

· 通信与信息工程 ·

基于近似核DFT的多正弦信号快速检测和频率估计算法

杜正聪^{1,2}, 祝俊¹, 唐斌¹

(1. 电子科技大学电子工程学院 成都 611731; 2. 攀枝花学院电气信息工程学院 四川 攀枝花 61700)

【摘要】基于近似核DFT, 提出多正弦信号快速检测和测频校正算法, 利用近似核DFT傅里叶系数实部或虚部系数内插构造频率校正项, 以及实部或虚部最大值与平均值的比值确定检测门限, 避免了常规插值校正和检测算法的复数运算, 并实现了多正弦信号的非监督递归稳健检测。给出了算法的快速硬件实现原理, 并对线性调频信号检测的适用性进行了讨论。仿真和硬件验证证实了算法的有效性。

关键词 近似核; 傅里叶系数; 傅里叶变换; 正弦信号; 频率估计

中图分类号 TN957.51

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2012.02.004

Detection and Fast Frequency Estimation of Multi-Component Sinusoidal Signals Using Approximate Kernel DFT

DU Zheng-cong^{1,2}, ZHU Jun¹, and TANG Bin¹

(1. School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 611731;

2. School of Information and Electric Engineering, Panzhihua University Panzhihua Sichuan 617000)

Abstract By using the approximate kernel DFT, an improved algorithm for detection and frequency estimation of multi-component sinusoidal signals is presented. A term for correct the frequency is constructed by using the real parts or the imaginary parts of the approximate kernel DFT coefficients, and a robust unsupervised threshold for detecting sinusoidal signals formed by using the ratio of the maximum value to median value of real parts or imaginany parts. The algorithm avoids the complex operations in the traditional correction and detection algorithms. Besides, a hardware implementation scheme, approximate kernel FFT is introduced and detection of the chirp signal is studied using the approximate kernel FFT as well. Examples are provided to illustrate the effectiveness of the presented algorithm.

Key words approximate kernel; Fourier coefficients; Fourier transforms; sinusoid; frequency estimation

正弦信号频率估计主要分为参数和非参数估计两类算法, 而快速频率估计主要采用非参数估计方法^[1-5]。基于FFT的非参数估计算法广泛应用于各种合作或非合作信号处理, 但FFT的运算速度难以达到目前ADC的转换速度, 同时采用并行FFT计算的思想增加了频率估计的计算复杂性和硬件实现的面积资源。因此, 在需快速频率估计的GPS和电子战接收机中^[6-7], 采用简化FFT核函数的近似核或降低ADC量化位数的方法消除常规FFT运算中的乘法运算, 从而减小FFT的高速乘法器的需要以提高实时性并大大降低硬件资源需求。但由于上述近似核或1~2位ADC量化的非线性, 难以进行完备的理论分

析。在文献[8]中, 基于近似核和量化位数^[9-11]建立了单正弦信号频率估计在近似核和ADC量化位数两者之间的约束关系。同时, 基于插值测频算法^[3]原理, 利用信号近似核DFT的傅里叶系数的实部或虚部系数构造频率修正项的快速算法, 但该算法对于多正弦信号检测、频率估计和实现未作讨论。

本文基于近似核DFT, 研究了多正弦信号的检测、频率估计和频率校正的非监督递归算法, 该算法仅需加法实现DFT, 多正弦信号的频率校正算法也避免了传统傅里叶系数内插法构造频率校正项的复数运算, 从而减少了运算量。通过仿真和硬件验证了算法的有效性, 给出了算法实现原理, 并对近

收稿日期: 2009-06-15; 修回日期: 2011-12-16

基金项目: 部级预研基金; 四川省杰出青年学术技术带头人培育计划(2010JQ0041)

