

面向属性概念格基于覆盖的压缩

魏玲, 李强

(西北大学数学系 西安 710069)

【摘要】提出了一种直接从形式背景出发,获得简化面向属性概念格的方法。针对一个形式背景,引入对象集和属性集上的相似度,产生对象邻域与属性邻域,进而根据对象的相似程度或属性的相似程度来调整对象邻域或属性邻域的大小,控制面向属性概念格节点的个数,实现对面向属性概念格的动态压缩。该方法可以分别从对象的覆盖和属性的覆盖两个角度压缩面向属性概念格中节点的个数,且压缩后的概念集为原概念集的子集,从而达到简化知识库的效果。

关键词 覆盖; 形式背景; 邻域; 面向属性概念格; 相似度

中图分类号 TP18

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2012.02.024

Covering-Based Reduction of Property-Oriented Concept Lattices

WEI Ling and LI Qiang

(Department of Mathematics, Northwest University Xi'an 710069)

Abstract A method to reduce the property-oriented concept lattice of a formal context directly is proposed in this paper. The similarity degree between object sets and the similarity degree between attribute sets are firstly introduced, and then, object neighborhood and attribute neighborhood are created accordingly. The sizes of object neighborhood or the attribute neighborhood are adjusted by the similarity degrees, thus, the number of the property-oriented concepts can be controlled and the property-oriented concept lattice is compressed. Using this method, we can compress the property-oriented concept lattice from the viewpoints of object covering and attribute covering, and the most important is that the reduced lattice is a subset of the original one.

Key words covering; formal context; neighborhood; property-oriented concept lattice; similarity degree

自文献[1-2]提出了形式概念分析(formal concept analysis)以来,该理论引起了人们的广泛关注,被应用于知识工程、数据挖掘、信息检索、语义Web和管理科学等领域^[3-4]。

粗糙集与形式概念分析提供了两种不同的分析数据的方法^[5-7]。然而,随着知识的不断发展,经典概念格已经不能满足人们的需要。文献[8-9]基于二元关系定义了modal-style算子,并基于上近似算子建立了概念格——面向属性概念格。文献[10-11]则是基于粗糙集的方法建立了另一种概念格——面向对象概念格,且进一步研究了面向对象概念格与面向属性概念格之间的关系。

随着知识库的不断扩大,数据与概念格也变得十分复杂。因此,概念格的简化变得尤为重要。文献[12-13]应用SVD方法对概念格进行剪枝,使剪枝后的概念格比原概念格的结构小。而文献[14-15]则

应用FKM——模糊聚类方法对概念格进行剪枝,压缩概念格的节点。然而SVD与FKM方法都是对经典概念格进行压缩,并不适用于面向属性概念格,且SVD方法是建立在格结构已知的基础上。而本文则是直接从形式背景出发,引入对象相似度和属性相似度的概念,产生对象邻域与属性邻域,进而根据对象的相似程度或者属性的相似程度来调整对象邻域的大小或者属性邻域的大小,达到控制面向属性概念格的节点的效果,实现对面向属性概念格的动态压缩,进而简化知识库。

1 预备知识

定义 1 设 (U, A, I) 为一个形式背景,其中 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为对象集,每个 $x_i (i \leq n)$ 为一个对象; $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 为属性集,每个 $a_j (j \leq m)$ 为一个属性; I 为 U 和 A 之间的二元关系, $I \subseteq U \times A$ 。

收稿日期: 2010-04-16; 修回日期: 2011-04-29

基金项目: 国家自然科学基金(60703117, 11071281, 61005042)

作者简介: 魏玲(1972-),女,博士,教授,主要从事形式概念分析与粗糙集理论方面的研究。

若 $(x, a) \in I$, 则称 x 具有属性 a 。

对于形式背景 (U, A, I) , 在对象集 $X \subseteq U$ 和属性集 $B \subseteq A$ 上分别定义运算 $*$ 与 $^{[1-2]}$:

$$X^* = \{a \mid a \in A, \forall x \in X, (x, a) \in I\}$$

$$B' = \{x \mid x \in U, \forall a \in B, (x, a) \in I\}$$

式中, X^* 表示 X 中所有的对象共同具有的属性集合; B' 表示具有 B 中所有属性的对象集合。 $\forall x \in U$, 记 $\{x\}^*$ 为 x^* ; $\forall a \in A$, 记 $\{a\}'$ 为 a' 。 $\forall x \in U, x^* \neq \emptyset, x^* \neq A$ 且 $\forall a \in A, a' \neq \emptyset, a' \neq U$, 则称形式背景 (U, A, I) 是正则的。以下假定形式背景是正则的。

