的向量化形式。

对于式(7)的目标函数, 可以看作求解如下优化问题:

$$\min_{\mathbf{U}_{ij}^{(n)} \geq 0} \|\mathbf{X} - \sum_{r=1}^R \mathbf{U}_{:,r}^{(1)} \circ \mathbf{U}_{:,r}^{(2)} \dots \circ \mathbf{U}_{:,r}^{(N)}\|^2$$

$$\text{s.t. } \mathbf{U}_{ij}^{(n)} \geq 0, \quad n=1, 2, \dots, N$$

$$\mathbf{U}^{(n)T} \mathbf{U}^{(n)} = \mathbf{I} \quad n=1, 2, \dots, N-1 \quad (8)$$

由于ONNCP对构成基图像的投影矩阵增加了正交约束, 因此其求解过程分为两个部分, 首先求解构成基图像的正交投影矩阵 $\mathbf{U}^{(n)}$, $n=1, 2, \dots, N-1$; 其次求解权重矩阵 $\mathbf{U}^{(N)}$ 。

根据乘性更新法则^[16], 假设 $\mathbf{U}^{(1)}$ 、 $\mathbf{U}^{(2)}$ 、 \dots 、 $\mathbf{U}^{(n-1)}$ 、 $\mathbf{U}^{(n+1)}$ 、 \dots 、 $\mathbf{U}^{(N)}$ 已知, 投影矩阵 $\mathbf{U}^{(n)}$ 未知, $1 \leq n \leq N-1$, 引入拉格朗日乘数 λ , 得到拉格朗日函数:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}(\mathbf{U}^{(n)}) = & \|\mathbf{X} - \sum_{r=1}^R \mathbf{U}_{:,r}^{(1)} \circ \mathbf{U}_{:,r}^{(2)} \dots \circ \mathbf{U}_{:,r}^{(N)}\|^2 + \\ & \text{Tr}[\lambda(\mathbf{U}^{(n)\top} \mathbf{U}^{(n)} - \mathbf{I})] = \\ & \|\mathbf{X}_{(n)} - \mathbf{U}^{(n)}(\mathbf{U}^{(N)} \odot \dots \odot \mathbf{U}^{(n+1)} \odot \mathbf{U}^{(1)} \\ & \odot \mathbf{U}^{(2)} \odot \dots \odot \mathbf{U}^{(n-1)})^T\|^2 + \\ & \text{Tr}[\lambda(\mathbf{U}^{(n)\top} \mathbf{U}^{(n)} - \mathbf{I})] = \\ & \text{Tr}(\mathbf{X}_{(n)}^T \mathbf{X}_{(n)} - 2\mathbf{U}^{(n)\top} \mathbf{X}_{(n)} \mathbf{G} + \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{U}^{(n)\top} \mathbf{U}^{(n)}) + \\ & \text{Tr}[\lambda(\mathbf{U}^{(n)\top} \mathbf{U}^{(n)} - \mathbf{I})] \end{aligned} \quad (9)$$

其中:

$$\mathbf{G} = \mathbf{U}^{(N)} \odot \dots \odot \mathbf{U}^{(n+1)} \odot \mathbf{U}^{(1)} \odot \mathbf{U}^{(2)} \odot \dots \odot \mathbf{U}^{(n-1)}$$

令式(9)对 $\mathbf{U}^{(n)}$ 和 λ 偏导为零, 得到:

$$\mathbf{U}^{(n)} \lambda = \mathbf{X}_{(n)} \mathbf{G} - \mathbf{U}^{(n)} \mathbf{G}^T \mathbf{G} \quad (10)$$

$$\mathbf{U}^{(n)\top} \mathbf{U}^{(n)} = \mathbf{I} \quad (11)$$

结合式(10)和式(11)得到:

$$\lambda = \mathbf{U}^{(n)\top} \mathbf{X}_{(n)} \mathbf{G} - \mathbf{G}^T \mathbf{G} \quad (12)$$

由于 $\mathbf{X}_{(n)} \approx \mathbf{U}^{(n)} \mathbf{G}^T$, 则有:

$$\mathbf{U}^{(n)\top} \mathbf{X}_{(n)} \mathbf{G} \approx \mathbf{U}^{(n)\top} \mathbf{U}^{(n)} \mathbf{G}^T \mathbf{G}$$