作者简介: 杜正聪(1975-), 男, 博士, 教授, 主要从事电子对抗与通信信号处理方面的研究。

似核FFT对线性调频信号检测的适用性进行了讨论。

1 算法原理

1.1 基于近似核DFT的多正弦信号频率估计

在非合作信号接收中, 其信号模型可建模为离散含噪多正弦信号, 表示为:

$$x(n) = \sum_{i=1}^M s_i(n) + v(n) = \sum_{i=1}^M a_i \cos\left(2\pi n \frac{f_i}{f_s} + \phi_i\right) + v(n) \quad (1)$$

式中, $s_i(n)$ 为未知离散实正弦信号; a_i 、 ϕ_i 、 f_i 分别为 $s_i(n)$ 信号的幅度、初相和频率; M 为未知信号数; f_s 为采样频率; $\phi_i \in [0, 2\pi], n = 0, 1, \dots, N-1$; $v(n)$ 为实的零均值、方差 σ^2 的高斯白噪声。

对信号 $x(n)$ 作DFT, DFT变换核 $e^{j\theta(n,k)}$ 取值分布在复平面单位圆上, 将DFT变换核 $e^{j\theta(n,k)}$ 用近似核 $\varphi(e^{j\theta(n,k)})$ 代替, 核函数的取值从1开始, 并且相邻两点之间间隔 $2\pi/N$ 角度, N 为DFT的点数。则DFT变换核 $e^{j\theta(n,k)}$ 用近似核 $\varphi(e^{j\theta(n,k)})$ 表示为:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\varphi(e^{j\theta(n,k)}) \quad k=0,1,\dots,N-1 \quad (2)$$

式中, 要求近似核 $\varphi(e^{j\theta(n,k)})$ 是周期为 2π 的复共轭函数, 则可展开为傅里叶级数。对 $\varphi(e^{j\theta(n,k)})$ 进行傅里叶级数展开, 有:

$$\varphi(e^{j\theta(n,k)}) = \sum_{p=0}^{N-1} a_p e^{-jpnk \frac{2\pi}{N}} \quad (3)$$

式中, 系数 a_p 为实数^[8-11], 且:

$$\begin{cases} a_p = \frac{(-1)^p \sin(\pi/L)}{p \pi/L} & p=1+rL, r \in Z \\ a_p = 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

式中, L 为近似核个数。将式(3)代入式(2), 并交换积分次序, 有:

$$X(k) = \sum_{p=0}^{N-1} a_p \left[\sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jpnk \frac{2\pi}{N}} \right] \quad (5)$$

由式(4)中系数 a_p 的表达式可以看出, 当 $p=1$ 时, 式(5)的指数序列正好是DFT的核函数, 从而能得到真实的频率。但有失真谐波成分(即 $p \neq 1$ 时), 由于 $|a_1| \gg |a_{p(p \neq 1)}|$, 因此并不影响频率估计的正确位置。

信号 $x(n)$ 的近似核 DFT 分为信号 $S_{p=1}(k)$ 、非线性谐波 $S_{p \neq 1}(k)$ 和噪声 $V(k)$ 共 3 部分, 即:

$$X(k) = S_{p=1}(k) + S_{p \neq 1}(k) + V(k) \quad (6)$$

式中, $S(k)$ 为实多正弦信号 $\sum_{i=1}^M s_i(n)$ 的近似核 DFT,

则有:

$$S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \sum_{i=1}^M a_i \cos\left(k_i n \frac{2\pi}{N} + \phi_i\right) \sum_{p=0}^{N-1} a_p e^{-jpnk \frac{2\pi}{N}} \right\} = S_{p=1}(k) + S_{p \neq 1}(k) \quad (7)$$