对于一个正则的形式背景, $\{x^* \mid x \in U\}$ 构成 A 上的覆盖, $\{a' \mid a \in A\}$ 构成 U 上的覆盖。

用“ \square ”表示下近似, 用“ \diamond ”表示上近似, 对于 $X \subseteq U$ 及 $B \subseteq A$, 文献[10-11]定义这两个近似算子如下:

$$X^\diamond = \{a \in A \mid a' \cap X \neq \emptyset\}$$

$$B^\square = \{x \in U \mid x^* \subseteq B\}$$

定理 1^[10-11] 设 (U, A, I) 为一个形式背景, $\forall X, X_1, X_2 \subseteq U$ 以及 $\forall B, B_1, B_2 \subseteq A$, 算子“ \square ”与“ \diamond ”有以下性质:

- 1) 当 $X_1 \subseteq X_2$ 时, $X_1^\diamond \subseteq X_2^\diamond$ 。
- 2) 当 $B_1 \subseteq B_2$ 时, $B_1^\square \subseteq B_2^\square$ 。
- 3) $X \subseteq X^{\diamond\square}, B^{\square\diamond} \subseteq B^\square$ 。
- 4) $X^{\diamond\square\diamond} = X^\diamond, B^{\square\diamond\square} = B^\square$ 。
- 5) $(X_1 \cup X_2)^\diamond = X_1^\diamond \cup X_2^\diamond, (B_1 \cap B_2)^\square = B_1^\square \cap B_2^\square$ 。

定义 2^[15] 设 (U, A, I) 为一个形式背景, 对于 $X \subseteq U, B \subseteq A$, 若 $X^\diamond = B, B^\square = X$, 则称 (X, B) 为属性概念。其中 X 为概念的外延, B 为概念的内涵。

定理 2^[10-11] 设 (U, A, I) 为形式背景, 记 $L_p(U, A, I) = \{(X, B) \mid X = B^\square, B = X^\diamond\}$ 。令 $(X_1, B_1) \leq (X_2, B_2) \Leftrightarrow X_1 \subseteq X_2$, 则 $L_p(U, A, I)$ 为一个偏序集。

在 $L_p(U, A, I)$ 上定义:

$$(X_1, B_1) \wedge (X_2, B_2) = (X_1 \cap X_2, (B_1 \cap B_2)^\square)$$

$$(X_1, B_1) \vee (X_2, B_2) = ((X_1 \cup X_2)^\diamond, B_1 \cup B_2)$$

则 $(L_p(U, A, I), \vee, \wedge)$ 是一个完备格, 称为面向属性概念格。

2 面向属性概念格的压缩

本文提出的面向属性概念格的压缩方法是通过引入对象集和属性集上的相似度, 产生对象邻域和属性邻域, 进而由对象邻域的大小或是属性邻域的大小来控制面向属性概念格中节点的个数, 最终实

现对面向属性概念格的动态压缩。

2.1 面向属性概念格基于对象集覆盖的压缩

定义 3 设 R 为对象集 U 上的二元函数,

$$\forall x, y \in U, R(x, y) = \frac{|x^* \cap y^*|}{|x^* \cup y^*|},$$

称 $R(x, y)$ 为对象 x 与对象 y 之间的相似度。称 $[x] = \{y \in U \mid R(x, y) \geq \delta\}$, ($\delta \in (0, 1]$) 为对象 x 的 δ 相似类。则 $\{[x] \mid x \in U\}$ 构成了对象集 U 上的一个覆盖。

定义 4^[16] 设 C_U 为 U 上的覆盖, $\forall x \in U$, $\text{Md}(x) = \{K \in C_U \mid x \in K \wedge (\forall S \in C_U, x \in S \wedge S \subseteq K \Rightarrow K = S)\}$ 称为 x 的最小描述。

定义 5^[16-17] 设 (U, C_U) 为覆盖近似空间, $\forall x \in U$, 称 $\bigcap \{K \mid x \in K \in C_U\}$ 为 x 的邻域, 记为 $\text{Neighbor}(x)$, 简记为 $N(x)$ 。