近似为对称矩阵, 因此 $\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda$ 近似为对称矩阵。

投影矩阵 $\mathbf{U}^{(n)}$ 的更新法则为:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{ij}^{(n)^{t+1}} = & \mathbf{U}_{ij}^{(n)^t} \frac{(\mathbf{X}_{(n)} \mathbf{G})_{ij}}{[\mathbf{U}^{(n)}(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda)]_{ij}} = \\ & \mathbf{U}_{ij}^{(n)^t} \frac{(\mathbf{X}_{(n)} \mathbf{G})_{ij}}{[\mathbf{U}^{(n)} \mathbf{U}^{(n)\top} \mathbf{X}_{(n)} \mathbf{G}]_{ij}} \end{aligned} \quad (13)$$

假设前 $N-1$ 个投影矩阵 $\mathbf{U}^{(n)}$ 已知, $n=1, 2, \dots, N-1$, 对于权重矩阵 $\mathbf{U}^{(N)}$, 其目标函数为:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}(\mathbf{U}^{(N)}) = & \|\mathbf{X}_{(N)} - \mathbf{U}^{(N)}(\mathbf{U}^{(N-1)} \odot \mathbf{U}^{(N-2)} \\ & \odot \dots \odot \mathbf{U}^{(1)})^T\|^2 \end{aligned} \quad (14)$$

其梯度函数为:

$$g(\mathbf{U}^{(N)}) = -2\mathbf{X}_{(N)} \mathbf{W} + 2\mathbf{U}^{(N)} \mathbf{W}^T \mathbf{W} \quad (15)$$

式中, $\mathbf{W} = \mathbf{U}^{(N-1)} \mathbf{e} \mathbf{U}^{(N-2)} \mathbf{e} \mathbf{L} \mathbf{e} \mathbf{U}^{(1)}$ 。

则 $\mathbf{U}^{(N)}$ 的更新法则如下:

$$\mathbf{U}_{ij}^{(N)^{t+1}} = \mathbf{U}_{ij}^{(N)^t} \frac{(\mathbf{X}_{(N)} \mathbf{W})_{ij}}{(\mathbf{U}^{(N)} \mathbf{W}^T \mathbf{W})_{ij}} \quad (16)$$

定理 1 假设 $\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \geq 0$, 在式(13)的更新法则下, 式(9)的目标函数是单调减少的, 并且能够在有限次迭代次数内达到收敛。

证明 构造辅助函数为:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(\mathbf{U}^{(n)}, \mathbf{U}^{(n)'}) = & \sum_{ik} (\mathbf{X}_{(n)}^T \mathbf{X}_{(n)})_{ik} - \\ & \sum_{ik} 2\mathbf{U}^{(n)\top} \mathbf{X}_{(n)} \mathbf{G}_{ik} + \\ & \sum_{ik} \frac{(\mathbf{U}^{(n)'})^T (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda)_{ik} \mathbf{U}_{ik}^{(n)^2}}{\mathbf{U}_{ik}^{(n)'}} - \text{Tr}(\lambda) \end{aligned}$$

当 $\mathbf{U}^{(n)} = \mathbf{U}^{(n)'}$ 时; $\mathbf{Z}(\mathbf{U}^{(n)}, \mathbf{U}^{(n)}) = \mathcal{O}(\mathbf{U}^{(n)})$

当 $\mathbf{U}^{(n)} \neq \mathbf{U}^{(n)'}$ 时;

$$\Delta = \mathcal{O}(\mathbf{U}^{(n)}) - \mathbf{Z}(\mathbf{U}^{(n)}, \mathbf{U}^{(n)'}) =$$

$$\sum_{ik} \frac{[\mathbf{I} \mathbf{U}^{(n)'} (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda)]_{ik} \mathbf{U}_{ik}^{(n)^2}}{\mathbf{U}_{ik}^{(n)'}} -$$

$$\text{Tr}[\mathbf{I}(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda) \mathbf{U}^{(n)\top} \mathbf{U}^{(n)}]$$

