

基于哈密顿量的Duffing振子微弱信号检测

魏恒东, 甘露, 李立萍

(电子科技大学电子工程学院 成都 611731)

【摘要】针对目前基于Duffing振子微弱信号检测方法大多停留在对相图的定性分析上,提出了利用哈密顿量构造统计量的微弱信号检测的定量判别方法。哈密顿量能够实时地表征系统的动力学行为,有利于在短时间进行判决。利用平均伪哈密顿量实时地刻画Duffing系统状态的变化情况,能够在低信噪比下实现微弱信号的快速检测。仿真实验验证了该方法的有效性。

关键词 Duffing振子; 哈密顿量; 信号检测; 弱信号

中图分类号 TN911.23; N941.7

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2012.02.006

Weak Signal Detection by Duffing Oscillator Based on Hamiltonian

WEI Heng-dong, GAN Lu, and LI Li-ping

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 611731)

Abstract This paper studies the weak signal detection by using Duffing oscillator. It is not only of the theoretical value but also of the engineering value to decide the existence of the weak signal in strong noise environment quickly and exactly. Considering that most of the existing weak signal detection methods based on Duffing oscillator are qualitative analysis, this paper uses Hamiltonian to construct statistic for quantitative decision. Hamiltonian can depict the dynamics in real time, and it can be used to do decision in short time situation. This paper utilizes mean pseudo Hamiltonian to depict the changing of the states of Duffing systems in real time. Our scheme can detect weak signal in lower signal-noise-ratio quickly. Simulation verifies the effectiveness of the proposed scheme.

Key words Duffing oscillator; Hamiltonian; signal detection; weak signal

微弱信号不仅是信号本身的强度弱,而且有可能淹没在强噪声环境中。当噪声强度远远大于信号强度时,判断信号的有无在实际工程应用中具有重大意义。在许多实际应用中需要在强噪声环境中判断有用信号的存在性,以便进行信息提取。传统的信号检测技术在信噪比低至一定程度时无法进行有效检测。因此探索一种能够在更低信噪比下工作,且简便、实用的检测器是十分迫切的问题。

文献[1]认识到混沌系统的初值敏感性,提出了利用Duffing混沌系统进行弱信号检测的方法。随后,涌现了大量的利用Duffing振子进行微弱信号检测^[2-8]。这些方法可以极大地提高低信噪比下微弱信号的检测性能,并被应用到雷达、声纳、振动测量、故障诊断、通信、生物医学等工程领域。文献[2]深入研究了Duffing振子检测系统的优点及应用范围。文献[9]利用改进的Duffing系统进行微弱信号检测并取得了良好的效果。另外,利用Duffing振子检测

系统进行信号未知参数估计也得到广泛的研究^[10-14]。

利用Duffing振子检测系统进行微弱信号检测的主要思想^[15]是:将系统调整到临界状态,外加的待检信号使得系统动力学行为发生本质性的改变(由混沌态切换到大周期态),通过观察Duffing系统相图的变化与否判断信号的有无。微弱信号通过一个振子系统时,若信号频率、噪声强度与振子系统内在频率满足一定关系时会产生“随机共振”现象,从而使得输出信号的信噪比大于输入信号的信噪比^[16]。Duffing振子检测系统能够在比传统检测器更低的信噪比下工作,其主要原因在于它只对特定频率的信号响应(待检信号频率与振子策动力频率一致),而对噪声免疫。

尽管基于Duffing振子的检测系统能够检测到比传统方法更低信噪比的信号,但却没有与传统检测方法类似的方便使用的检测器。现阶段基于

Duffing系统的微弱信号检测方法大多都停留在定性分析阶段。如何从相图的切换特性定量地给出信号有无的判决仍是一个亟待解决的问题。现有的定性分析方法具有很强的主观性,尤其是在所能获得的数据量较小而无法使Duffing系统展现出明显的大周期行为时。显然,计算系统特征量、时频分析等手段是行不通的。因为计算系统特征量需要大量的数据,并且受噪声影响很大,容易发生误判;混沌信号的宽谱特性又使得时频分析方法失效。因此,需要构造一个统计量,该统计量能够在较小的数据量上定量地给出信号有无的判决。基于上述考虑,本文根据Duffing系统的特性构造一个统计量,定量地分析系统处在混沌态和大周期态的特性,进而有效快速地完成信号的检测。