由定义4和定义5可知: $N(x) = \bigcap \{K \mid x \in K \in C_U\} = \bigcap \text{Md}(x)$ 。

例 1 设 $U = \{a, b, c, d\}$, $K_1 = \{a, b\}$, $K_2 = \{b, c, d\}$, $K_3 = \{c, d\}$, $C = \{K_1, K_2, K_3\}$ 。

则: $\text{Md}(a) = \{K_1\}$ $\text{Md}(b) = \{K_1, K_2\}$

$\text{Md}(c) = \{K_3\}$ $\text{Md}(d) = \{K_3\}$

$N(a) = \bigcap \text{Md}(a) = \{a, b\}$

$N(b) = \bigcap \text{Md}(b) = \{b\}$

$N(c) = \bigcap \text{Md}(c) = \{c, d\}$

$N(d) = \bigcap \text{Md}(d) = \{c, d\}$

由于 $\{[x] \mid x \in U\}$ 为 U 上的一个覆盖, 那么由定义4和定义5可知, $\forall x \in U, N(x)$ 存在。又由 $R(x, y) =$

$\frac{|x^* \cap y^*|}{|x^* \cup y^*|}$ 及 $N(x) = \bigcap \{K \mid x \in K \in C_U\} = \bigcap \text{Md}(x)$ 可

知: $N(x)^* \neq \emptyset$ 。

定义 6 设 (U, A, I) 为形式背景, 则定义算子如下:

$$\begin{cases} X^\diamond = \{a \in A \mid a' \cap X \neq \emptyset\} \\ B^\blacksquare = \{x \in U \mid N(x)^* \subseteq B\} \end{cases} \quad (1)$$

$\forall X \subseteq U, B \subseteq A$, 若通过式(1)有 $X^\diamond = B$ 且 $B^\blacksquare = X$, 则称 (X, B) 为压缩后的属性概念, 并且称式(1)为面向属性概念格的第一种压缩方法。把用该方法压缩后的格记为 $L_{R_1}(U, A, I)$ 。

本文将给出压缩后 $L_{R_1}(U, A, I)$ 与 $L_p(U, A, I)$ 之间的关系。

首先给出两个引理。

引理 1 $\forall x \in U$, 如果 $N(x)^* \neq x^*$, 那么有 $N(x)^* \subset x^*$ 。

引理 2 $\forall B \subseteq A, B^\square \subseteq B^\blacksquare$ 。

以下定理则给出压缩前后两个格之间的关系,

即由式(1)压缩后不会产生新节点, 即不会产生新概念, 并且压缩后的概念集为压缩前概念集的子集。

定理 3 设 (U, A, I) 为形式背景, 则 $L_{R_1}(U, A, I) \subseteq L_p(U, A, I)$ 。

证明: $\forall (X, B) \in L_{R_1}(U, A, I), B^\blacksquare = X, X^\diamond = B$ 。

由引理2知 $B^\square \subseteq B^\blacksquare$, 那么 $B^\square \subseteq X$ 。下证 $X \subseteq B^\square$ 。
 $\forall x \in X$, 如果有 $x^* \subseteq B$, 则 $x \in B^\square$, 从而 $X \subseteq B^\square$ 。
因为 $\forall a \in x^*, xIa$, 从而 $x \in a^*$ 。那么 $\{x\} \subseteq a^* \cap X \neq \emptyset \Rightarrow a \in X^\diamond = B$, 所以 $x^* \subseteq B$ 。从而 $B^\square = X$, 又 $X^\diamond = B$, 因此 $(X, B) \in L_p(U, A, I)$ 。故定理3得证。

2.2 面向属性概念格基于属性集覆盖的压缩

属性间的相似度可以由对象之间的相似度类似给出。

定义 7 设 R 为属性集 A 上的二元函数, $\forall a, b \in A, R(a, b) = \frac{|a' \cap b'|}{|a' \cup b'|}$, 称 $R(a, b)$ 为属性 a 与属性 b 之间的相似度。

定义属性 a 的 δ 相似类 $[a] = \{b \in A \mid R(a, b) \geq \delta\}$ ($\delta \in (0, 1)$), 那么 $\{[a] \mid a \in A\}$ 构成了属性 A 上的一个覆盖。

定义 8 设 C_A 为 A 上的覆盖, $\forall a \in A, Md(a) = \{K \in C_A \mid a \in K \wedge (\forall S \in C_A \wedge a \in S \wedge S \subseteq K \Rightarrow K = S)\}$ 称为 a 的最小描述。