令 $\mathbf{U}_{ik}^{(n)} = \mathbf{U}_{ik}^{(n)'} \mu_{ik}$, 有:

$$\Delta = \sum_{ik} \mathbf{I}_{ij} \mathbf{U}_{jp}^{(n)'} (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda)_{pk} \mathbf{U}_{ik}^{(n)'} \mu_{ik}^2 -$$

$$\sum_{ik} \mathbf{I}_{ij} \mathbf{U}_{jp}^{(n)'} \mu_{jp} (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda)_{pk} \mathbf{U}_{ik}^{(n)'} \mu_{ik} =$$

$$\sum_{ik} \mathbf{I}_{ij} \mathbf{U}_{ip}^{(n)'} (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda)_{pk} \mathbf{U}_{ik}^{(n)'} (\mu_{ik}^2 - \mu_{jp} \mu_{ik})$$

式中, \mathbf{I} 为单位矩阵; 且 $\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda$ 对称。上式可以写成如下形式:

$$\Delta = \sum_{ik} \mathbf{U}_{ip}^{(n)'} (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda)_{pk} \mathbf{U}_{ik}^{(n)'} \left(\frac{\mu_{ik}^2 + \mu_{jp}^2}{2} - \mu_{ik} \mu_{jp} \right) =$$

$$\frac{1}{2} \sum_{ik} \mathbf{U}_{ip}^{(n)'} (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda)_{pk} \mathbf{U}_{ik}^{(n)'} (\mu_{ik} - \mu_{jp})^2 \geq 0$$

令 $\mathbf{U}^{(n)} = \mathbf{U}^{(n)^{t+1}}$, $\mathbf{U}^{(n)'} = \mathbf{U}^{(n)^t}$, 则得到 $\mathbf{Z}(\mathbf{U}^{(n)^{t+1}}, \mathbf{U}^{(n)^t}) \geq \mathcal{O}(\mathbf{U}^{(n)^{t+1}})$ 。故 $\mathbf{Z}(\mathbf{U}^{(n)}, \mathbf{U}^{(n)'})$ 是 $\mathcal{O}(\mathbf{U}^{(n)})$ 的辅助函数。辅助函数对 $\mathbf{U}_{ik}^{(n)}$ 的偏导如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{Z}(\mathbf{U}^{(n)}, \mathbf{U}^{(n)'})}{\partial \mathbf{U}_{ik}^{(n)}} = & -2(\mathbf{X}_{(n)} \mathbf{G})_{ik} + \\ & 2 \frac{(\mathbf{U}^{(n)'} (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda)_{ik} \mathbf{U}_{ik}^{(n)})}{\mathbf{U}_{ik}^{(n)'}} \end{aligned}$$

得到 $\mathbf{U}_{ik}^{(n)}$ 的更新法则:

$$\mathbf{U}_{ij}^{(n)^{t+1}} = \mathbf{U}_{ij}^{(n)^t} \frac{(\mathbf{X}_{(n)} \mathbf{G})_{ij}}{[\mathbf{U}^{(n)} (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda)]_{ij}} \quad (17)$$

式(17)和(13)等价。因此, 在 $\mathbf{U}_{ik}^{(n)}$ 更新法则下, 目标函数 $\mathcal{O}(\mathbf{U}^{(n)})$ 是单调减少的。

定理 2 在式(16)的更新法则下, 目标函数式(14)是单调减少的。

证明 对于目标函数式(14)可以写为如下形式:

$$O(U^{(N)}) = \|X_{(N)} - U^{(N)}W^T\|^2 \quad (18)$$

式中, $W = U^{(N-1)} \odot U^{(N-2)} \odot \dots \odot U^{(1)}$ 。

根据上述分析, 式(18)等价于NMF, 因此根据定理1, 定理2得证。

3 实验结果及分析

首先, 为了证实正交非负CP分解可使得基图像更具有稀疏性, 本文采用Swimmer图像库^[17]与NMF^[16]、LNMF^[3]和NNCP^[13]算法基图像的稀疏性进行比较; 其次, 为了验证正交非负CP分解算法的性能, 将其用于Jaff表情库进行人脸表情识别, 并将其与上述3种算法的识别性能进行对比分析。

3.1 稀疏表示

Swimmer图像库由256幅图像组成, 每幅图像大小为 19×19 。图像中包括躯干和四肢图像, 其中躯干和四肢图像分别由4个像素组成。在各个图像中, 躯干的位置是不变的, 而四肢在4个方向上发生变化, 如图1所示。