1 Duffing系统

为了实现任意频率微弱信号的检测,考虑一种变形的Duffing方程:

$$\ddot{x} + \delta\omega\dot{x} - \omega^2x + \omega^2x^3 = \omega^2f \cos(\omega t) \quad (1)$$

式中, $f \cos(\omega t)$ 为周期策动力; δ 为阻尼比; $x - x^3$ 为非线性回复力; ω 为策动力角频率; f 为周期策动力幅值。式(1)可以改写为:

$$\begin{cases} \dot{x} = \omega y \\ \dot{y} = \omega[-\delta y + x - x^3 + f \cos(\omega t)] \end{cases} \quad (2)$$

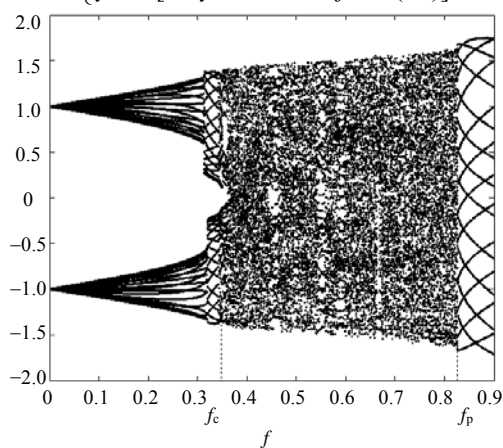


图1 Duffing系统的分岔图

研究表明:固定 δ ,当 $f=0$ 时,系统有两个鞍点 $(\pm 1, 0)$ 和一个焦点 $(0, 0)$,系统任意初值的演化轨线将收敛到其中的一个鞍点;当 f 从零逐渐增加时,系统的解在相空间中的轨线将出现偶阶次谐分岔,系统按外加周期策动力的周期或倍周期振荡;当 f 进一步增至 f_c (混沌临界值)时,系统会产生Smale马蹄意义下的混沌运动;而当 $f > f_p$ (大周期临界值)时,系统又将进入大尺度周期振荡(周期1外轨)。图1

为Duffing系统随着 f 变化的分岔图。由图可知,整个系统的性质随着 f 的变化发生了本质性地改变,当 $f_c \leq f \leq f_p$ 时,系统处于混沌状态,分岔图展现了不规则的运动,证明了上述分析。系统产生Smale马蹄意义下混沌的临界值 f_c 和 f_p 可由Melnikov方法^[17]计算得到。

2 基本原理

2.1 基于Duffing振子的信号检测原理

通过以上分析可知,当策动力幅值大于阈值 f_p 时,系统的性质发生了完全改变,而实际应用中也正是利用这一特性来进行微弱信号检测。首先将系统策动力幅值调整为阈值 f_p ,微弱信号的加入使得 $f > f_p$,从而导致相图的跃变,进而判断信号的有无。

若待检信号为 $s(t)$, $n(t)$ 为零均值高斯白噪声,则Duffing检测系统为:

$$\begin{cases} \dot{x} = \omega y \\ \dot{y} = \omega[-\delta y + x - x^3 + f \cos(\omega t) + s(t) + n(t)] \end{cases} \quad (3)$$

由于Duffing系统对噪声有较强的免疫性,详细分析见文献[18],为了分析的方便,暂不考虑它的影响。假设 $s(t) = A \cos[(\omega + \Delta\omega)t + \varphi]$,即此时待检信号与策动力有频差 $\Delta\omega$ 和相差 φ 。图2给出了在外加信号 $s(t)$ 前后系统的相图,此时 $\Delta\omega = 0$, $\varphi = 0$, $f = 0.81$, $A = 0.02$ 。在信号加入前的 $f < f_p$,系统处于混沌态;信号加入后的 $f + A > f_p$,系统状态将发生跃变而进入大周期运动。显然,通过观察相图的变化与否判别信号的有无。文献[2]研究了当 $\Delta\omega \neq 0$ 或 $\varphi \neq 0$ 时系统表现出的复杂动力学行为:

1) $\Delta\omega = 0$, $\varphi \neq 0$ 时,如果 $\pi - \arccos(A/2f_p) \leq \varphi \leq \pi + \arccos(A/2f_p)$,则 $f \leq f_c$ 系统处于混沌态,否则,系统发生跃迁。