定义 9 设 (A, C_A) 为覆盖近似空间, $\forall a \in A$ 称 $\cap\{K \mid a \in K \in C_A\}$ 为 a 的邻域, 记为 $Neighbor(a)$, 简记为 $N(a)$ 。

由定义8和定义9可知: $N(a) = \cap\{K \mid a \in K \in C_A\} = \cap Md(a)$ 。

由于 $\{[a] \mid a \in A\}$ 为属性集 A 上的一个覆盖, 那么由定义8与定义9可知 $\forall a \in A, N(a)$ 存在。又由

$$R(a, b) = \frac{|a' \cap b'|}{|a' \cup b'|} \text{ 以及 } N(a) = \cap\{K \mid a \in K \in C_A\} =$$

$\cap Md(a)$ 可知: $N(a)' \neq \emptyset$ 。

定义 10 设 (U, A, I) 为形式背景, 则定义算子如下:

$$\begin{cases} X^\diamond = \{a \in A \mid N(a) \cap X \neq \emptyset\} \\ B^\square = \{x \in U \mid x^* \subseteq B\} \end{cases} \quad (2)$$

$\forall X \subseteq U, B \subseteq A$, 若 $X^\diamond = B$ 且 $B^\square = X$, 则称 (X, B) 为压缩后的属性概念, 并且称式(2)为面向属性概念格的第二种压缩方法。把用该方法压缩后的格记为 $L_{R_2}(U, A, I)$ 。

与引理1、引理2以及定理3类似, 本文可以得到第二种压缩方法的下列结论。

引理 3 $\forall a \in A$, 若 $N(a)' \neq a'$, 则 $N(a)' \subset a'$ 。

引理 4 $\forall X \subseteq U, X^\diamond \subseteq X^\square$ 。

定理 4 设 (U, A, I) 为形式背景, 那么有 $L_{R_2}(U, A, I) \subseteq L_p(U, A, I)$ 。

定理4表明, 由式(2)压缩后不会产生新的节点, 即不会产生新概念, 并且压缩后的概念集为压缩前概念集的子集。

3 例子

本文针对一个形式背景, 构建其面向属性概念格, 并分别用第一种与第二种压缩方法对面向属性概念格进行压缩, 简化概念格。

设 (U, A, I) 为一个形式背景如表1所示, 对象集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 属性集 $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ 。其中1表示 $(x, m) \in I$, 0表示 $(x, m) \notin I$ 。

表1 形式背景 (U, A, I)

U	a	b	c	d	e	f	g
1	1	0	1	1	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1	0
3	0	1	0	0	1	0	0
4	0	1	0	0	1	1	1
5	1	0	0	0	0	0	0
6	1	1	0	0	1	1	0

则面向属性概念格如图1所示

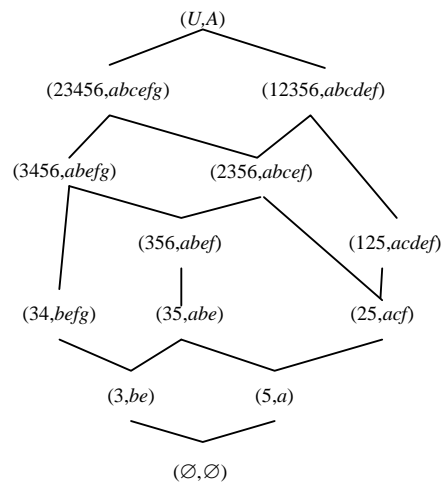


图1 $L_p(U, A, I)$

对于参数 δ 的选取应基于实际的对象特征和属性特征, 选取不同的 δ , 压缩的效果不同。如果 δ 选取较大(接近于1)或较小(接近于0), 那么应用第一种压缩方法会使得概念格的上部压缩的比较厉害, 而应用第二压缩方法会使得概念格的下部压缩的比较厉害, 都将不是有效的压缩结果。因此, 对于参数 δ 的选取可以根据实际问题 and 实际压缩的需要由专家