图1 Swimmer图像库示例

在NMF和LNMF中, 将Swimmer图像库中的图像进行向量化, 组成图像矩阵 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, 其中 $m = 19 \times 19$ 表示一幅图像中的像素数, $n = 256$ 表示图像库中的图像数。而在NNCP和ONNCP算法中, 采用张量形式, 将图像库表示为三阶张量 $B \in \mathbb{R}^{\text{row} \times \text{col} \times n}$, 其中 row和col为19, 分别表示图像的高度和宽度, $n = 256$ 表示图像库中的图像数。实验分别采用NMF、LNMF、NNCP和ONNCP提取图像库的基图像, 取基图像的个数 $r = 7$, 如图2所示。

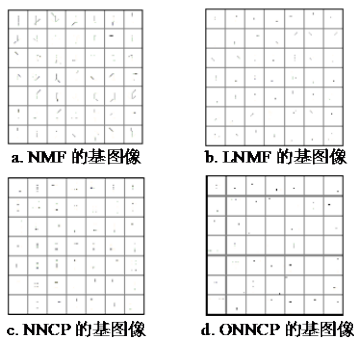


图2 基图像

由图2可以看出, 虽然NMF是基于部分的表示, 但是其基图像仍然包含了全局信息, 如NMF的基图像包含了躯干部分, 而躯干部分是不变的; 较之

NMF、LNMF和NNCP的基图像更为稀疏, 其不为零的部分分别对应了四肢, 较少地包含了躯干部分; 而ONNCP的基图像最为稀疏, 基图像中不为零的部分分别对应四肢运动的位置。

3.2 表情识别

Jaff表情库由7类表情组成, 共有213幅表情图像。本文随机从每类表情中选取20幅表情图像作为训练集, 余下图像作为测试集, 并采用上述算法提取低维特征。

NMF和LNMF将图像进行向量化, 表示为矩阵形式; NNCP和ONNCP算法分别将训练图像和测试图像表示为三阶张量, 其中row和col为32, 表示图像高度和宽度均为32, n 表示图像数。本文采用线性核函数的SVM分类器^[18]对上述算法得到的低维表情特征进行识别。

上述算法在不同低维维数下识别率的变化情况如图3所示, 其中x轴表示识别率, y轴表示低维维数。由图可知, 在初始阶段, 随着维数的增加, 识别率也增加, 但是, 当超过某值, 识别率不再随着维数的增加而增加, 其原因在于随着维数的增加, 低维表示包含的信息量随之增加, 有利于识别率的提高, 但是当低维维数超过一定的范围, 则可能引入冗余信息干扰识别效果, 因此数据维数并不是越高越好。从总体趋势看, 当维数较低时, NMF效果好于LNMF, 随着维数的增加, LNMF的识别率高于NMF, 由于NNCP将图像视为高阶张量, 保留了图像的结构信息, NNCP识别效果好于NMF和LNMF。ONNCP算法效果最好, 其原因在于它不但保留了图像的结构信息, 而且保持了低维表示的非负性。

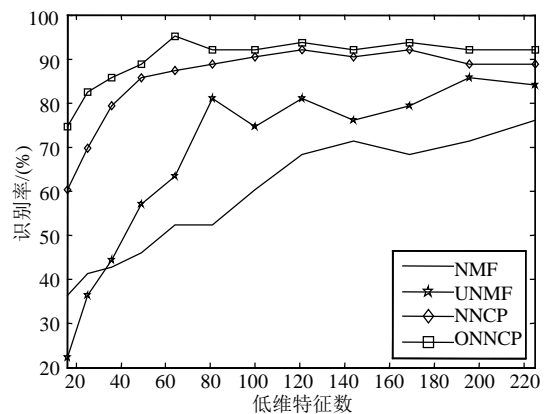


图3 识别率随着不同低维维数的变化情况

表1给出了各个算法获得的最高识别率及其对应的低维维数。本文提出的ONNCP算法效果最好, 具有95.24%的识别率, 并且对应的低维维数最小。

表1 Jaff人脸表情库识别结果

算法	识别率/(%)	低维维数
NMF	76.19	225
LNMF	85.71	196
NNCP	92.06	121
ONNCP	95.24	64

为了验证本文提出的定理1和定理2,图4给出了目标函数的收敛情况,其中x轴表示迭代次数,y轴表示目标函数值。由图中可以看出,随着迭代次数的增加,目标函数单调减少,与定理1和定理2的结论一致。

