

# 双重迭代变分贝叶斯自适应卡尔曼滤波算法

陈金广<sup>1,2</sup>, 李洁<sup>1</sup>, 高新波<sup>1</sup>

(1. 西安电子科技大学电子工程学院 西安 710071; 2. 西安工程大学计算机科学学院 西安 710048)

**【摘要】**提出了一种新的自适应卡尔曼滤波算法。该算法假设系统过程噪声方差和量测噪声方差之间存在的函数关系已知,两种噪声方差随着时间变化且均未知。先令当前时刻的过程噪声方差等于前一时刻的过程噪声方差,通过变分贝叶斯近似的方法,在卡尔曼滤波框架下迭代求解当前时刻的量测噪声方差和状态估计,再利用假设中的函数关系获得新的过程噪声方差。对上述过程多次迭代,最终获得状态估计及协方差。仿真实验结果表明,该算法具有较高的滤波精度;在假设条件不确定的情况下仍具有较强的鲁棒性。

**关键词** 自适应卡尔曼滤波; 噪声方差未知; 状态估计; 变分贝叶斯近似

中图分类号 TN911.23

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2012.03.006

## Dual Recursive Variational Bayesian Adaptive Kalman Filtering Algorithm

CHEN Jin-guang<sup>1,2</sup>, LI Jie<sup>1</sup>, and GAO Xin-bo<sup>1</sup>

(1. School of Electronic Engineering, Xidian University Xi'an 710071;

2. School of Computer Science, Xi'an Polytechnic University Xi'an 710048)

**Abstract** A new adaptive Kalman filtering algorithm is presented. The new algorithm assumes that the variance relationship between process noise and measurement noise is known, but both kinds of variance are unknown and varying with time. At first, let the process noise variance at the current time point be equal to that at the prior time point. Applying the method of variational Bayesian approximation, the measurement noise variance and state estimation are solved under the framework of Kalman filter, and then a new process noise variance is obtained via the function relationship. After the process above is implemented for some runs, the final state estimation and covariance are obtained. Experimental results show that the new algorithm has higher accuracy; Furthermore, the new algorithm still has strong robustness when the assumption is uncertain.

**Key words** adaptive Kalman filter; noise variance unknown; state estimation; variational Bayesian approximation

滤波问题是指从被噪声污染的观测信号中过滤噪声,尽可能消除或减少噪声的干扰,获得未知真实信号或系统状态的最优估计。通常噪声、真实信号或状态均为随机过程,在自动控制、通讯、航空和航天等领域中有广泛的应用。经典的滤波算法是卡尔曼滤波(Kalman filter, KF)。卡尔曼滤波算法假定过程噪声和量测噪声是高斯白噪声序列,这些噪声的方差在求解过程中是已知量。如果噪声方差未知,则标准卡尔曼滤波算法失效。需要采用自适应卡尔曼滤波算法。

自适应卡尔曼滤波长期以来一直是学者研究的

热点。文献[1]对其进行了总结,将其分为贝叶斯方法、最大似然方法、相关和方差匹配方法4类,并给出了各自特点。文献[2]针对量测噪声方差未知且变化的情况,提出应用多个噪声方差模型的交互式多模型(interacting multiple model, IMM)估计算法,该算法通过把噪声方差划分为多级,从而形成多个滤波模型,但该算法时间复杂度很高,且事先需要已知噪声方差的转移矩阵,难以推广应用。同样针对量测噪声方差未知的情况,文献[3]提出了变分贝叶斯自适应卡尔曼滤波算法(variational bayesian approximation adaptive Kalman filtering, VBAKF),该

