

## 随机介质内折射率分布对频谱特性的影响

刘 海<sup>1</sup>, 吕健滔<sup>2</sup>, 王可嘉<sup>2</sup>, 刘劲松<sup>2</sup>

(1. 中国矿业大学信息与电气工程学院 江苏 徐州 221008; 2. 华中科技大学光电子科学与工程学院 武汉 430074)

**【摘要】**采用时域有限差分法数值求解Maxwell方程组,分析了随机介质折射率分布对其频谱特性的影响。结果表明,折射率空间分布越无序,介质内的局域化现象会增强,被激发的模式会增多,频谱强度也会变大。而散射颗粒的折射率随时间的微小变化也会使介质内模式变多,且折射率变化幅度越大、频率越大、变化越快,模式的频谱强度也会相应增大。各向异性的随机介质可以同时实现时间和空间上折射率的调制。这种理论仿真结果和实验观测现象的一致性将会进一步促进对随机系统物理机制的理解。

**关键词** 激光; 激光物理; 局域化; 随机激光器

中图分类号 TN241

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2011.06.026

## Influence of Refractive Index Distribution on the Frequency Property in Random Media

LIU Hai<sup>1</sup>, LÜ Jian-tao<sup>2</sup>, WANG Ke-jia<sup>2</sup>, and LIU Jin-song<sup>2</sup>

(1. School of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology Xuzhou Jiangsu 221116;

2. School of Optoelectronic Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology Wuhan 430074)

**Abstract** The influence of refractive index distribution on the frequency property of optical modes in random media is analyzed by using the finite difference time domain method to numerically solve Maxwell equations. The results indicate that the number and the spectral intensity of the modes existed in random media is growing up with the increase of the randomness intensity of the refractive index distribution. The minor variety of the refractive index of scattering granules also can conduce to the increase of the number of the modes in random media. The spectral intensity of these modes is also determined by the excursion, frequency, and velocity of the variety of refractive index of scattering granules. Anisotropic random media can achieve the modulation of the refractive index in terms of time and space. The agreement between experimental observations and simulations is helpful in understanding the physical mechanism in random systems.

**Key words** laser; laser physics; localization; random lasers

随机激光器作为一种有广泛应用前景的新型微腔激光器,在材料选择和搭配上不断被广泛研究。文献[1]利用有机掺杂胶体溶液的荧光实验发现了光的放大。文献[2-4]在ZnO半导体粉末的荧光实验中观测到了谱线宽度非常窄的随机激光辐射。文献[5]在掺银纳米颗粒的染料悬浮物中观测到了放大的表面等离子激元的随机激光行为。文献[6]报道了随机有机纳米光纤阵列中的光放大行为。文献[7]研制出了具有随机增益层的平板微腔随机激光器。

随着关于随机激光的实验研究不断深入,各种理论研究也在同步进行<sup>[8-20]</sup>。文献[8]利用具有增益项的

扩散方程解释了光在随机介质中的散射动力学行为。文献[9]提出了与时间有关的随机激光半经典理论,并建立了一维的数值模型。随后,文献[10]将模型扩展到二维。这些研究都采用Maxwell方程组表示光场,用激光四能级系统表示物质,利用时域有限差分法(FDTD)求解Maxwell方程组,进而获得随机介质中电磁场的空间分布以及辐射光谱。在研究中发现,虽然随机激光器没有光学谐振腔提供反馈,但是存在提供反馈的“类光腔”结构。这种结构源于光波在有限无序介质中多重散射引起的局域化现象<sup>[9-10]</sup>。为了进一步对这种多重散射引起的随机激光

收稿日期: 2010-04-12; 修回日期: 2011-06-09

基金项目: 国家博士后基金(20100481180); 江苏省博士后基金(1001032B)

作者简介: 刘 海(1983-),男,博士后,主要从事光电子技术、激光光谱学等方面的研究。

辐射进行研究, 基于光波在有限随机介质中的Anderson局域理论<sup>[11-12]</sup>, 本文提出了准态模理论<sup>[13-17]</sup>的概念。