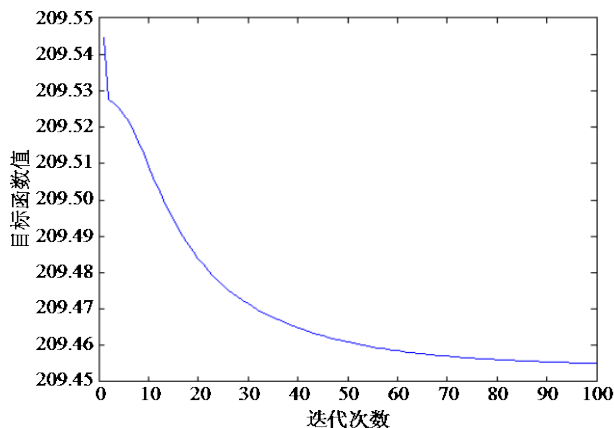


图4 随着迭代次数的增加,目标函数的收敛情况

试验表明,非负分解算法在表情识别时取得了较好的效果。目前大多数表情识别算法通常采用Gabor小波或局部二元模式(local binary pattern, LBP)提取表情特征^[19-20],但是Gabor小波计算代价较高,而LBP特征容易受到噪声的影响,并且两者均没有考虑到人类感知系统的特性。而非负分解算法的优势在于从神经生物学角度出发,一方面提取的非负特征符合大脑神经的点火率是非负的事实,另一方面,提取的特征是局部的,与大脑对事物的整体感知是由对组成整体的各个部分的感知构成的事实相符。此外,本文算法还在非负分解算法的基础上保留了图像结构信息,增加了稀疏度,因此获得了较高的识别率。

4 结论

本文提出的正交非负CP分解(ONNCP)算法具有如下优点:1)将图像看作高阶张量,保留了图像的结构信息;2)ONNCP对基图像施以正交约束,避免了NNCP和NMF的求逆运算,节约了计算时间,且保证了算法的稳定性;3)ONNCP保证了基图像的正交性,减少了基图像中的冗余性,进一步增强了图像表示的稀疏度;4)不论对于训练样本还是测试

样本,ONNCP都保证了低维表示的非负性,能很好地应用于图像识别。

参考文献

- [1] LEE D, SEUNG H. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization[J]. *Nature*, 1999, 401(6755): 788-791.
- [2] HOYER P. Non-negative matrix factorization with sparseness constraints[J]. *The Journal of Machine Learning Research*, 2004, 5: 1457-1469.
- [3] LI S, HOU X, ZHANG H, et al. Learning spatially localized, parts-based representation[C]//*Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Kauai: IEEE, 2001.
- [4] PASCUAL-MONTANO A, CARAZO J, KOCHI K, et al. Nonsmooth nonnegative matrix factorization (Nsnmf)[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2006, 28(3): 403-415.
- [5] HEILER M, SCHN R R C. Learning sparse representations by non-negative matrix factorization and sequential cone programming[J]. *The Journal of Machine Learning Research*, 2006, (7): 1385-1407.
- [6] CAI D, HE X, WU X, et al. Non-negative matrix factorization on manifold[C]//*Proceedings of International Conference on Data Mining*. Pisa, Italy: IEEE, 2008.
- [7] CAI D, HE X, Wang X, et al. Locality preserving nonnegative matrix factorization[C]//*Proceedings of the 21st International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Pasadena, CA, USA: IJCAI, 2009.
- [8] BUCIU I, PITAS I. A new sparse image representation algorithm applied to facial expression recognition[C]//*Proceedings of IEEE Workshop on Machine Learning for Signal Processing*. Sao Luis: IEEE, 2004.
- [9] WANG Y, JIA Y, HU C, et al. Non-negative matrix factorization framework for face recognition[J]. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2005, 19(4): 495-512.
- [10] DONOHO D, STODDEN V. When does non-negative matrix factorization give a correct decomposition into parts[J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2004, 16: 1141-1148.
- [11] DE CRUYS T V. A non-negative tensor factorization model for selectional preference induction[C]//*Proceeding of the Workshop on Geometrical Models of Natural Language Semantics*. Stroudsburg, PA, USA: Springer, 2009.
- [12] PENG W. Equivalence between nonnegative tensor factorization and tensorial probabilistic latent semantic analysis[C]//*Proceedings of the 32nd International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval*. New York, NY: Springer, 2009.
- [13] ZAFEIRIOU S. Algorithms for nonnegative tensor factorization[J]. *Tensors in Image Processing and Computer Vision*, 2009: 105-124.
- [14] CICHOCKI A, ZDUNEK R, AMARI S. Nonnegative atrimx and tensor factorization[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 142-145.