由式(7)可见, 在强弱不同的多正弦信号情况下, 强信号的非线性谐波成分和弱信号难以分辨。但是, 最强的正弦信号仍然具有最大的峰值, 不影响频率估计的正确位置。同时, 由于DFT固有分辨率的“栅栏效应”, 信号实际频率可能位于DFT离散频率两条谱线之间。不失一般性, 设最强信号 $s_0(n)$ 的幅度、初相和频率分别为 a_0 、 ϕ_0 和 f_0 , 则最强信号的估计频率表示为:

$$\hat{f}_0 = k_0 f_s / N, k_0 = k_m + \delta \quad (8)$$

式中, k_0 和 k_m 分别为近似核DFT的幅度谱的真实谱峰位置和最大值对应的离散频率索引值; $\delta \in [-0.5, 0.5]$ 表示信号频率与近似核DFT幅度最大值位置的相对偏差。

令 $S_0(k)$ 为 $s_0(n)$ 的近似核DFT, 则有:

$$S_0(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ a_0 \cos\left(k_0 n \frac{2\pi}{N} + \phi_0\right) \sum_{p=0}^{N-1} a_p e^{-jpnk \frac{2\pi}{N}} \right\} = \frac{a_0}{2} \sum_{p=0}^{N-1} a_p \left\{ e^{j[\phi - \pi \frac{k_0 - pk}{N}(N-1)]} \frac{\sin[\pi(k_0 - pk)]}{\sin\left(\pi \frac{k_0 - pk}{N}\right)} + e^{-j[\phi + \pi \frac{k_0 + pk}{N}(N-1)]} \frac{\sin[\pi(k_0 + pk)]}{\sin\left(\pi \frac{k_0 + pk}{N}\right)} \right\} = S_0^{p=1}(k) + S_0^{p \neq 1}(k) \quad (9)$$

对于 $s_0(n)$, 只需对 $S_0(k)$ 的前 $N/2$ 点分析, 有:

$$Y_p(n) = \frac{a_0}{2} \sum_{p=0}^{N-1} a_p \left\{ e^{j[\phi - \pi \frac{k_0 - pk}{N}(N-1)]} \frac{\sin[\pi(k_0 - pk)]}{\sin\left(\pi \frac{k_0 - pk}{N}\right)} \right\} = \frac{a_0}{2} \sum_{p=0}^{N-1} a_p \left\{ \cos\left[\phi - \pi \frac{k_0 - pk}{N}(N-1)\right] \frac{\sin[\pi(k_0 - pk)]}{\sin\left(\pi \frac{k_0 - pk}{N}\right)} + j \sin\left[\phi - \pi \frac{k_0 - pk}{N}(N-1)\right] \frac{\sin[\pi(k_0 - pk)]}{\sin\left(\pi \frac{k_0 - pk}{N}\right)} \right\} = R_p(n) + jI_p(n) \quad (10)$$

式中, $R_p(n)$ 和 $I_p(n)$ 分别为 $Y_p(n)$ 的实部与虚部。由式(10)可见, 近似核DFT变换后系数的实部或虚部与幅度谱具有完全相同的峰值位置。因此, 在快速频率估计中, 可采用实部或虚部估计峰值位置。

由式(10)可知, 强信号的非线性谐波成分可能大于其余弱信号, 因此, 为实现多信号的稳健检测和频率估计, 可以采用“迭代对消”的方法, 但需要对各信号的频率估计精度提出更高的要求。对于硬件快速实现而言, 可用近似核DFT变换后系数的实部或虚部完成频率校正。

由式(10)知, 用实部校正估计频率^[8]为:

$$\hat{f}_0 = \begin{cases} \left[k_m + \frac{R_p(k_{+1})}{R_p(k_{+1}) - R_p(k_m)} \right] \frac{f_s}{N} & |R_p(k_{+1})| \geq |R_p(k_{-1})| \\ \left[k_m + \frac{R_p(k_{-1})}{R_p(k_m) - R_p(k_{-1})} \right] \frac{f_s}{N} & |R_p(k_{+1})| < |R_p(k_{-1})| \end{cases} \quad (11)$$