算法采用变分贝叶斯近似方法,通过迭代估计系统当前时刻的噪声协方差,不仅能较好地解决量测噪声未知情况下的滤波问题,而且还能在一定程度上适应量测噪声的变化,具有较好的估计性能。本文在以往的工作中对该方法做了泛化,利用扩维滤波和序贯滤波的思想,将其推广到多个传感器量测噪声方差未知情况下的多传感器融合过程中,提出了基于VBAKF的扩维集中式融合和基于VBAKF的序贯集中式融合两种算法<sup>[4]</sup>。对于量测噪声方差和过程噪声方差均未知的问题,文献[5]提出了扩展遗忘因子递推最小二乘算法(extended forgetting factor recursive least squares, EFRLS),将动态矩阵和遗忘因子融入到最小二乘方法中来弥补噪声方差,实现了单个传感器的滤波估计。文献[6]又对该方法进行了扩展,将EFRLS算法应用在多个传感器的信息融合过程中。文献[7-8]采用粒子滤波的方法实现自适应滤波,但是该类方法仍然只能处理噪声方差为常量的情况。

本文假设量测噪声方差和过程噪声方差事先均未知,但是知道两种方差之间的函数关系,在VBAKF算法的基础上,提出一种新的自适应滤波算法——双重迭代变分贝叶斯自适应卡尔曼滤波算法(dual recursive variational Bayesian approximation adaptive Kalman filtering, DRVBAKF)。该算法提供了一种新的不同于已知自适应卡尔曼滤波算法的假设条件,能够较好地处理噪声方差变化的情况,且具有较高的滤波精度。此外,即使假设中的函数关系不确定,通过粗略设定该函数,然后使用本文方法,仍能获得较高的滤波精度,从而使得该算法具有较大的应用价值。

## 1 变分贝叶斯近似

对于离散随机系统:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{x}_k$  为状态向量;  $\mathbf{y}_k$  为观测向量;  $\mathbf{F}_k$  为状态转移矩阵;  $\mathbf{H}_k$  为量测矩阵;  $\mathbf{v}_k$  表示均值为零方差为  $\mathbf{Q}_k$  的过程噪声;  $\mathbf{w}_k$  表示均值为零方差为  $\Sigma_k$  的量测噪声,过程噪声和量测噪声均服从高斯分布。如果假设过程噪声方差已知,则可以采用变分贝叶斯自适应卡尔曼滤波算法计算出量测噪声方差,从而获得滤波结果。

变分贝叶斯方法是一种近似求解参数后验概率

分布的迭代优化算法。在贝叶斯估计中,所有超参数集为  $\xi$ ,所有中间隐变量集为  $\eta$ ,观测变量为  $\mathbf{y}$ ,变分贝叶斯方法就是利用后验密度的近似因子分解形式  $Q(\xi)$  逼近后验分布<sup>[9-11]</sup>。由于式(1)和式(2)所表示系统中未知量为  $\mathbf{x}_k$  和  $\Sigma_k$ ,则在已知观测  $\mathbf{y}_{1:k}$  条件下的后验分布为  $p(\mathbf{x}_k, \Sigma_k | \mathbf{y}_{1:k})$ 。假定状态向量  $\mathbf{x}_k$  和量测误差方差  $\Sigma_k$  近似相互独立,则:

$$p(\mathbf{x}_k, \Sigma_k | \mathbf{y}_{1:k}) \approx Q_x(\mathbf{x}_k) Q_\Sigma(\Sigma_k) \quad (3)$$

再计算后验概率密度真实值和近似值之间的Kullback-Leibler散度为下:

$$\text{KL}[Q_x(\mathbf{x}_k) Q_\Sigma(\Sigma_k) \| p(\mathbf{x}_k, \Sigma_k | \mathbf{y}_{1:k})] = \int Q_x(\mathbf{x}_k) Q_\Sigma(\Sigma_k) \lg \frac{Q_x(\mathbf{x}_k) Q_\Sigma(\Sigma_k)}{p(\mathbf{x}_k, \Sigma_k | \mathbf{y}_{1:k})} d\mathbf{x}_k d\Sigma_k \quad (4)$$