- [15] ZAFEIRIOU S. Discriminant nonnegative tensor factorization algorithms[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2009, 20(2): 217-235.
- [16] LEE D, SEUNG H. Algorithms for non-negative matrix factorization[C]//Proceedings of the Conference of Neural Information Processing System. Vancouver, Canada: MIT, 2001.
- [17] HAZAN T, POLAK S, SHASHUA A. Sparse image coding using a 3D non-negative tensor factorization[C]//Proceedings of International Conference of Computer Vision. Washington, DC: IEEE, 2005.
- [18] CHUNG C, LIN C. Libsvm: a library for support vector machines[J]. ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology, 2001, 2(3):1-27.
- [19] GUO G, DYER C. Learning from examples in the small sample case: face expression recognition[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2005, 35(3): 477-488.
- [20] YING Zi-lu, FANG Xie-yan. Combining Lbp and adaboost for facial expression recognition[C]//Proceedings of the Ninth International Conference on Software. Beijing: IEEE, 2008.

编辑 税红

(上接第891页)

- [5] BOGDANOV K, HOLCOMBE M. Statechart testing method for aircraft control systems[J]. Software Testing, Verification and Reliability, 2001, 11(8): 39-54.
- [6] 杨忠, 刘久富, 沈春林. 一种UAV飞行控制器虚拟原型设计与验证新技术[J]. 信息与控制, 2005, 34(1): 81-85.
YANG Zhong, LIU Jiu-fu, SHEN Chun-lin. A new design and verification technology for virtual prototypes of flight controllers[J]. Information and Control, 2005, 34(1): 81-85.
- [7] 宫谊凡, 蒲小勃, 刘军, 等. 基于UML语言的航空电子系统快速原型设计[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(4): 749-753.
GONG Yi-fan, PU Xiao-bo, LIU Jun, et al. Rapid prototype design method in avionics based on UML[J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(4): 749-753.
- [8] 李伯虎, 柴旭东, 朱文海, 等. 复杂产品协同制造支持环境技术的研究[J]. 计算机集成制造系统, 2003, 9(8): 691-697.
LI Bo-hu, CHAI Xu-dong, ZHU Wen-hai, et al. Supporting environment technology for collaborative manufacturing of complex system[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2003, 9(8): 691-697.
- [9] 邸彦强, 李伯虎, 柴旭东, 等. 多学科虚拟样机协同建模与仿真平台及其关键技术研究[J]. 计算机集成制造系统, 2005, 11(7): 901-908.
DI Yan-qiang, LI Bo-hu, CHAI Xu-dong, et al. Research on collaborative modeling & simulation platform for multi-disciplinary virtual prototype and its key technology[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2005, 11(7): 901-908.
- [10] ROMDHANI M, JEFFROY A, de CHAZELLES P, et al. Modeling and rapid prototyping of avionics using statechart[C]//Proc of Sixth IEEE International Workshop on Rapid System Prototyping. Chapel hill, NC. USA: IEEE, 1995: 62-67.
- [11] 杨忠, 谭浩, 樊琼剑, 等. 飞行器控制软件的 Statechart原型及其验证[J]. 南京航空航天大学学报, 2005, 37(2): 17-22.
YANG Zhong, TAN Hao, FAN Qiong-jian, et al. Statechart prototype of flight control software and its verification[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2005, 37(2): 17-22.
- [12] OMG. OMG SysML specification v1.1.[EB/OL]. [2010-05-10]. <http://www.sysmlforum.com/docs/specs/OMGSysML-v1.1-08-11-01.pdf>.
- [13] CONSTANTINE J A, SOLAK S. SysML modeling of off-the-shelf-option acquisition for risk mitigation in military programs[J]. Systems Engineering, 2010, 13(1): 80-94.
- [14] OMG. OMG UML specification v2.2. [EB/OL]. [2010-05-10]. http://www.omg.org/technology/documents/modeling_spec_catalog.htm#UML.

编辑 漆蓉