同理, 采用虚部校正估计频率公式同式(11), 用虚部校正估计频率^[8]为:

$$\hat{f}_0 = \begin{cases} \left[k_m + \frac{I_p(k_{+1})}{I_p(k_{+1}) - I_p(k_m)} \right] \frac{f_s}{N} & |I_p(k_{+1})| \geq |I_p(k_{-1})| \\ \left[k_m + \frac{I_p(k_{-1})}{I_p(k_m) - I_p(k_{-1})} \right] \frac{f_s}{N} & |I_p(k_{+1})| < |I_p(k_{-1})| \end{cases} \quad (12)$$

1.2 多正弦信号检测

在合作和非合作信号处理中, 不可避免地会遇到对噪声中多个正弦信号的处理问题。常用方法是对信号作DFT变换, 然后通过谱峰确定信号, 但方法的缺点是如果在噪声中同时存在强、弱信号, 由于强信号的压制效应, 再加上噪声影响, 弱信号有可能检测不出。由式(7)可知, 由于近似核以及低位ADC量化所带来的非线性, 即强信号的非线性谐波成分和弱信号不能正确分辨, 所以不能采用多峰搜索估计信号数。基于这两点原因, 需要更稳健的信号检测方法。

本文采用一种非监督的信号检测方法^[13], 由于近似核DFT是对传统DFT的性能逼近, 仿真表明该检测方法对于近似核DFT仍然适用, 原理如下: 在谱峰搜索中, 影响弱信号被检测原因是强信号对弱信号的压制效应, 若将强信号“剔除”出去, 便可更好地实施对弱信号的检测。同时为避免低信噪比情况下弱信号的谱峰不被误认为由噪声形成, 通过比较 $|X(k)|$ 的最大值和平均值, 得到值 R 。然后选择合适的门限 γ , 如果 $R \geq \gamma$, 则判定谱峰是由信号形成

的; 否则认为该谱峰是噪声形成的。一旦检测出一个信号, 就可以估计它的各种参数, 并将它“剔除”。然后再对“剩下”的信号作DFT, 再进行比较。反复循环直到 $R < \gamma$ 。其门限 γ 的确定如下。

当混合信号 $x(n)$ 中只剩噪声时, 则设:

$$R = \max |V(k)| / \text{median} |V(k)| \quad (13)$$

若 $R < \gamma$, 即不再检测出信号。门限 γ 与信号检测概率 $p(R < \gamma)$ 的关系为:

$$p = (1 - 0.5\gamma^2)^K \quad (14)$$

而近似核DFT和常规FFT具有类似的性质, 因此考虑到检测概率和门限之间的约束关系, 一般门限值取3.6~4.5之间。

1.3 线性调频信号适用性

由 M 个线性调频信号和噪声构成的信号为:

$$x(n) = \sum_{i=1}^M s_i(n) + v(n) = \sum_{i=1}^M A_i e^{j(\varphi_i + 2\pi f_i n + \pi k_i n^2)} + v(n) \quad (15)$$

式中, A_i 、 f_i 、 k_i 、 φ_i 分别是信号 $s_i(n)$ 的幅度、中心频率、调制斜率和初相; $v(n)$ 为高斯白噪声。

采用基于时延相关解线调运算量小, 能快速检测线性调频信号。但需要解决多分量LFM信号的交叉项和强弱信号分离问题。由式(15), 将 $x(n)$ 延时共轭后与 $x(n)$ 相乘, 有:

$$\begin{aligned} x_m(n) &= x(n)x^*(n-\tau) = \\ &= \sum_{i=1}^N A_i^2 e^{j[2\pi(k_i\tau)n + (2\pi f_i n - \pi k_i n^2)]} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N A_i A_j e^{j(\varphi_i - \varphi_j)} \times \\ &= e^{j[2\pi(f_i - f_j + k_j\tau)n + \pi(k_i - k_j)n^2]} e^{j(2\pi f_j\tau - \pi k_j\tau^2)} + \\ &= \sum_{i=1}^N s_i(n)v^*(n-\tau) + \sum_{i=1}^N s_i^*(n-\tau)v(n) \end{aligned} \quad (16)$$