为了最小化Kullback-Leibler散度,使用变分积分方法<sup>[3]</sup>对下式进行迭代计算,即:

$$Q_x(\mathbf{x}_k) \propto \exp\left(\int \lg p(\mathbf{y}_k, \mathbf{x}_k, \Sigma_k | \mathbf{y}_{1:k-1}) Q_\Sigma(\Sigma_k) d\Sigma_k\right) \quad (5)$$

$$Q_\Sigma(\Sigma_k) \propto \exp\left(\int \lg p(\mathbf{y}_k, \mathbf{x}_k, \Sigma_k | \mathbf{y}_{1:k-1}) Q_x(\mathbf{x}_k) d\mathbf{x}_k\right) \quad (6)$$

## 2 迭代变分贝叶斯自适应卡尔曼滤波

由于式(5)和式(6)是对偶的,不能直接进行计算。在卡尔曼滤波框架下,可知  $Q_x(\mathbf{x}_k)$  服从正态分布,而  $Q_\Sigma(\Sigma_k)$  服从逆伽玛分布,即<sup>[3]</sup>:

$$Q_x(\mathbf{x}_k) = \mathbf{N}(\mathbf{x}_k | \mathbf{m}_k, \mathbf{P}_k) \quad (7)$$

$$Q_\Sigma(\Sigma_k) = \prod_{i=1}^d \text{InvGamma}(\sigma_{k,i}^2 | \alpha_{k,i}, \beta_{k,i}) \quad (8)$$

其中,参数  $\mathbf{m}_k$ 、 $\mathbf{P}_k$ 、 $\alpha_{k,i}$ 、 $\beta_{k,i}$  分别为:

$$\mathbf{m}_k = \mathbf{m}_k^- + \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \hat{\Sigma}_k)^{-1} (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_k^-) \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \hat{\Sigma}_k)^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \quad (10)$$

$$\alpha_{k,i} = 0.5 + \alpha_{k-1,i} \quad (11)$$

$$\beta_{k,i} = \beta_{k-1,i} + 0.5[(\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_k)_i]^2 + (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T)_{ii} \quad (12)$$

式中,  $i=1,2,\dots,d$ ,  $d$  为量测噪声方差的维数;下标  $ii$  表示求取矩阵中的对角线元素,并将其作为行向量。此外,量测噪声为:

$$\hat{\Sigma}_k = \text{diag}\left[\frac{\beta_{k,1}}{\alpha_{k,1}}, \frac{\beta_{k,2}}{\alpha_{k,2}}, \dots, \frac{\beta_{k,d}}{\alpha_{k,d}}\right] \quad (13)$$

此处假定量测噪声方差  $\Sigma_k$  中各个分量互不相关,即  $\Sigma_k$  可以写成一个对角阵的形式  $\Sigma_k = \text{diag}(\sigma_{k,1}^2, \sigma_{k,2}^2, \dots, \sigma_{k,d}^2)$ ,  $d$  表示量测维数。

从上述过程可以看出,最小化式(4)实际上转化为迭代求解式(7)~式(13)。经过数次迭代可以计算出量测噪声方差  $\hat{\Sigma}_k$ ,也可以计算出此时对应的状态向量估计值  $\hat{\mathbf{x}}_k$  及其协方差  $\mathbf{P}_k$ 。

### 3 双重迭代变分贝叶斯自适应卡尔曼滤波

假设式(1)和式(2)所表示的系统中噪声方差之间存在如下关系:

$$\mathbf{Q}_k = g(\boldsymbol{\Sigma}_k) \quad (14)$$

其中, 噪声方差  $\boldsymbol{\Sigma}_k$  和  $\mathbf{Q}_k$  均是未知量。本文在该假设下寻求新的滤波算法。

如果事先给定当前时刻的过程噪声方差一个估计值, 如令  $\hat{\mathbf{Q}}_k = \hat{\mathbf{Q}}_{k-1}$ , 则利用VBAKF算法可以计算出此时对应的量测噪声方差  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_k$ ; 然后通过式(14)计算新的过程噪声方差, 再利用新的过程噪声方差计算新的量测噪声方差。经过迭代, 最终获得比较精确的  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_k$  和  $\hat{\mathbf{Q}}_k$ 。此处假定过程噪声方差初值  $\hat{\mathbf{Q}}_0 = \mathbf{Q}_0$ 。