给出。

3.1 第一种压缩方法

对于形式背景 (U, A, I) ，用第一种压缩方法对其面向属性概念格进行压缩步骤为：

1) 计算对象间的相似度。

$R(1,1) = 1$	$R(1,2) = \frac{3}{5}$
$R(1,3) = \frac{1}{6}$	$R(1,4) = \frac{2}{7}$
$R(1,5) = \frac{1}{5}$	$R(1,6) = \frac{1}{2}$
$R(2,1) = \frac{3}{5}$	$R(2,2) = 1$
$R(2,3) = 0$	$R(2,4) = \frac{1}{6}$
$R(2,5) = \frac{1}{3}$	$R(2,6) = \frac{2}{5}$
$R(3,1) = \frac{1}{6}$	$R(3,2) = 0$
$R(3,3) = 1$	$R(3,4) = \frac{1}{2}$
$R(3,5) = 0$	$R(3,6) = \frac{1}{2}$
$R(4,1) = \frac{2}{7}$	$R(4,2) = \frac{1}{6}$
$R(4,3) = \frac{1}{2}$	$R(4,4) = 1$
$R(4,5) = 0$	$R(4,6) = \frac{3}{5}$
$R(5,1) = \frac{1}{5}$	$R(5,2) = \frac{1}{3}$
$R(5,3) = 0$	$R(5,4) = 0$
$R(5,5) = 1$	$R(5,6) = \frac{1}{4}$
$R(6,1) = \frac{1}{2}$	$R(6,2) = \frac{2}{5}$
$R(6,3) = \frac{1}{2}$	$R(6,4) = \frac{3}{5}$
$R(6,5) = \frac{1}{4}$	$R(6,6) = 1$

2) 选取 $\delta = 1/4$ ，分别计算所有的相似类和邻域以及邻域的“*”运算。

$[1] = \{1, 2, 4, 6\}$	$N(1) = \{1, 6\}$	$N(1)^* = \{a, e, f\}$
$[2] = \{1, 2, 5, 6\}$	$N(2) = \{2, 6\}$	$N(2)^* = \{a, f\}$
$[3] = \{3, 4, 6\}$	$N(3) = \{3, 4, 6\}$	$N(3)^* = \{b, e\}$
$[4] = \{1, 3, 4, 6\}$	$N(4) = \{4, 6\}$	$N(4)^* = \{b, e, f\}$
$[5] = \{2, 5, 6\}$	$N(5) = \{2, 5, 6\}$	$N(5)^* = \{a\}$

$$[6] = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad N(6) = \{6\}$$

$$N(6)^* = \{a, b, e, f\}$$

3) 用式(1)对面向属性概念格进行压缩，压缩后的格如图2所示。

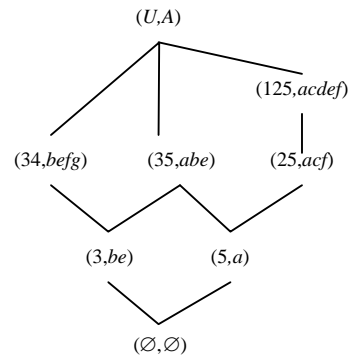


图2 $\delta = 1/4$ 时的 $L_{R_i}(U, A, I)$

图3为 $\delta = 3/5$ 时的压缩概念格。

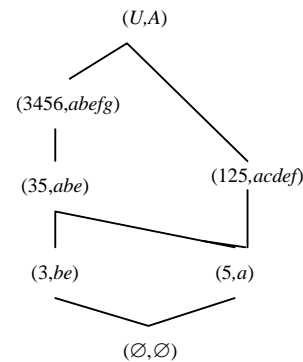


图3 $\delta = 3/5$ 时的 $L_{R_i}(U, A, I)$

第一种压缩方法的实质是保持 \diamond 不变，通过调整 x_i 的邻域 $N(x_i)$ 来控制节点的个数，从而动态地压缩面向属性概念格。

从该例可以看出，对象间的相似程度不同，压缩后的格结构是不同的。压缩的程度完全由相似程度控制。

3.2 第二种压缩方法

对于形式背景 (U, A, I) ，用第二种压缩方法对其面向属性概念格进行压缩步骤为：

1) 计算属性间的相似度。

$R(a, a) = 1$	$R(a, b) = \frac{1}{6}$
$R(a, c) = \frac{1}{2}$	$R(a, d) = \frac{1}{4}$
$R(a, e) = \frac{1}{3}$	$R(a, f) = \frac{3}{5}$
$R(a, g) = 0$	$R(b, a) = \frac{1}{6}$
$R(b, b) = 1$	$R(b, c) = 0$