2) $\Delta\omega \neq 0$, $\varphi \neq 0$ 时,由于频差和相差的影响,系统将发生间歇性混沌行为。

由以上分析可知,外加待检信号 $s(t)$ 的加入使得Duffing系统策动力幅值大于临界值而发生了状态跃迁,进而可以判断信号的有无。然而,在有限的的数据量下,Duffing系统的状态可能只有微小的变化,而人眼基本无法“察觉”。图2c给出了当 $f = 0.81$ 时小数据量下的相图。由图1可知,当 $f = 0.81$ 时系统处于混沌态,但此时由于数据量太少而无法判断系统是处于混沌态还是大周期态,即无法判断信号的有无。因此主观性极强的相图判别方法具有较强的局限性。那么,寻找一个能够在较少数据量下进行

信号有无的判别的统计量是十分迫切的问题。下面讨论的哈密顿量将用作统计量的构造。

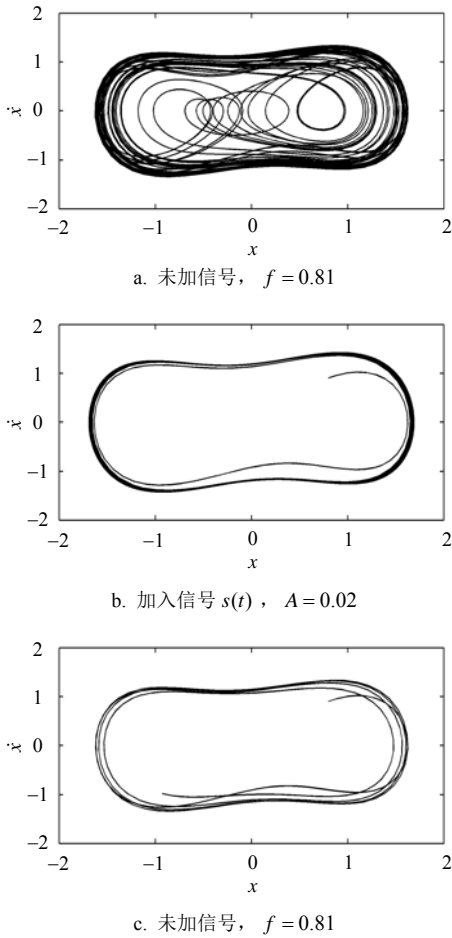


图2 Duffing系统的相图

2.2 Duffing系统的哈密顿量

考虑平面微分动力系统:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}) \tag{4}$$

式中, $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T$; $\mathbf{F} = (f_1, f_2)^T$, $\mathbf{F} \in C^r (r \geq 1)$ 。

定义 1 若存在光滑函数 $H(x_1, x_2)$ 使得 $f_1 = \partial H / \partial x_1$, $f_2 = -\partial H / \partial x_2$, 即式(4)满足方程:

$$\dot{x}_1 = \frac{\partial H}{\partial x_2}, \quad \dot{x}_2 = -\frac{\partial H}{\partial x_1} \tag{5}$$

则称式(4)为平面哈密顿系统, 其中 $H(x_1, x_2)$ 称为该系统的哈密顿量。

哈密顿量描述了哈密顿系统的能量分布。对于Duffing系统, 若不考虑阻尼项和策动力, 则其为一平面哈密顿系统, 哈密顿量为:

$$H(x, y) = \frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} \tag{6}$$

该函数描述了Duffing系统能量的分布情况。在实际应用中考虑到阻尼项和策动力的影响, 因此由式(6)计算的哈密顿量将受一定的影响, 但对于系统

能量的分布几乎没有影响。将所得到的哈密顿量称为伪哈密顿量(Pseudo-Hamiltonian, PH)。图3给出了Duffing系统伪哈密顿量的分布情况(用灰度图表示伪哈密顿量的高低), 图中颜色越浅表示伪哈密顿量越高, 颜色越深表示伪哈密顿量越低。由图可知, 伪哈密顿量随着远离系统的两个鞍点而逐渐增强。由上面的分析知, 系统处于大周期运动时的伪哈密顿量最高; 而混沌性越强, 伪哈密顿量越低; 处在两个鞍点处的伪哈密顿量最低。