为了能够适应真实量测噪声的变化, 在计算过程中使用衰减系数  $\rho$  来描述当前量测噪声水平与前一时刻量测噪声的关系, 有:

$$\alpha_{k,i}^- = \rho_i \alpha_{k-1,i}, \quad \beta_{k,i}^- = \rho_i \beta_{k-1,i} \quad i=1,2,\dots,d \quad (15)$$

其中  $\rho_i \in (0,1]$ 。当  $\rho_i = 1$  时, 表示相应的量测噪声方差是平稳的, 前一时刻和当前时刻的量测噪声差异较小; 当  $\rho_i$  取较小值时, 表示量测噪声方差不稳定, 前一时刻和当前时刻的量测噪声差异较大。

综上所述, 双重迭代变分贝叶斯自适应卡尔曼滤波算法(DRVBAKF)步骤如下:

输入:  $\mathbf{H}_k, \mathbf{y}_k, \mathbf{F}_{k-1}, \hat{\mathbf{Q}}_{k-1}, \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \hat{\mathbf{P}}_{k-1}, \alpha_{k-1}, \beta_{k-1}, \rho$

输出:  $\hat{\mathbf{x}}_k, \hat{\mathbf{P}}_k, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_k, \hat{\mathbf{Q}}_k, \alpha_k, \beta_k$

1) 令  $\mathbf{Q}_k = \hat{\mathbf{Q}}_{k-1}$ ;

2) 状态向量的一步预测,  $\mathbf{m}_k^- = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ ,

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k;$$

3) 利用式(15)计算量测噪声分量下一步的逆伽玛密度函数参数;

4) 设置内层迭代初值,  $\mathbf{m}_k = \mathbf{m}_k^-$ ,  $\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^-$ ,

$$\alpha_{k,i} = 0.5 + \alpha_{k,i}^-, \quad \beta_{k,i} = \beta_{k,i}^-, i=1,\dots,d;$$

5) 利用式(9)~式(13)进行迭代, 直到量测噪声方差  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_k$  前后两次差值小于某值或达指定迭代次数为止;

6) 将  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_k$  带入(14)计算出新的  $\hat{\mathbf{Q}}_k$ , 如果尚未达到外层循环最大迭代次数, 则令  $\mathbf{Q}_k = \hat{\mathbf{Q}}_k$ , 转到步骤1)否则, 令  $\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{m}_k$ ,  $\hat{\mathbf{P}}_k = \mathbf{P}_k$ , 退出循环。

### 4 仿真实验及结果分析

考虑目标跟踪例子<sup>[12]</sup>, 其离散动态方程和量测方程分别为:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \mathbf{G} \mathbf{v}_k \quad (16)$$

$$\mathbf{y}_k = [1 \quad 0] \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (17)$$

式中, 状态变量  $\mathbf{x} = [\xi \quad \dot{\xi}]^T$ , 分别表示目标位置分量和速度分量; 噪声矩阵  $\mathbf{G} = [T^2/2 \quad T]^T$ ; 过程噪声  $\mathbf{v}_k$  和量测噪声  $\mathbf{w}_k$  是相互独立的零均值高斯白噪声, 方差分别为  $\mathbf{Q}_k$  和  $\mathbf{R}_k$ 。两种噪声方差之间的函数关系假设为:

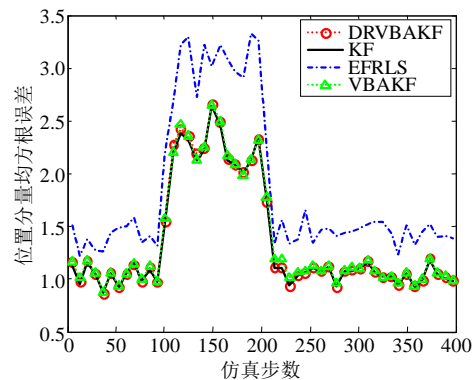
$$\mathbf{Q}_k = \varpi \mathbf{G} \mathbf{R}_k \mathbf{G}^T \quad (18)$$