对式(16)做近似核DFT, $\sum_{i=1}^N A_i^2 e^{j[2\pi(k_i\tau)n + (2\pi f_i n - \pi k_i n^2)]}$

项将形成频率为 $k_i\tau$ 的正弦信号的对应谱峰, 通过测量谱峰位置可求出各调制斜率 k_i ;

$\sum_{i=1}^N s_i(n)v^*(n-\tau) + \sum_{i=1}^N s_i^*(n-\tau)v(n)$ 两项可看成白噪声; $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N A_i A_j e^{j(\varphi_i - \varphi_j)}$ 项如果 k_i 和 k_j 之间相差

大, 则检测到交叉项形成的虚假谱峰值可能得到错误的调制斜率。因此, 通常采用“迭代对消”的方法可有效实现对多线性调频信号的检测。该处理方法和多正弦信号的处理流程基本一致, 只不过多了延时相关处理。

对于单个线性调频信号而言, 在频率上是连续的, 在数字频域, 可视为连续的单正弦信号频谱。

由式(7), 直接对线性调频信号作近似核DFT, 则真实频率成分和非线性谐波成分均为一段连续频谱, 但非线性谐波成分在幅度低于真实频率成分, 因此, 近似核DFT对单线性调频信号的检测和参数估计仍然适用。但对于多线性调频信号, 仍然需要采用延时相关和“迭代对消”的方法, 实现稳健的检测。

2 算法实现

2.1 实序列近似核FFT

由近似核函数计算DFT可能的实现方式有3种:

1) 用 $\varphi(e^{j\theta(n,k)})$ 直接代替原来的核函数, 称为近似核DFT。该方法最为直接, 但实现速度最慢, 且计算量是最大的一种。

2) 用FFT时域抽取法(DIT-FFT)实现DFT, 用 $\varphi(e^{j\theta(n,k)})$ 代替FFT中的 W_N^k , 该方法称时域抽取近似核FFT。

3) 用FFT频域抽取法(DIF-FFT)实现DFT, 用 $\varphi(e^{j\theta(n,k)})$ 代替FFT中的 W_N^k , 该方法称为频域抽取近似核FFT。

上述两种抽取算法均是基于将蝶型运算中的参数 $W_N^k = e^{-j2\pi kn/N}$ 用近似核的 $\varphi(e^{j\theta(n,k)})$ 代替。快速傅里叶变换降低了运算量, 同时由于近似核FFT不再有乘法运算, 也简化了蝶型运算的复杂度。采用DIF-FFT和DIT-FFT不影响算法的结构和流程, 因为两种情况下只是将存储器的读写地址有所变动而已, 不会对算法复杂度有任何影响。由于接收的信号为实序列, 因此本文采用DIT-FFT的实序列基2算法(也可采用其他基算法, 视具体情况而定)。DIT-FFT基2的FFT算法原理不在赘述, 这里简要介绍实序列近似核FFT原理。

取实序列 $x(n)$ 的偶数点 $x_1(n)$ 和奇数点 $x_2(n)$, 即:

$$\begin{cases} x_1(n) = x(2n) \\ x_2(n) = x(2n+1) \end{cases} \quad n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (17)$$

对 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 进行 $N/2$ 点近似核FFT, 则:

$$\begin{cases} X_1(k) = \text{FFT}[x_1(n)] \\ X_2(k) = \text{FFT}[x_2(n)] \end{cases} \quad k = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (18)$$

根据DIT-近似核FFT, 可得到:

$$X(k) = X_1(k) + \varphi(e^{j\theta(n,k)})X_2(k) \quad k = 0, 1, \dots, N/2 \quad (19)$$

2.2 算法实现流程

对于多个正弦信号的检测与频率估计, 具体算法步骤如下:

1) 由式(14)计算合适的检测门限 γ , 设 i 为循环变量, $i = 1, x_i(n) = x(n)$;

