

# 均匀圆阵相干信源DOA估计的差分算法

谢菊兰, 李会勇, 何子述

(电子科技大学电子工程学院 成都 611731)

**【摘要】**提出了一种新的均匀圆阵解相干算法。在模式空间中,均匀圆阵被转换为一虚拟的均匀线阵。利用该虚拟线阵的特殊阵列模型结构可重构一差分矩阵,使其秩只与相干(或相关)信号的波达方向(DOA)有关。该算法可使得非相干信源与相关(或相干)信源分辨开,且通过利用常规超分辨方法估计不相关源和相关源的空间谱,再利用差分矩阵中包含的相干及相关源信息分辨相关及相干信源,可重复利用阵列接收数据,从而分辨更多信源。仿真结果验证了该算法的有效性。

**关键词** 相干信号; 差分算法; 波达方向; 模式空间; 空间平滑

中图分类号 TN911

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2012.04.007

## DOA Estimation of Coherent Sources Using Difference Algorithm with the Uniform Circular Arrays

XIE Ju-lan, LI Hui-yong, and HE Zi-shu

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 611731)

**Abstract** This paper describes a new technique to estimate the direction of arrival (DOA) of coherent signals using a uniform circular array. Such an array may be transformed into a virtual uniform linear array in mode space. By exploiting the property of the virtual uniform linear array, a difference matrix can be constructed, whose rank is only related to the directions of arrival of correlated signals. This method can resolve the uncorrelated sources and coherent sources separately. In this way a conventional algorithm can estimate the DOA of uncorrelated sources, while the proposed algorithm can estimate the DOA of correlated and coherent sources. Thus the output data of the array are used repeatedly, and more sources can be estimated with fewer sensors. The effectiveness of the method is illustrated through a number of numerical examples.

**Key words** coherent sources; difference algorithm; direction of arrival; mode space; spatial smoothing

均匀圆阵在方位角方向上可以提供360°的覆盖范围,此外,它还能进行二维DOA估计,无相位模糊现象,并且在各个方向上具有相同的测向性能。基于以上优点,相较于均匀线阵,均匀圆阵更适于被应用在雷达、声纳和无线通信等领域,所以均匀圆阵的DOA估计逐渐成为研究热点。在实际的电磁信号环境中,由于多径效应和瞄准式干扰的影响,相干信号普遍存在。因此对均匀圆阵的相干信源DOA估计进行研究很有必要。

对于均匀圆阵,在相干信号存在的情况下,目前已提出3种典型方法来解决这一问题。1) 利用Davies<sup>[1]</sup>变换,把均匀圆阵转换为模式空间的虚拟线阵,然后基于空间平滑<sup>[2-3]</sup>来纠正协方差矩阵,再应用MUSIC或其他一些方法<sup>[4-5]</sup>进行处理。该方法也是

目前应用最广的一种方法,但是该方法减小了阵元数和阵面孔径,进而减小了可估计的信源数目,同时也使得对非相关信号源的DOA估计性能下降;另空间平滑也增加了计算量。2) 利用内插技术<sup>[6-7]</sup>在一定的角度范围内,把均匀圆阵转换为多个间隔相等的均匀圆阵,或者把均匀圆阵转换为均匀线阵,然后基于类似空间平滑的原理来纠正协方差矩阵,使其去相干。此类方法需要把整个方位角区域分为很多个区域,然后计算各个区域的内插变换矩阵,计算量很大,而且该方法的估计结果受内插变化矩阵的误差影响,同时信噪比门限较高。3) 思想是将整个圆阵作间距小于半波长的等间距平行移动<sup>[8-9]</sup>(这实际上等效于利用阵列的平移),给阵列信号各分量附加上一频移,经平均后,即可达到去相干处理的

收稿日期: 2010-10-08; 修回日期: 2011-10-25

基金项目: 国家自然科学基金(1102142, 11076006, 61032010); 中央高校基本科研基金(2XGX2010J015)