实验中参数设定如下:  $\mathbf{x}_0 = [0 \quad 0]^T$ ,  $\mathbf{P}_0 = \text{diag}([10 \quad 1; 1 \quad 10])$ ,  $T=1$ ,  $\rho = 0.93$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $\beta_1 = 1$ , 仿真步数为400步。传感器的真实量测噪声方差取值如图2所示。在下面的实验中分别使用KF、VBAKF<sup>[3]</sup>、EFRLS<sup>[5]</sup>和DRVBAKF算法, 采用Monte Carlo方法仿真100次。其中, EFRLS算法中选取参数  $\alpha = 0.5$ , 此时该算法能获得较好的误差性能。

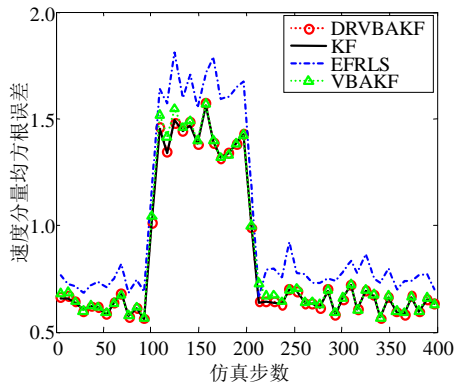
实验1 算法有效性分析。

令量测噪声方差和过程噪声方差的关系如式(18), 其中  $\varpi=0.1$ , 计算各种算法的均方根误差(root mean square error, RMSE), 结果如图1所示。图1a表明各种算法都能够对位置分量进行有效估计。其中, KF误差最小, 而VBAKF和DRVBAKF误差与KF基本一致, 当两种噪声方差均未知且没有其他先验知识, 采用EFRLS获得的误差比其他几种算法高。图1b速度分量与位置分量的误差情况类似, 说明采用DRVBAKF可以获得和KF基本相同的误差性能。

在滤波过程中, 用VBAKF和DRVBAKF估计出来的不同时刻的量测噪声方差结果如图2所示。图2表明, DRVBAKF估计出来的量测噪声方差更接近真实值, 意味着DRVBAKF比VBAKF获得的状态估计更精确, 造成该现象的原因在于前者与后者的假设条件相比显得更强烈。