2) 由式(17)~式(19), 构造并实现实序列近似核FFT, 得到 $X_i(k)$, 由式(13)计算 R_i ;

3) 如果 $R_i \geq \gamma$, 则检测到一个信号, 由式(11)估计信号的频率 \hat{f}_i , 同时估计幅度 \hat{a}_i 和初相 $\hat{\phi}_i$, 如果 $R_i < \gamma$, 算法终止;

4) $x_i(n)$ 中减去被估计的信号, 得到新的 $x_{i+1}(n)$, 转到步骤2)。

2.2 算法复杂性

由式(11)可知, 频率检测和校正算法在频率校正时只需利用傅里叶系数的实部或虚部的最大值附近的两个DFT系数来构造插值多项式, 避免了复数除法, 减少了计算量。在不考虑初相的情况下, 则可进一步减少运算量, 只需利用实部或虚部系数构造插值多项式。在ASIC或FPGA实现时, 更快的方法是可用基于查找表(LUT)来消除其中的乘法运算^[12]。以完成一次频率检测和校正算法分析, 算法计算量主要由近似核FFT、谱峰搜索、信号检测和基于两个DFT系数的实部或虚部来构造插值多项式四部分计算组成。近似核FFT计算仅需加法器实现, 一次测频算法的全局谱峰搜索计算量为 $2N-1$ 次实数加法运算, 而一次信号检测需要一次实数除法运算, 插值多项式计算量为一次实数乘法。可见算法的FFT运算量远小于常规FFT的运算量, 且频率校正计算量也远小于基于复数插值多项式运算的测频校正算法^[3,11]。

3 仿真分析

通过仿真, 可以得出输入信号量化位数和核函数量化位数对FFT输出结果的影响。大量的仿真表明, 近似核由1位量化增加到2位时的改善较大, 超过2位时, 比特数的增加几乎不能带来FFT性能的改善, 同时, 考虑运算的复杂性, 不宜太多的近似核。仿真采用8点近似核, 为满足近似核DFT性能, 此时输入信号量化位数应为3位^[8], ADC量化采用“中间提升”型^[6]。8点近似核为 $(\pm 1, \pm j, \pm 1 \pm j)$ 。

数学上可表示为:

$$\text{kernel}_{8\text{-point}}(e^{j\theta}) = \begin{cases} 1 & -\pi/8 \leq \theta \leq \pi/8 \\ 1+j & \pi/8 \leq \theta \leq 3\pi/8 \\ j & 3\pi/8 \leq \theta \leq 5\pi/8 \\ -1+j & 5\pi/8 \leq \theta \leq 7\pi/8 \\ -1 & 7\pi/8 \leq \theta \leq 9\pi/8 \\ -1-j & -7\pi/8 \leq \theta \leq -5\pi/8 \\ -j & -5\pi/8 \leq \theta \leq -3\pi/8 \\ 1-j & -3\pi/8 \leq \theta \leq -\pi/8 \end{cases} \quad (20)$$

8点近似核由图1所示。可见，采用8点近似核FFT仅需加法运算。以下仿真中，取采样频率 $f_s = 2\ 500\ \text{MHz}$ ，采样点数 $N=256$ 。由式(14)，检测概率设为0.990 4，则检测门限约为3.7。