随机激光器中的“类光腔”结构源于光波在有限随机无序介质中的安德森局域<sup>[12]</sup>。而光在随机介质中的局域态实际上就是Maxwell方程组在有限尺度随机介质中的本征态, 也叫准态。在外界泵浦条件下, 越来越多的准态克服损耗开始振荡, 从而形成分立的频率谱线。其中的每个分立谱线的频率对应于某一准态模的共振频率<sup>[13-17]</sup>。因此, 可以通过求解Maxwell方程来获得随机激光器的准态模式以及频谱特性。

在之前的研究中<sup>[13-15]</sup>, 建立了一维和二维的分析模型, 可以对介质内任意一个格点的电场强度和磁场强度进行数值计算; 着重分析了随机介质内不同偏振态的光波模式的不同光学特性, 并且提出了局域泵浦这种有效的选择偏振模式的方法<sup>[16-17]</sup>。本文进一步通过时域有限差分(FDTD)法, 分析了随机激光器在不同折射率分布下的频谱特性。

## 1 理论模型

本文通过采用时域有限差分法数值求解Maxwell方程组, 分析平面随机介质中光波模式的频谱特性。本文中需要用到一维的横磁(TM)模型和二维的横电(TE)模型, 模型的基础都是建立在数值求解Maxwell方程组上。下面分别给出一维TM光波和二维TE光波的电场与磁场所满足的Maxwell方程组:

$$\begin{cases} -\partial H_y / \partial z = \varepsilon_0 \varepsilon_i \partial E_x / \partial t + \partial P / \partial t \\ \partial E_x / \partial z = -\mu H_y / \partial t \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \partial H_z / \partial y = \varepsilon_0 \varepsilon_i \partial E_x / \partial t + \partial P_x / \partial t \\ -\partial H_z / \partial x = \varepsilon_0 \varepsilon_i \partial E_y / \partial t + \partial P_y / \partial t \\ \partial E_y / \partial x - \partial E_x / \partial y = -\mu_0 \partial H_z / \partial t \end{cases} \quad (2)$$

式中, 下标 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 分别表示各矢量沿着 $x$ 轴、 $y$ 轴和 $z$ 轴方向的分量;  $\varepsilon_0$ 、 $\mu_0$ 分别是真空介电常数和真空磁导率;  $\varepsilon_i = n_i^2$ ,  $i = 1, 2$ 。

本文使用的一维模型由增益介质层和散射介质层交替排列组成。增益层介电常数  $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$ , 散射层介电常数为  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_0$  为真空的介电常数。增益层厚度为随机变量  $a = a_0(1 + W\gamma)$ , 其中,  $a_0$  为一定值,  $W$  是随机强度,  $\gamma$  是位于 $[-0.5, 0.5]$ 的随机变量; 散射层的厚度取为固定值。通过一维模型分别分析了随机介质内折射率分布随时间和空间变化对介质内频谱特性的影响。后文中, 以同时在时间上和空间上进行折射率调制的各向异性介质材料为分析对象,

进一步讨论折射率分布对无序介质内光谱特性的影响。

为分析各向异性材料建立的二维随机介质结构模型为: 随机介质由折射率为  $n_2$  的散射颗粒与散布在散射颗粒周围的折射率为  $n_1$  的均匀介质构成。圆形散射颗粒的半径为  $r$ ; 散射颗粒的表面为填充率  $\Phi = N\pi r^2 / S$ , 其中,  $N$  是散射颗粒的个数,  $S$  为随机介质的总面积。二维模型仅仅是在一维模型的基础上扩展了一个方向, 其机理与一维模型完全相同, 因此两种模型的数值仿真结果具有可比性和相似性。

### 1.1 折射率的空间分布对随机介质内频谱的影响

本文选择了一维TM模型。而折射率空间分布特性既与颗粒的折射率大小有关, 也与颗粒的空间位置有关, 折射率分布示意图如图1所示。图中,  $n_1$ 、 $n_2$  分别为增益介质和散射颗粒的折射率;  $a$ 、 $b$  分别为散射颗粒和增益介质的宽度。下面通过两方面来说明折射率对介质内频谱的影响。