a. 位置分量误差



b. 速度分量误差

图1 当 $\omega=0.1$ 时状态向量估计误差

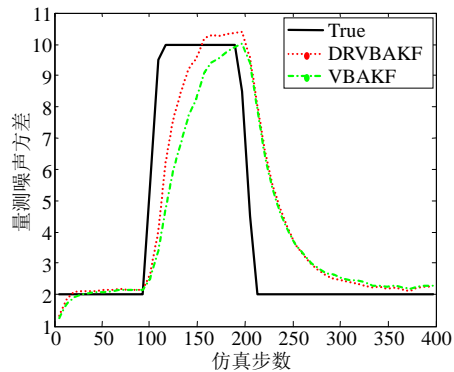


图2 不同算法在滤波过程中对量测噪声方差的估计值

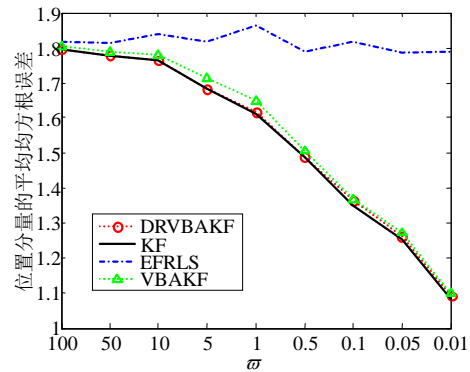
实验2  $\omega$ 取不同值条件下的滤波性能。

$\omega$ 的取值决定了两种噪声方差之间差异的大小。实验中首先固定真实量测噪声方差的变化情况,如图2中真实值所示,而真实过程噪声方差使用式(18)计算得到,然后采用不同算法对其滤波,计算各种噪声比情况下各种算法滤波结果的均方根误差的均值(方便起见,图中仍用RMS表示)。实验中取 $\omega=\{100,50,10,5,1,0.5,0.1,0.05,0.01\}$ ,结果如图3所示。图3a位置分量误差表明,当 $\omega>50$ 时,EFRLS误差和其他几种算法误差较为接近;当 $\omega$ 逐渐变小时,EFRLS误差性能没有明显改善,但其他3种算法滤波误差不断降低。其中,DRVBAKF和KF误差非常接近,VBAKF比DRVBAKF稍差一些。图3b速度分量误差表明,几种算法的误差大小关系依然是KF最好,DRVBAKF误差和KF基本一致,VBAKF稍差一些,而EFRLS误差较大。这一结果和实验1相同。

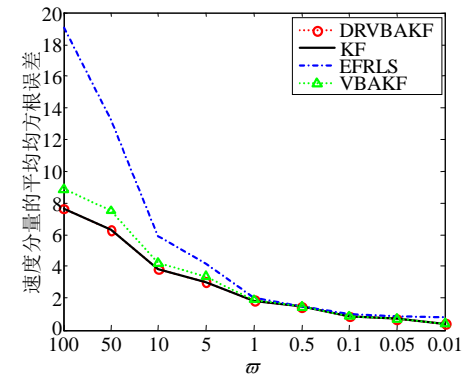
实验3 算法鲁棒性分析。

在实际应用中,过程噪声方差和量测噪声方差之间的函数关系很难得知,但是可以粗略地估计这种函数关系。为了研究在不确切知道两种噪声方差之间函数关系情况下本文算法的误差情况,令真实量测噪声方差如图2所示,过程噪声方差则分别利用

式(18)和参数 $\omega=\{10,8,6,4,2,1,0.8,0.6,0.4,0.2,0.1\}$ 计算获得。在使用DRVBAKF时,假定不确切知道两种方差之间的函数关系,均令 $\omega=1$ ,然后计算各种算法滤波结果的平均均方根误差,结果如图4所示。图4a表明,当 $\omega\in[0.1,4]$ 时,DRVBAKF误差小于EFRLS误差;当 $\omega<2$ 时,DRVBAKF位置分量误差小于VBAKF,与KF误差性能接近。图4b表明,当 $\omega>0.4$ 时,DRVBAKF比VBAKF速度分量误差小,也比EFRLS误差小,但是比KF误差大。上述实验现象说明,当真实方差之比估计的越准确,误差性能越好,越接近KF误差,当与真实方差之比存在较大误差(例如小于4倍)时,应用DRVBAKF仍能获得较低的滤波误差。这一结论表明了在不确切知道两种噪声方差之间的关系的情况下,DRVBAKF具有一定的鲁棒性。



a. 位置分量误差



b. 速度分量误差

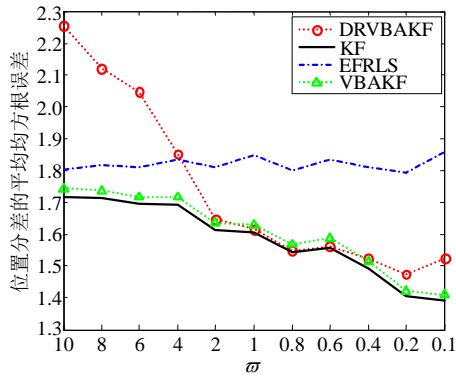
图3  $\omega$ 取不同值的条件下状态向量估计误差

实验4 迭代次数对滤波精度的影响。

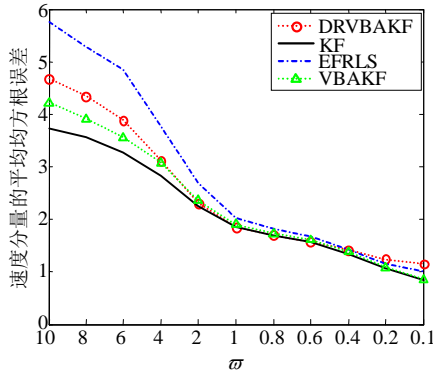
在已知过程噪声方差的条件下,采用VBAKF算法的内层循环收敛速度很快,平均大概迭代2到3次<sup>[3]</sup>。为了说明本文算法中外层循环次数对滤波结果误差性能的影响,进行实验验证。采用不同的迭代次数分别计算整个滤波过程的均方根误差的平均值,结果如图5所示,为了对比,同时给出了相应的Kalman滤波误差结果。由图5知,新算法误差收敛很快,只