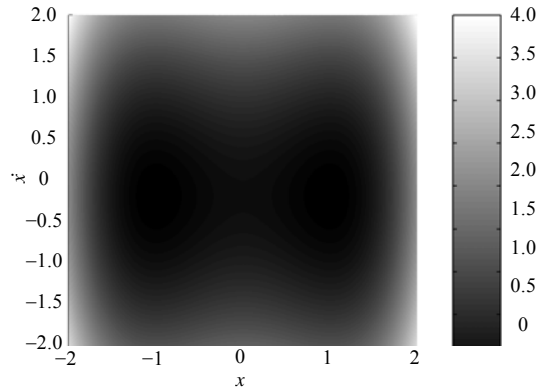


图3 Duffing系统伪哈密顿量分布

伪哈密顿量是一个变化速率很快的量, 只要系统的相轨迹从混沌态转到大周期态, 伪哈密顿量将会有明显地改变, 而不用等待较长进行判决。因此利用伪哈密顿量构造统计量可以对系统的状态跃迁进行快速判决。图2c的相图有逐渐向内收缩的趋势, 与图2b相比(相同时间内)其哈密顿量有所减小。它们的平均伪哈密顿量分别为0.41和0.59。因此可以通过划定门限进行区分, 而此时两个相图的演化状态十分相似, 利用传统的基于相图的“明显”跃变的方法是无法判别的。

2.3 基于伪哈密顿量的判决方法

伪哈密顿量实时地展现了系统能量的演化情况, 本文将利用其来构造统计量。

令:

$$T = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N PH_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i^2}{2} - \frac{x_i^2}{2} + \frac{x_i^4}{4} \right) \tag{7}$$

式中, N 为动力系统的状态数, 即时间序列的长度; i 为动力系统的第 i 个状态。该量描述了Duffing系统的平均伪哈密顿量。图4给出了Duffing系统的平均伪哈密顿量随策动力幅值 f 的变化情况。由图可知, 系统处在混沌态时的平均伪哈密顿量相对较小; 而系统一旦进入大周期状态, 平均伪哈密顿量将明显地增大。这种阶跃性的跳变对划定门限进行信号有无的判决十分有利。因此, 本文利用平均伪哈密顿量

来判断系统状态的改变。此时问题转化为判决问题:

$$\begin{cases} H_0: T \geq \gamma & \text{系统处于大周期态, 有信号存在} \\ H_1: T < \gamma & \text{系统处于混沌态, 无信号存在} \end{cases}$$

式中, γ 为给定的判决门限。

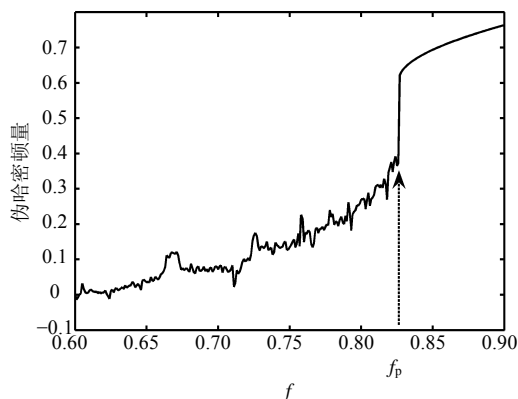


图4 Duffing系统平均伪哈密顿量随策动力 f 的变化

利用平均伪哈密顿量作为判决统计量的优点主要在于:一方面,其定量地给出了利用Duffing系统进行信号检测的判决方法,改进了现有完全主观的识别方法;另一方面,由于伪哈密顿量几乎是一个“瞬时”改变量,因此,可以在数据量较小的情况下完成判决。

与传统的判决问题不同,本文是对Duffing系统的输出作统计判决,而不是对接收信号作统计判决。图5给出了基于Duffing振子的平均伪哈密顿量判决的实现框图。图中Duffing系统输入端 $s(t)$ 为待检信号, $n(t)$ 为零均值高斯白噪声,输出端包含了Duffing系统两个分量的演化描述。传统的基于给定虚警概率计算检测器检测概率的方法需要知道统计量的概率分布,而在基于Duffing振子的检测中,由于Duffing系统的影响,统计量的统计特性十分复杂,使得传统的分析方法无法进行。