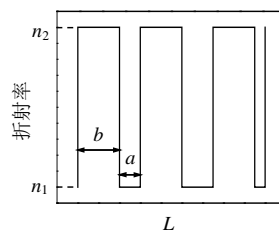


图1 折射率分布示意图

先不改变颗粒的折射率  $n_1 = 1$  和  $n_2 = 2$ ,  $a = a_0(1 + W\gamma)$ ,  $\gamma$  是位于 $[-0.5, 0.5]$ 的随机变量。改变随机强度  $W$ , 即通过改变颗粒的空间位置来改变折射率的空间分布。不同随机强度  $W$  下, 泵浦速率  $W_p = 10^{10} \text{ s}^{-1}$ , 20 ps时刻随机介质内的频谱图如图2所示。

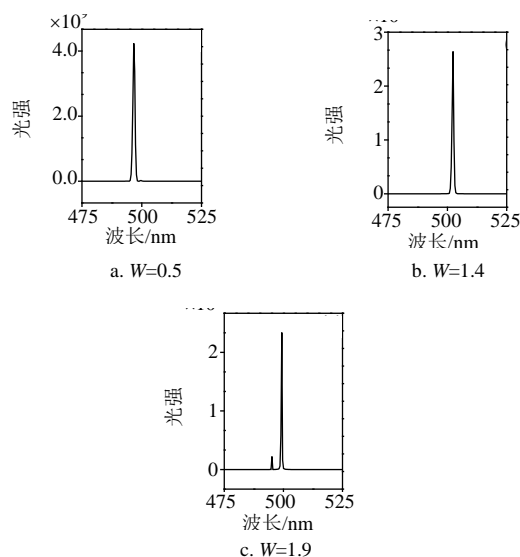


图2 不同随机强度下的频谱图

从图2中可以看出, 随着折射率空间分布随机强度的增加, 介质内模式的频谱强度增加, 并且起振的模式数目逐渐开始增多。这说明随机介质的折射率随机分布的无序度增强, 能够形成光波局域化的区域变多, 使其对应的光波模式也逐渐起振。

除了改变折射率分布图中变量 $a$ 的随机长度之外, 可以改变 $n_1$ 、 $n_2$ 的大小来改变介质折射率的分布。在制备样品时, 通过选择不同的材料搭配可以实现这种折射率的调制。为了方便比较, 与图2b选用相同的随机构形, 保持 $n_1=1$ 不变, 改变 $n_2$ 大小。图3显示了 $n_2$ 取不同值,  $W_p$ 分别为0和 $10^{12} \text{ s}^{-1}$ 、20 ps时刻介质内的频谱图如图3所示。

结合图2b可以看出, 散射颗粒折射率与周围增益介质差值越大, 随机介质内存在的模式越多, 谱强度越大。因此, 折射率分布的空间位置和散射颗粒与增益介质的折射率差都对介质内频谱特性有巨大影响。

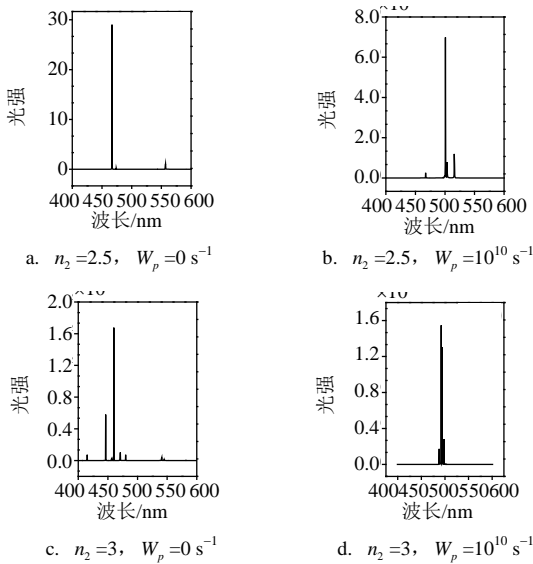


图3 不同散射颗粒折射率对应的频谱图

### 1.2 折射率随时间起伏对介质内频谱的影响

显然, 折射率的空间分布对随机激光器腔内光波模式具有非常大的影响。接下来固定一组随机构形, 研究无序介质的折射率分布随时间起伏对介质内光波模式频谱的影响。对散射颗粒的折射率进行调制, 假定在每个周期 $T$ 内散射颗粒满足:

$$n(t) = n_0 + \Delta n \exp(-(t - T/2)^2 / (T/2)^2)$$

取 $n_0=1.999$ , 使得折射率 $n(t)$ 仅在 $n_2=2$ 附近微弱变化, 从而尽可能减小空间散射颗粒与周围增益介质之间折射率差对频谱的影响。其他各参数与图2b所设定参数相同。下面分别通过改变折射率的起伏幅度和频率进行讨论。