$R(b,d)=0$	$R(b,e)=\frac{3}{4}$
$R(b,f)=\frac{2}{5}$	$R(b,g)=\frac{1}{3}$
$R(c,a)=\frac{1}{2}$	$R(c,b)=0$
$R(c,c)=1$	$R(c,d)=\frac{1}{2}$
$R(c,e)=\frac{1}{5}$	$R(c,f)=\frac{1}{2}$
$R(c,g)=0$	$R(d,a)=\frac{1}{4}$
$R(d,b)=0$	$R(d,c)=\frac{1}{2}$
$R(d,d)=1$	$R(d,e)=\frac{1}{4}$
$R(d,f)=\frac{1}{4}$	$R(d,g)=0$
$R(e,a)=\frac{1}{3}$	$R(e,b)=\frac{3}{4}$
$R(e,c)=\frac{1}{5}$	$R(e,d)=\frac{1}{4}$
$R(e,e)=1$	$R(e,f)=\frac{3}{5}$
$R(e,g)=\frac{1}{4}$	$R(f,a)=\frac{3}{5}$
$R(f,b)=\frac{2}{5}$	$R(f,c)=\frac{1}{2}$
$R(f,d)=\frac{1}{4}$	$R(f,e)=\frac{3}{5}$
$R(f,f)=1$	$R(f,g)=\frac{1}{4}$
$R(g,a)=0$	$R(g,b)=\frac{1}{3}$
$R(g,c)=0$	$R(g,d)=0$
$R(g,e)=\frac{1}{4}$	$R(g,f)=\frac{1}{4}$
$R(g,g)=1$	

2) 选取 $\delta = 2/5$, 分别计算所有的相似类和所有的邻域以及邻域的“ \cdot ”运算。

$[a] = \{a, c, f\}$	$N(a) = \{a, c, f\}$	$N(a)' = \{1, 2\}$
$[b] = \{b, e, f\}$	$N(b) = \{b, e, f\}$	$N(b)' = \{4, 6\}$
$[c] = \{a, c, d, f\}$	$N(c) = \{c\}$	$N(c)' = \{1, 2\}$
$[d] = \{c, d\}$	$N(d) = \{c, d\}$	$N(d)' = \{1\}$
$[e] = \{b, e, f\}$	$N(e) = \{b, e, f\}$	$N(e)' = \{4, 6\}$
$[f] = \{a, b, c, e, f\}$	$N(f) = \{f\}$	$N(f)' = \{1, 2, 4, 6\}$
$[g] = \{g\}$	$N(g) = \{g\}$	$N(g)' = \{4\}$

3) 由式(2)对面向属性概念格进行压缩, 压缩后的格如图4所示。

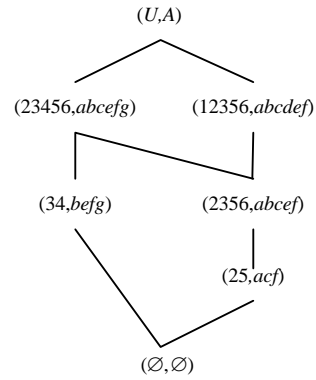


图4 $\delta = 2/5$ 时的 $L_{R_2}(U, A, I)$

图5为 $\delta = 1/2$ 时的压缩概念格。

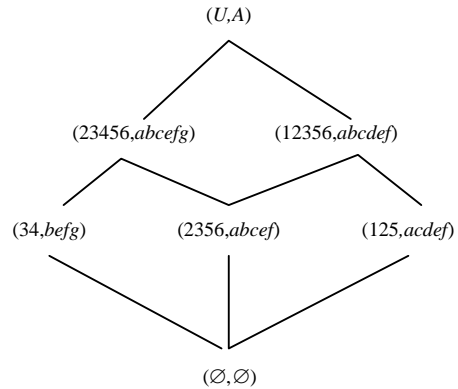


图5 $\delta = 1/2$ 时的 $L_{R_2}(U, A, I)$

第二种压缩方法的实质是保持 \square 运算不变, 通过调整 a_i 的邻域 $N(a_i)$ 来控制节点的个数, 从而动态地压缩面向属性概念格。

从该例可以看出, 属性间的相似程度不同, 压缩后的格结构是不同的。压缩的程度完全由相似程度控制。

4 结束语

概念格理论作为一种数据分析和知识处理的工具, 已被成功的应用于许多领域。本文主要介绍了两种压缩方法, 分别从对象的覆盖和属性的覆盖对面向属性概念格进行压缩, 并且压缩后的概念集为原概念集的子集。通过这两种方法, 可以控制面向属性概念格中节点的个数, 并且动态的压缩面向属性概念格, 删减不必要的概念, 从而为知识库的简化提供了一种有力的方法。对于 δ 的选取方法, 后续工作将会从理论角度给予详细地分析与解释。