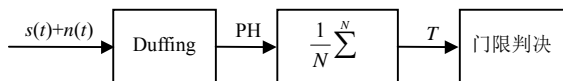


图5 基于Duffing系统平均伪哈密顿量信号检测判决框图

3 仿真分析

不失一般性,假设待检测的信号为 $s(t) = A\cos(\omega t)$,所加噪声为零均值高斯白噪声 $n(t)$ 。利用Melnikov方法和仿真分析可得,当 $\delta = 0.5$ 时,Duffing系统式(1)的阈值 $f_p \approx 0.826$ 。即若 $f > f_p$,则系统将进入大周期态;反之,则处于混沌态。因此先将Duffing振子检测系统调整到临界状态($f_p = 0.826$),然后将受噪声污染的待检信号 $s(t) + n(t)$ 加到Duffing系统的策动项,式(3);利用

Runge-Kutta方法求解Duffing系统,时间步长为0.01,初值 $(x_0, y_0) = (0.8, 0.9)$ 。根据Duffing系统的解,利用式(7)计算统计量与事先设定的判决门限 γ 比较,从而判定信号的有无。根据前面的分析,实验中取 $\gamma = 0.5$,待检信号角频率 $\omega = 10$ rad/s,幅度 $A = 0.0001$ 。图6给出了利用平均伪哈密顿量进行信号检测500次实验平均的结果。由图可知,该统计量能定量地给出低信噪比下的信号检测。

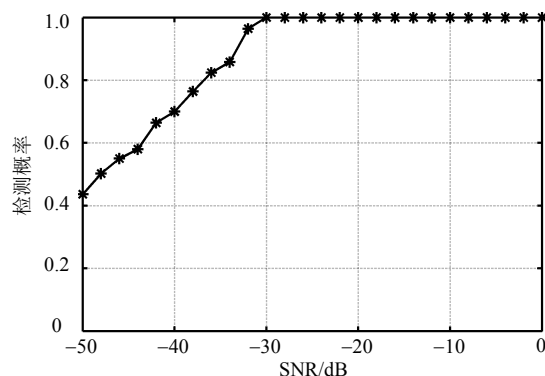


图6 平均伪哈密顿量信号检测性能曲线

仿真分析时需注意以下几点:

1) 仿真分析中仅仅给出了角频率为10 rad/s的单频信号的检测分析,根据判决混沌跃迁阈值的Melnikov方法^[15]可知,如式(1)的Duffing系统的阈值不随频率的变化而变化。

2) 当待检信号与系统策动力频率存在频差和相差时,可以通过构造振子阵列进行未知频率信号的检测;另一方面,由于频差和相差会导致间歇混沌,而间歇混沌会导致判决门限的变化,此时仍然可以通过调整判决门限来进行判决操作。

3) 仿真实验中仅用了大约20个周期正弦波的时间完成判决(该时间不随频率变化而变化)。在如此短的时间内利用传统的判决方法是无法完成的。当然,随着可用时间的增加,判决的性能也会增加。

4) 在仿真分析中本文始终指定判决门限 $\gamma = 0.5$,其实由于噪声的影响判决门限会有所下降,因此可以通过在不同信噪比下设定不同门限来提高检测概率。

4 结论

本文提出了一种通过构造哈密顿统计量的Duffing振子微弱信号定量检测方法。哈密顿量能够实时地表征系统的动力学行为,有利于在短时间进行判决。仿真分析验证了该方法的有效性。尽管文中研究的是单频信号的检测,但该方法可以推广到检测方波信号、BPSK信号、直扩信号等,只是判

决的门限有所变化。为了达到更好的检测性能, 可以将系统的临界值 f_p 调整得更加精确。由于混沌运动的复杂性, 该过程将受计算精度等因素的影响。如何取得更精确的阈值将是下一步需要研究的问题。另外, 检测门限的自适应调整、提高算法的实用性也是将来需要开展的研究。