#### 1.2.1 改变折射率起伏量 $\Delta n$

固定周期 $T=200 \Delta t$ ,  $\Delta t=1.667 \times 10^{-17} \text{ s}$ ,  $\Delta t$  是进行FDTD运算的基本时间单位。同样不改变其他参数, 可以得到随机介质内光波模式的频谱图, 如图4所示。

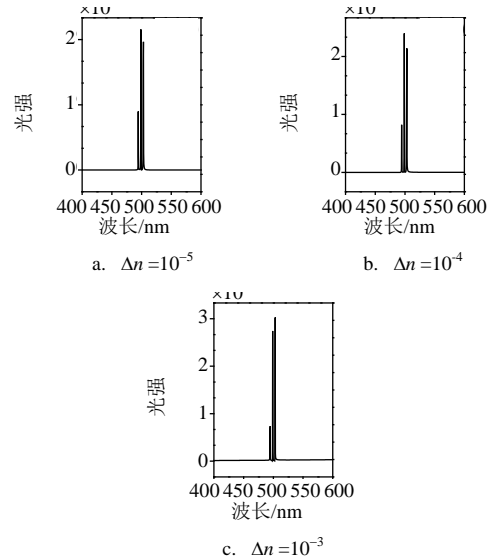


图4 不同折射率调制量  $\Delta n$  对应的20 ps 时刻频谱图,  $W_p=10^{12} \text{ s}^{-1}$

比较图2b和图4a, 发现对散射颗粒折射率很微小的调制也会使随机介质内模式变多。从图4可以看出, 在新的模式产生后, 继续增大折射率起伏的幅度, 对光波模式频率的影响已经不大, 不过模式的频率强度还是会增强。

#### 1.2.2 改变折射率变化的周期 $T$

改变折射率变化的周期 $T$ , 相当于改变了折射率变化的快慢, 其他参数与图2c相同。对比图4c还有图5, 可以看出折射率变化越快, 频谱强度会有所增强, 但是随机介质内的模式没有明显变化。

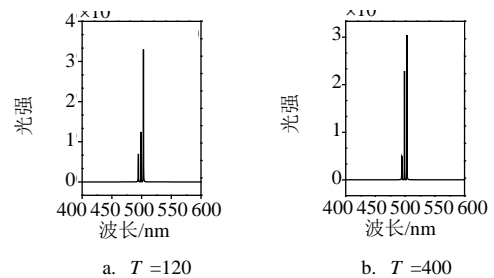


图5 不同折射率变化周期  $T$  对应的20 ps 时刻频谱图,  $W_p=10^{12} \text{ s}^{-1}$

### 1.3 各向异性材料的分析

综合上面的分析可知, 随机介质折射率的空间分布以及时间分布, 都对介质内光波模式的频谱有一定影响, 如果选择各向异性材料, 则可以同时进行折射率分布在时间上和空间上的调制。一般来说,

各向同性材料的折射率都是一个固定值, 不容易被调制。而各向异性材料却可以通过控制其光轴的偏向角度来改变折射率大小。在各向异性介质中, 其折射率与光轴角之间满足:

$$N(\theta) = \frac{n_0 n_e}{\sqrt{n_0^2 \sin^2 \theta + n_e^2 \cos^2 \theta}} \quad (3)$$

本文选择二维TE模型来研究各向异性材料, 同时为了方便研究, 假设所有散射颗粒的光轴都在二维x-y平面内, 光轴与x轴夹角为 $\theta$ 。

由式(3)可以看出, 改变光轴角度 $\theta$ , 可以改变颗粒的折射率大小。如果 $\theta$ 在外界条件下能够随时间变化, 可以同时控制折射率在时间和空间上的分布情况。接下来用各向异性材料的特性来验证之前的结论。为了更好地将二维模型的结果定性地与一维模型的结果进行比较, 将二维模型下的频谱图进行归一化。以频谱强度的最大值进行归一化不会影响频谱图的频谱特性, 也更容易分析不同参数下二维介质内光谱频率特性的变化情况。