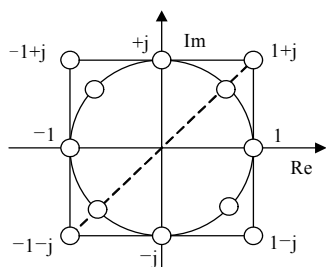


图1 8点近似核

3.1 算法正确性

仿真1：多正弦信号。设置信号1： $a_1 = 1$ 、 $\phi_1 = \pi/3$ 、 $f_1 = 197\ \text{MHz}$ ；信号2： $a_2 = 0.5$ 、 $\phi_2 = 0$ 、 $f_2 = 597\ \text{MHz}$ ；信号3： $a_3 \in (0,1)$ 、 $\phi_3 = \pi/6$ 、 $f_3 = 997\ \text{MHz}$ 。则归一化频率分别为0.0788、0.238 8和0.398 8。由于强信号对弱信号的压制效应和近似核FFT的非线性带来的谐波问题，当 $a_3 \leq 0.33$ 时，不能稳健地检测到信号3，而常规FFT可以检测到， $a_3 = 0.33$ 信号的幅频特性如图2所示。采用无监督的频率估计算法，估计的未校正归一化频率分别为0.078 13、0.238 3和0.398 4，参数的估计误差是由于DFT固定分辨率带来的影响；同时，其谐波成分很多，谐波的最高成分约为信号1的1/5，接近理论值1/7，但并不影响正确的估计信号频率。

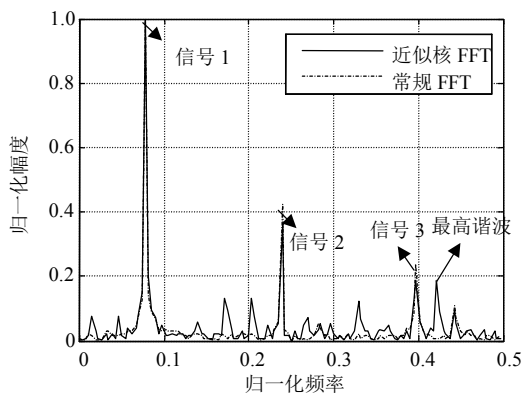


图2 多正弦信号近似核FFT幅频特性

仿真2：线性调频信号。线性调频信号参数设置为幅度 $a=1$ 、中心频率 $f=237\ \text{MHz}$ 、调制斜率 $k=1.25 \times 10^8\ \text{Hz/s}$ 和初相 $\phi = \pi/3$ ，仿真结果如图3所示，可采用单/多样本检测方法实现对线性调频信号的检测和参数估计，同时存在的谐波分量也近似为线性调频信号，则与理论分析是一致的。需说明的是，同常规FFT，直接基于近似核FFT的线性调频

信号参数估计精度不高，本文方法适宜线性调频信号的检测和参数粗估计。

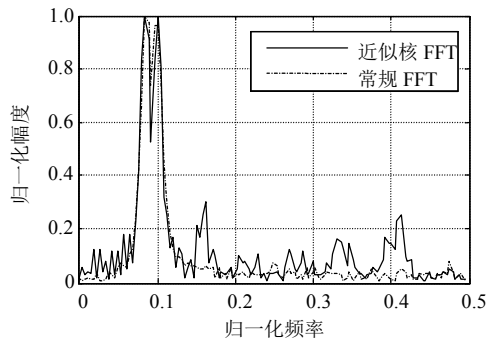


图3 线性调频信号近似核FFT幅频特性

3.2 算法性能

$a_3 = 0.75$ ，其他仿真参数设置同仿真1。采用本文算法，输入SNR范围为2 dB~14 dB，间隔1 dB，分别运行1000次Monte-Carlo实验。给算法频率估计值的均方误差(MSE)与信噪比性能关系如图3所示。

均方误差(dB)为：

$$\text{MSE} = 10 \lg \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{f}_i - f_0)^2 \right] \quad (19)$$

式中， \hat{f}_i 为第*i*次实验频率估计值； f_0 为频率真实值， N 为实验次数。

由图4所示，信号由强至弱估计出，由于信号的相互影响，尤其强信号未完全对消，导致弱信号需在较高信噪比下才可得到准确估计。同时，各信号的MSE性能与CRLB^[14]基本一致，证明了本文方法的有效性。