参 考 文 献

- [1] BIRX D, PIPENBERG S. Chaotic oscillators and complex mapping feed forward networks (CMFFNS) for signal detection in noisy environments[C]//IEEE International Joint Conference on Neural Network. Seattle, USA: IEEE, 1992: 881-888.
- [2] WANG Guan-yu, CHEN Da-jun, LIN Jian-ya, et al. The application of chaotic oscillators to weak signal detection[J]. IEEE Trans Ind Electron, 1999, 46(2): 440-444.
- [3] LI Yue, YANG Bao-jun. Chaotic system for the detection of periodic signals under the background of strong noise[J]. Chin Sci Bull, 2003, 48(5): 508-510.
- [4] WANG Guan-yu, HE Sai-ling. A quantitative study on detection and estimation of weak signals by using chaotic Duffing oscillators[J]. IEEE Trans Circuits and Syst I, 2003, 50(7): 945-953.
- [5] 周玲, 田建生, 刘铁军. Duffing混沌振子用于微弱信号检测的研究[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(10): 1477-1479.
ZHOU Ling, TIAN Jian-sheng, LIU Tie-jun. Study on the weak sinusoidal signal detection with Duffing chaotic oscillator[J]. Syst Eng Electron, 2006, 28(10): 1477-1479.
- [6] LI Chong-sheng, QU Liang-sheng. Applications of chaotic oscillator in machinery fault diagnosis[J]. Mech Syst Sig Process, 2007, 21(1): 257-269.
- [7] YUAN Ye, LI Yue, DANILLO P M, et al. Regular nonlinear response of the driven Duffing oscillator to chaotic time series[J]. Chin Phys B, 2009, 18(3): 958-968.
- [8] XIONG Gang, LÜ Ming, TANG Bin. Direct sequence spread spectrum signal detection based on chaos theory[C]//International Conference on Communications Circuits and Systems. Kokura, Japan: IEEE, 2007: 727-730.
- [9] 李月, 石要武, 马海涛, 等. 湮没在色噪声背景下微弱方波信号的混沌检测方法[J]. 电子学报, 2004, 32(1): 87-90.
LI Yue, SHI Yao-wu, MA Hai-tao, et al. Chaotic detection method for weak square wave signal submerged in colored noise[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(1): 87-90.
- [10] 金虎, 王可人. 基于Duffing振子的直接序列扩频信号检测及参数估计[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(11): 1823-1826.
JIN Hu, WANG Ke-ren. Detection and parameters estimation of direct sequence spread spectrum signals based on Duffing oscillator[J]. Sys Eng Electron, 2007, 29(11): 1823-1826.
- [11] WANG Guan-yu, ZHENG Wei, HE Sai-ling. Estimation of amplitude and phase of a weak signal by using the property of sensitive dependence on initial conditions of a nonlinear oscillator[J]. Signal Process, 2002, 82(1): 103-115.
- [12] YI Wen-suo, SHI Yao-wu, HUANG Jia-cai, et al. Research on the methods of Duffing chaotic oscillator for sin wave parameter estimate[C]//Proceedings of the Second International Conference on Information Technology and Applications. Harbin, China: Institute of Computer Science, 2004: 1-2.
- [13] 李月, 杨宝俊, 邓小英, 等. 谐波信号频率的混沌检测方法[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(5): 731-733.
LI Yue, YANG Bao-jun, DENG Xiao-ying, et al. The chaotic detecting method for the frequency of harmonic signal[J]. J Electron & Inf Technol, 2005, 27(5): 731-733.
- [14] 路鹏, 李月. 微弱正弦信号幅值混沌检测的一种改进方案[J]. 电子学报, 2005, 33(3): 527-529.
LU Peng, LI Yue. A modified chaos-based weak sinusoidal signal amplitude detection approach[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(3): 527-529.
- [15] 聂春燕. 混沌系统与弱信号检测[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
NIE Chun-yan. Chaotic systems with weak signal detection[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.
- [16] 胡岗. 随机力与非线性系统[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1994.
HU Gang. Stochastic force and nonlinear systems[M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House, 1994.
- [17] 刘曾荣. 混沌的微扰判据[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1994.
LIU Zeng-rong. Perturbation criteria for chaos[M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House, 1994.
- [18] 王冠宇, 陈大军, 林建亚, 等. Duffing振子微弱信号检测方法的统计特性研究[J]. 电子学报, 1998, 26(10): 38-44.
WANG Guan-yu, CHEN Da-jun, LIN Jian-ya, et al. The statistical characteristics of weak signal detection based on Duffing oscillator[J]. Acta Electronica Sinica, 1998, 26(10): 38-44.

编辑 税红