参 考 文 献

[1] WILLE R. Restructuring lattice theory: an approach based

- on hierarchies of concepts[C]//Rival, Ordered Sets. Dordrecht-Boston: Reidel, 1982: 445-470.
- [2] GANTER B, WILLE R. Formal concept analysis mathematical foundations[M]. Berlin: Springer, 1999.
- [3] 胡可云, 陆玉昌, 石纯一. 概念格及其应用进展[J]. 清华大学学报, 2000, 40(9): 76-81.
HU Ke-yun, LU Yu-chang, SHI Chun-yi. Advances in concept lattice and its application[J]. Journal of Tsinghua University, 2000, 40(9): 76-81.
- [4] 胡可云. 基于概念格和粗糙集的数据挖掘方法研究[D]. 北京: 清华大学, 2001.
HU Ke-yun. Research on concept lattice and rough set based data mining methods[D]. Beijing: Tsinghua University, 2001.
- [5] PAWLAK Z. Rough sets[J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11: 341-356.
- [6] PAWLAK Z. Rough set, theoretical aspects of reasoning about data[M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [7] KENT R E. Rough concept analysis: a synthesis of rough sets and formal concept analysis[J]. Fundamental Informaticae, 1996, 27: 169-181.
- [8] DUNTSCH I, GEDIGA G. Approximation operators in qualitative data analysis[C]//Theory and Application of Relational Structures as Knowledge Instruments. Heidelberg: Springer, 2003.
- [9] GEDIGA G, DUNTSCH I. Modal-style operators in qualitative data analysis[C]//Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Data Mining. Washington, DC: IEEE, 2002.
- [10] YAO Y Y. Concept lattices in rough set theory[C]// Proceedings of 2004 Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Proceeding Society (NAFIPS 2004). Washington, DC: IEEE, 2004.
- [11] YAO Y Y. A comparative study of formal concept analysis and rough set theory in data analysis[J]. Lecture Notes in Artificial Intelligence, 2004, 3066: 59-68.
- [12] CHEUNG K S K, VOGEL D. Complexity reduction in lattice based information retrieval[J]. Information Retrieval, 2005, 8: 285-299.
- [13] CARPINETO C, ROMANO G. Using concept lattices for text retrieval and mining[C]//Formal Concept Analysis: Foundations and Applications. [S.l.]: [s.n.], 2005: 161-179.
- [14] KUMAR A C, SRINIVAS S. Concept lattice reduction using fuzzy K-Means clustering[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(3): 2696-2704.
- [15] DORING C, LESOT M J, KRUSE R. Data analysis with fuzzy clustering methods[J]. Computational Statistics and Data Analysis, 2006, 51(1): 192-214.
- [16] ZHU W. Relationship between generalized rough sets based on binary relation and covering[J]. Information Sciences, 2009, 179: 210-225.
- [17] 祝峰, 王飞跃. 关于覆盖广义粗集的一些基本结果[J]. 识别与人工智能, 2002, 15(1): 6-13.
Zhu Feng, Wang Fei-yue. Some results on covering generalized rough sets[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2002, 15(1): 6-13.

编辑 税红

(上接第241页)

- [10] NEAUPORT J, CORMONT P, LAMAINIERE L, et al. Concerning the impact of polishing induced contamination of fused silica optics on the laser-induced damage density at 351 nm[J]. Optics Communications, 2008, 281(14): 3802-3805.
- [11] CAMP D W, KOZLOWSKI M R, SHEEHAN L M, et al. Subsurface damage and polishing compound affect the 355 nm laser damage threshold of fused silica surfaces [C]//Laser-Induced Damage in Optical Materials: 1997. Boulder: SPIE, 1998: 356-364.
- [12] FEIT M D, CAMPBELL J, FAUX D, et al. Modeling of laser-induced surface cracks in silica at 355 nm[C]// Laser-Induced Damage in Optical Materials: 1997. Boulder: SPIE, 1998: 350-355.
- [13] FEIT M D, RUBENCHIK A M. Influence of subsurface cracks on laser induced surface damage[C]//Laser-Induced Damage in Optical Materials: 2003. Boulder: SPIE, 2004: 264-272.

编辑 黄莘