作者简介: 谢菊兰(1981-),女,博士生,主要从事自适应阵列信号处理方面的研究。

目的。该方法需要移位在很短时间内完成,这在实际应用中不好把握;另还需预先知道相干干扰源数,以此确定移位次数。

最近,一种新的相干信源DOA估计算法<sup>[10]</sup>被提出。该算法利用特殊的天线阵列模型,重构一个Toeplitz矩阵,使其秩只与信号的波达方向有关,而不受信号相关性的影响,从而达到去相关的目的。该方法被应用到均匀圆阵的相干信源DOA<sup>[11-12]</sup>估计中,其中文献[11]为其算法取名为MODE-TOEP。然而上述所有的方法均没有兼顾相干及非相关信源的分辨。针对该问题,本文提出了均匀圆阵的相干信源DOA估计的差分算法。该方法首先利用常规方法如MUSIC算法估计出非相关信源的DOA,然后再利用模式空间中均匀圆阵的虚拟线阵的特殊性重构一差分矩阵,使得非相干信源与相干(或相关)信源分辨开,从而使其秩只与相干信号的波达方向有关,进而重复利用阵列接收数据,分辨更多信源数。相比常规的均匀圆阵的谱估计算法,本文提出的算法具有更强的信源过载能力。本文选取计算量相对较小,工程应用可行性高的均匀圆阵模式空间的空间平滑算法(MODE-SS)以及MODE-TOEP与本文算法进行性能对比。

## 1 数据模型及阵列预处理

设 $D$ 个窄带远场信源入射到一个由 $M$ 个阵元构成的均匀圆阵上,为简单起见,这里假定所有信源都与阵列共面,亦即可以仅考虑信源方位角。若信源入射角为 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D\}$ ,则阵列信号的数学模型为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$  为 $M$ 个阵元输出;  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_D)]$ ;  $\mathbf{a}(\theta_i) = [e^{j\phi_{i,1}}, e^{j\phi_{i,2}}, \dots, e^{j\phi_{i,M}}]^T$ , 其中  $\phi_{i,m} = 2\pi r \cos(\theta_i - \varphi_m) / \lambda$ ,  $\varphi_m = 2\pi(m-1)/M$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ ;  $(\cdot)^T$  表示转置;  $\lambda$  为载波波长;  $r$  为均匀圆阵的半径;  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_D(t)]^T$ ,  $s_i(t)$  是第 $i$ 个平面波的复振幅;  $\mathbf{v}(t) = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_M(t)]^T$ ,  $v_i(t)$  为零均值、方差为 $\sigma^2$ 的白噪声,且与信号源不相关。

利用Davies变换,则有:

$$\mathbf{a}_v(\theta_i) = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{a}(\theta_i) = \left[ e^{-jN\theta_i}, e^{-j(N-1)\theta_i}, \dots, 1, \dots, e^{jN\theta_i} \right]^T \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{J}$  是 $(2N+1) \times (2N+1)$ 的对角矩阵;  $\mathbf{W}$  是 $(2N+1) \times M$ 的矩阵,且有:

$$\mathbf{J}_{(n+N+1, n+N+1)} = \sqrt{M} j^n \mathbf{J}_n(2\pi r / \lambda) \quad (3)$$

$$[\mathbf{W}]_{(n+N+1, m)} = \frac{1}{\sqrt{M}} e^{j \frac{2\pi m(m-1)}{M}} \quad (4)$$

其中,  $n = -N, -N+1, \dots, N$ ;  $m = 1, 2, \dots, M$ 。对于预先确定好的 $\varepsilon$ ,  $N$ 的值由下式确定:

$$\max \left\{ N \left| N \leq \frac{M-1}{2} \text{ and } \frac{|J_{N-M}(kr)|}{|J_N(kr)|} < \varepsilon \right. \right\} \quad (5)$$

模式空间的阵列流形具有了Vandermonde形式,从而原来的均匀圆阵已经变换成了具有 $2N+1$ 个模式阵元的虚拟均匀线阵。虚拟阵列的信号输出为:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{x}(t) = \mathbf{A}_v \mathbf{s}(t) + \tilde{\mathbf{v}}(t) \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{A}_v = [\mathbf{a}_v(\theta_1), \mathbf{a}_v(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_v(\theta_D)]$ ;  $\tilde{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{v}(t)$ 。其对应的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_y = E[\mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t)] = \mathbf{A}_v \mathbf{R}_s \mathbf{A}_v^H + \sigma^2 \mathbf{J}^{-1} (\mathbf{J}^{-1})^H \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t) \mathbf{s}^H(t)]$ 。变换后的虚拟阵列孔径减小,并且噪声功率发生了变化<sup>[13-14]</sup>。

## 2 均匀圆阵模式空间的相干信源DOA估计的差分算法

### 2.1 算法的基本原理

假设 $D$ 个信号中,前 $L$ 个是相干的,其余各信号间不相干,则第 $n$ 个虚拟阵元上的接收信号为:

$$y_n(t) = s_1(t) \sum_{i=1}^L \beta_i e^{jn\theta_i} + \sum_{i=L+1}^D s_i(t) e^{jn\theta_i} + \tilde{v}_n(t) \quad (8)$$