选择固定填充率40%, 颗粒有序分布。分别选用两组光轴角分布, 一组的光轴角固定为 $60^\circ$ , 另一组的光轴角为随机分布。通过改变 $n_0/n_e$ 的值, 在泵浦速率 $W_p = 10 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$ 的情况下, 可以得到不同折射率比值下6 ps时腔内模式的归一化频谱图, 如图6所示。

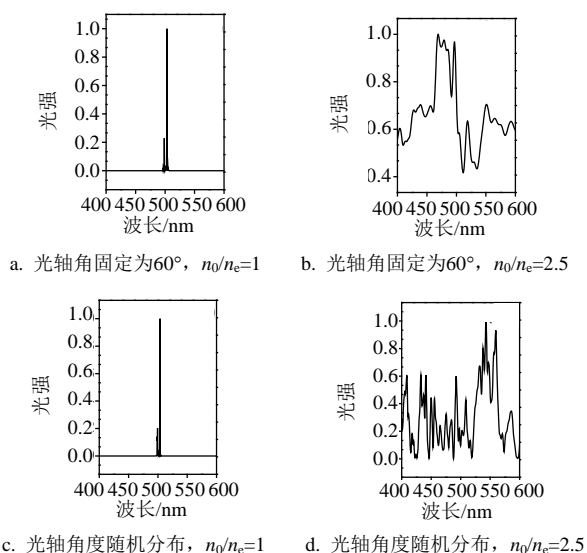


图6  $W_p = 10^{12} \text{ s}^{-1}$ 时, 不同的 $n_0/n_e$ 比值下对应的归一化频谱图

从图6可以看到, 随着 $n_0/n_e$ 增大, 随机介质腔内的模式数会增多。同时, 光轴角度的随机分布与光轴角度之比固定时, 介质内模式更多, 正好与之前的结论相同, 即随机介质内折射率分布越无序, 介

质内模式越多, 频谱强度也越强。在实际应用领域需要得到输出功率较大的单模式激光, 而经过折射率调制后出现的众多激光模式为下一步选择单模式输出的光波模式提供了更多的选择对象。文献[16-17]研究过不同偏振态的光波模式的模式选择方法, 其中局域泵浦的方法对于选择单一光波模式具有非常好的效果, 并且易于实验实现<sup>[13-14]</sup>。经过折射率调制后被激发的光波模式都具有与其对应的光波局域化区域, 对选定模式所对应的局域化区域进行区域泵浦, 可以使该激光模式被优先激发。并且, 局域泵浦的过程主要通过改变外部泵浦光的泵浦区域来实现, 与本文讨论的介质内部的折射率调制没有其他关联。因此可以使用局域泵浦条件下的折射率调制方法实现输出激光模式的激发与选择。

## 2 结论

通过以上研究可以看出, 无论是一维或是二维随机介质, 随机介质的折射率分布随空间位置和随时间的变化都对随机介质内模式的频谱特性有很大的影响。在空间上, 散射颗粒的分布越随机, 与增益介质的折射率差越大, 介质内的模式会增多, 并且频谱强度会增强。而在折射率空间无序分布的基础上, 对散射颗粒的折射率进行很微小的调制, 同样会使随机介质内模式变多, 频谱变强。而折射率调制的幅值越大, 频率越高, 变化越快, 介质内模式的频谱强度也会有所增强。对于各向异性的二维随机介质, 可以同时进行时间域或者空间域的折射率分布调制, 使得介质内模式增多增强, 这是一维介质所没有的特性。另外可以利用前面所提出的局域泵浦的方法去进行激光模式的选择。

这些研究结论对选择随机介质材料有很好的指导作用。除了尽可能地选择折射率差比较大的散射和增益材料以外, 可以考虑选择各向异性材料作为散射材料进行折射率的调制。目前关于折射率调制的问题在液晶研究中已经比较深入, 但是在随机激光器方面还没有系统的研究。接下来, 将会继续进行各向异性随机介质和变折射率材料的研究。

本文的研究工作得到了中国矿业大学青年科研基金(2009A021)的资助, 在此表示感谢!