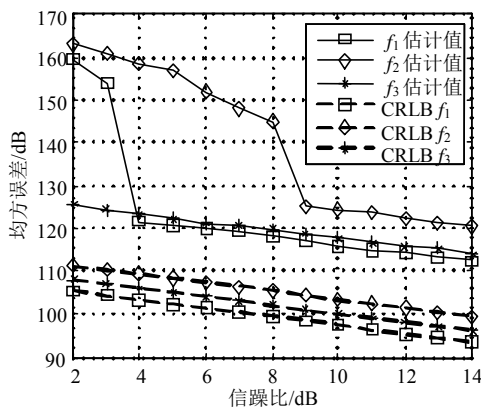


图4 频率校正算法性能

4 结束语

基于近似核DFT，理论分析多正弦信号的稳健检测、频率估计及其校正算法，对线性调频信号的适用性进行了讨论。同时根据近似核DFT特点，在此基础上提出了一种快速、高精度的近似核FFT算法。该算法简单，仅需加法运算完成FFT，同时基

于傅里叶系数的实部或者虚部的最大值附近的两个DFT系数构造插值多项式, 和基于实部或虚部最大值和中值比值确定检测门限, 便于硬件实现, 能实时处理, 该结构也适宜于并行计算。理论分析和实验结果验证了算法的正确性和有效性。

参 考 文 献

- [1] FUNGA H W, ALEX C, KOTB K, et al. Parameter estimation of a real single tone from short data records[J]. *Signal Processing*, 2004, 84: 601-617.
- [2] So Hing-cheung, Chan Yiu-tong. Short-time frequency estimation of a real sinusoid[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals*, 2005, E88-A(9): 2455-2459.
- [3] QUINN B G. Estimating frequency by interpolation using Fourier coefficients[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(5): 1265-1268.
- [4] ABEYSEKERA S S. Efficient frequency estimation using the pulse-pair method at various lags[J]. *IEEE Trans on Communications*, 2006, 54(9): 1542-1546.
- [5] ABEYSEKERA S S. Hardware efficient frequency estimation and tracking using signal autocorrelations[C]//6th International Conference on Information, Communications & Signal Processing. Singapore: IEEE, 2007: 1-5.
- [6] TSUI J B Y. *Digital techniques for wideband receivers* [M]. 2nd ed. Boston: Artech House, 2004: 397-420.
- [7] GEORGE K, CHEN C I H. Configurable and expandable FFT processor for wideband communication[C]//IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings. Warsaw, Poland: IEEE, 2007:1-6.
- [8] 祝俊, 唐斌, 杜正聪, 等. 基于高阶近似核和傅里叶系数内插的快速频率估计算法[J]. *数据采集与处理*, 2009, 24(6): 797-801.
- [9] ZHU Jun, TANG Bin, DU Zheng-cong, et al. Fast frequency estimation algorithm using high order approximations to kernel function and interpolation on fourier coefficients[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2009, 24(6): 797-801.
- [10] GRAJAL J, BLAZQUEZ R, LOPEZ-RISUENO G, et al. Analysis and characterization of a monobit receiver for electronic warfare[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(1): 244-258.
- [11] LAMOUREUX M P. The poorman's transform: approximating the Fourier transform without multiplication[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(3): 1413-1415.
- [12] CHEN C I H, GEORGE K, MCCORMICK W, et al. Design and performance evaluation of a 2.5-GSPS digital receiver[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2005, 54(3): 1089-1099.
- [13] GEORGE K, CHEN C I H, TSUI J B Y. Extension of two-signal spurious-free dynamic range of wideband digital receivers using kaiser window and compensation method[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2007, 55(4): 788-794.
- [14] ZHOU G T, IKRAM M Z. Unsupervised detection and parameter estimation of multi-component sinusoidal signals in noise Signals[C]//Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on Systems and Computers. Pacific Grove, USA: IEEE, 2000: 842- 846.
- [15] YAU S F, BRESLER Y. A compact Cramer-Rao bound expression for parametric estimation of superimposed signals[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1992, 40(5): 1226-1230.

编辑 张俊