需要迭代2次, 误差即可收敛到一个稳定结果。这说明本文算法花费的时间复杂度代价不会很大。

这说明新算法具有较强的鲁棒性。该特征在一定程度上削弱了算法的假设条件, 从而使新算法具有较大的应用价值, 值得结合各种应用实例做进一步研究。



a. 位置分量误差



b. 速度分量误差

图4 算法鲁棒性

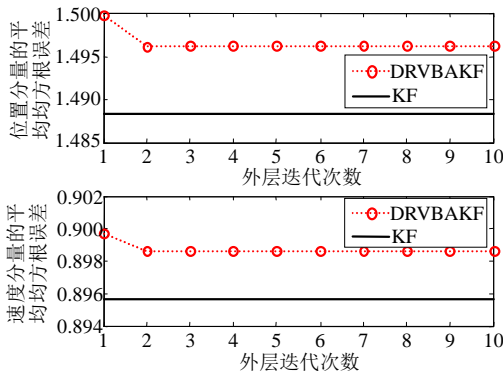


图5 外层迭代次数阈值对应的滤波误差

### 5 结 论

本文给出了一种新的自适应卡尔曼滤波算法假设, 并针对该假设提出了一种新的自适应卡尔曼滤波算法。新算法利用变分贝叶斯近似方法, 在卡尔曼滤波框架下进行两重迭代, 估算当前时刻的量测噪声方差和过程噪声方差, 最终获得状态估计及其协方差。而且, 在假设条件不确知的条件下, 通过粗略设定假设条件中的函数关系, 滤波结果仍较好,

### 参 考 文 献

[1] MEHRA R K. Approaches to adaptive filtering[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1972, 17(5): 693-698.

[2] LI X R, BAR-SHALOM Y. A recursive multiple model approach to noise identification[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1994, 30(3): 671-684.

[3] SÄRKKÄ S, NUMMENMAA A. Recursive noise adaptive Kalman filtering by variational Bayesian approximations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(3): 596-600.

[4] GAO X, CHEN J, TAO D, et al. Multi-sensor Centralized Fusion without Measurement Noise Covariance by Variational Bayesian Approximation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(1): 718-727.

[5] ZHU Y M. Efficient recursive state estimator for dynamic systems without knowledge of noise covariances[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(1): 102-114.

[6] ZHU Y M, ZHANG K S, LI X R. Fusion of distributed extended forgetting factor RLS state estimators[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(2): 457-467.

[7] STORVIK G. Particle filters in state space models with the presence of unknown static parameters[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(2): 281-289.

[8] DJURIC P M, MIGUEZ J. Sequential particle filtering in the presence of additive Gaussian noise with unknown parameters[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Orlando, Florida: IEEE, 2002.

[9] PENNY W, ROBERTS S. Bayesian methods for autoregressive models[C]//Proceedings of the IEEE Signal Processing Society Workshop. Sydney, Australia: IEEE, 2000.

[10] KANAZAKI H, YAIRI T, MACHIDA K, et al. Variational Bayes data association filter[C]//Proceedings of the 3rd International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information. Melbourne, Australia: IEEE, 2007.

[11] BEAL M J. Variational algorithms for approximate Bayesian inference[D]. London, England: the Gatsby Computational Neuroscience Unit, University College London, 2003.

[12] BAR-SHALOM Y, LI X R, KIRUBARAJAN T. Estimation with applications to tracking and navigation[M]. New York: Wiley-Interscience, 2001.

编辑 税红