## 参 考 文 献

- [1] LAWANDY N M, SSLSCHANDRAN R M, LGOMES A S, et al. Laser action in strongly scattering media[J]. Nature, 1994(9), 368: 436-443.

- [2] CAO H, ZHAO Y G, ONG H C, et al. Far-field characteristics of random lasers[J]. *Phys Rev B*, 1999, 59(23): 15107-15111.
- [3] CAO H, ZHAO Y G, HO S T, et al. Random laser action in semiconductor powder[J]. *Phys Rev Lett*, 1999, 82: 2278-2281.
- [4] CAO H, LING Y, XU J Y, et al. Probing localized states with spectrally resolved speckle techniques[J]. *Phys Rev E*, 2002, 66(2): 0255601(1-4).
- [5] DICE G D, MUJUMDAR S, ELEZZABI A Y. Plasmonically enhanced diffusive and subdiffusive metal nanoparticle-dye random laser[J]. *Appl Phys Lett*, 2005, 86(13): 131105(1-3).
- [6] QUOCHI F, CORDELLA F, MURA A, et al. Gain amplification and lasing properties of individual organic nanofibers[J]. *Appl Phys Lett*, 2006, 88(4): 041106(1-3).
- [7] SONG Q H, LIU L Y, XIAO S M, et al. Unidirectional high intensity narrow-linewidth lasing from a planar random microcavity laser[J]. *Phys Rev Lett*, 2006, 96(3): 033902(1-4).
- [8] WIERSMA D S, LAGENDIJK A. Light diffusion with gain and random lasers[J]. *Phys Rev E*, 1996, 54(4): 4256-4265.
- [9] JIANG X Y, SOUKOULIS C M. Time dependent theory for random laser[J]. *Phys Rev Lett*, 2000, 85: 70-73.
- [10] VANNESTE C, SEBBAH P. Selective excitation of localized modes in active random media[J]. *Phys Rev Lett*, 2001, 87(18): 183903(1-4).
- [11] ANDERSON P W. Absence of diffusion in certain random lattices [J]. *Phys Rev*, 1958, 109: 1492-1505.
- [12] JOHN S. Localization of light[J]. *Phy Tod*, 1991, 44: 32-40.
- [13] LIU Hai, LIU Jin-song, LÜ Jian-tao, et al. Spectral time evolution of polarized modes under local pumping in two-dimensional random medium[J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2009, 11(6): 1-7
- [14] LIU Hai, LIU Jin-song, FENG Bo, et al. The competition between two polarization states in two-dimensional random medium[J]. *Optics Communications*, 2008, 281(10): 2964-2969.
- [15] LIU J S, XIONG Z, WANG C. Theoretical investigation on polarization-dependent laser action in two-dimensional random media[J]. *J Opt A*, 2007, 9: 658-663.
- [16] 刘海, 刘劲松, 王春. 散射颗粒分布对二维随机激光器腔内各模式的影响[J]. *光学与光电技术*, 2006, 4(1): 34-37.  
LIU Hai, LIU Jin-song, WANG Chun. Impact on the modes in two-dimensional random lasers by the distribution of the scatters[J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2006, 4(1): 34-37.
- [17] 刘劲松, 刘海, 王春, 等. 二维随机激光器的模式选择及阈值与饱和特性[J]. *物理学报*, 2006, 55(8): 4123-4131.  
LIU Jin-song, LIU Hai, WANG Chun, et al. Threshold and saturation properties of two-dimensional random lasers and mode selection[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, 55(8): 4123-4131.
- [18] POLSON R C, VARDENY Z V. Organic random lasers in the weak-scattering regime[J]. *Phys Rev B*, 2005, 71(4): 045205(1-5).
- [19] BOUVY C, CHELNOKOV E. Random laser action of ZnO@mesoporous silicas[J]. *Nanotechnology*, 2008, 19(10): 105710(1-5).
- [20] TÜRECI H E, GE Li, ROTTER S, et al. Strong interactions in multimode random lasers[J]. *Science*, 2008, 320(5876): 643-646.

编辑 漆蓉