式中,  $n = -N, -N+1, \dots, 0, \dots, N$ ;  $\beta_i = \rho_i e^{j\Delta\phi_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, L$ ;  $\rho_i > 0$ 。定义第 $n$ 个和第 $k$  ( $k \geq 0$ ) 个虚拟阵元上接收信号的互相关为:

$$r_k(n) = E[y_k(t) y_n^*(t)] = P_1 \sum_{i=1}^L \beta_i e^{jk\theta_i} \sum_{i=1}^L \beta_i^* e^{-jn\theta_i} + \sum_{i=L+1}^D P_i e^{jk\theta_i} e^{-jn\theta_i} + E[\tilde{v}_k(t) \tilde{v}_n^*(t)] \quad (9)$$

式中,  $(\cdot)^*$  表示共轭;  $P_i = E[s_i(t) s_i^*(t)]$ ,  $i = 1, L+1, L+2, \dots, D$ 。且:

$$E[\tilde{v}_k(t) \tilde{v}_n^*(t)] = \begin{cases} \sigma^2 / M J_k^2(2\pi r / \lambda) & n = k \\ 0 & n \neq k \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $k=0, 1, \dots, N$ 。同理,对应的第 $-k$  ( $-k \leq 0$ ) 个与第 $-n$  个虚拟阵元上的接收信号的互相关为:

$$r_{-k}(-n) = E[y_{-k}(t) y_{-n}^*(t)] = P_1 \sum_{i=1}^L \beta_i e^{-jk\theta_i} \sum_{i=1}^L \beta_i^* e^{jn\theta_i} +$$

$$\sum_{i=L+1}^D P_i e^{-jk\theta_i} e^{jn\theta_i} + E[\tilde{v}_{-k}(t)\tilde{v}_{-n}^*(t)] \quad (11)$$

设  $c_k = \sum_{i=1}^L \beta_i e^{jk\theta_i}$ ,  $c_{-k} = \sum_{i=1}^L \beta_i e^{-jk\theta_i}$ , 则有:

$$\begin{aligned} r_k(n) - r_{-k}^*(-n) &= P_1 \sum_{i=1}^L (c_k \beta_i^* - c_{-k}^* \beta_i) e^{-jn\theta_i} + \\ &\sum_{i=L+1}^D P_i (e^{jk\theta_i} e^{-jn\theta_i} - e^{jk\theta_i} e^{-jn\theta_i}) + \\ E[\tilde{v}_k(t)\tilde{v}_n^*(t)] - E[\tilde{v}_{-k}(t)\tilde{v}_{-n}^*(t)] &= \\ P_1 \sum_{i=1}^L (c_k \beta_i^* - c_{-k}^* \beta_i) e^{-jn\theta_i} &\quad (12) \end{aligned}$$

经上所述处理后, 不相关信源和噪声都被抵消, 剩下的只是相干信号了。因此模式变换经式(12)处理后, 噪声的影响被消除。用第  $k$  个虚拟阵元与所有虚拟阵元的接收信号的互相关构造如下  $(N+1) \times (N+1)$  维的 Toeplitz 矩阵:

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} r_k(0) & r_k(1) & \cdots & r_k(N) \\ r_k(-1) & r_k(0) & \cdots & r_k(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_k(-N) & r_k(-N+1) & \cdots & r_k(0) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_1 \mathbf{C}_k \mathbf{A}_1^H + \mathbf{V}_k \quad (13)$$

式中,  $(\cdot)^H$  表示共轭转置;  $\mathbf{A}_1 = [\tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_1) \quad \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_2) \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_D)]$  包含所有信源的波达角 (DOA) 信息;  $\tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_i) = [1 \quad e^{j\theta_i} \quad \cdots \quad e^{jN\theta_i}]^T$ ;  $D \times D$  维的对角矩阵  $\mathbf{C}_k = \text{diag}(P_1 c_k \beta_1^*, P_1 c_k \beta_2^*, \cdots, P_1 c_k \beta_L^*, P_{L+1} e^{jk\theta_{L+1}}, \cdots, P_D e^{jk\theta_D})$ 。由式(9)可知, 对于矩阵  $\mathbf{V}_k$ , 当  $k > 0$  时,  $\mathbf{V}_k(i, i+k) = \sigma^2 / MJ_k^2 (2\pi r / \lambda)$ ,  $i=1, 2, \cdots, N+1-k$ , 其他元素为 0, 即  $\mathbf{V}_k$  此时是一上三角 Toeplitz 矩阵, 只有平行于对角线的第  $k$  行有值; 当  $k=0$  时,  $\mathbf{V}_k$  是一个对角矩阵, 对角元素为  $\mathbf{V}_k(i, i) = \sigma^2 / MJ_0^2 (2\pi r / \lambda)$ ,  $i=1, 2, \cdots, N+1$ 。同理, 用对应的第  $-k$  个虚拟阵元与所有虚拟阵元的接收信号的互相关可构造如下  $(N+1) \times (N+1)$  维的 Toeplitz 矩阵:

$$\mathbf{R}_{-k} = \begin{bmatrix} r_{-k}(0) & r_{-k}(1) & \cdots & r_{-k}(N) \\ r_{-k}(-1) & r_{-k}(0) & \cdots & r_{-k}(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{-k}(-N) & r_{-k}(-N+1) & \cdots & r_{-k}(0) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_1 \mathbf{C}_{-k} \mathbf{A}_1^H + \mathbf{V}_{-k} \quad (14)$$

式中,  $D \times D$  维的对角矩阵  $\mathbf{C}_{-k} = \text{diag}(P_1 c_{-k} \beta_1^*, P_1 c_{-k} \beta_2^*, \cdots, P_1 c_{-k} \beta_L^*, P_{L+1} e^{-jk\theta_{L+1}}, \cdots, P_D e^{-jk\theta_D})$ ; 对于矩

阵  $\mathbf{V}_{-k}$ ,  $\mathbf{V}_{-k}(i+k, i) = \sigma^2 / MJ_k^2 (2\pi r / \lambda)$ ,  $i=1, 2, \cdots, N+1-k$ , 其他元素为 0, 即  $\mathbf{V}_{-k}$  此时是一下三角 Toeplitz 矩阵, 只有平行于对角线的第  $k$  行有值, 且有  $\mathbf{V}_k = \mathbf{V}_{-k}^H$ 。按如下构造差分矩阵:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{R}}_k &= \mathbf{R}_k - \mathbf{R}_{-k}^H = \\ &\begin{bmatrix} r_k(0) & r_k(1) & \cdots & r_k(N) \\ r_k(-1) & r_k(0) & \cdots & r_k(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_k(-N) & r_k(-N+1) & \cdots & r_k(0) \end{bmatrix} - \\ &\begin{bmatrix} r_{-k}^*(0) & r_{-k}^*(-1) & \cdots & r_{-k}^*(-N) \\ r_{-k}^*(1) & r_{-k}^*(0) & \cdots & r_{-k}^*(-N+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{-k}^*(N) & r_{-k}^*(N-1) & \cdots & r_{-k}^*(0) \end{bmatrix} = \\ &\mathbf{A}_1 (\mathbf{C}_k - \mathbf{C}_{-k}^*) \mathbf{A}_1^H + \mathbf{V}_k - \mathbf{V}_{-k}^H = \mathbf{A}_2 \mathbf{D}_k \mathbf{A}_2^H \quad (15) \end{aligned}$$

式中,  $\mathbf{A}_2 = [\tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_1) \quad \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_2) \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_L)] \in \mathbf{C}^{(N+1) \times L}$  只包含相干信源的 DOA 信息;  $\mathbf{D}_k = \text{diag}(P_1(c_k \beta_1^* - c_{-k}^* \beta_1), P_1(c_k \beta_2^* - c_{-k}^* \beta_2), \cdots,$

$P_1(c_k \beta_L^* - c_{-k}^* \beta_L))$ 。因为  $\mathbf{A}_2$  为 Vandermonde 矩阵, 只要  $\theta_i \neq \theta_j$  ( $i \neq j$ ), 它们的各列线性无关, 则  $\text{rank}(\mathbf{A}_2) = L$ 。而由  $\mathbf{D}_k$  的表达式可知, 只要  $c_k \beta_i^* - c_{-k}^* \beta_i$  不为 0,  $i=1, 2, \cdots, L$ , 则  $\text{rank}(\mathbf{R}_k) = \text{rank}(\mathbf{D}_k) = \text{rank}(\mathbf{D}_k \mathbf{A}_2^H) = L$ 。这就是差分矩阵的由来。

为了提高阵列协方差矩阵特征空间对噪声扰动的鲁棒性<sup>[15]</sup>, 所有阵列的互相关和自相关信息都被采用, 按如下处理得到最后的差分 Hermite 矩阵:

$$\bar{\mathbf{R}} = \frac{1}{N+1} \sum_{k=0}^N \bar{\mathbf{R}}_k \bar{\mathbf{R}}_k^H = \frac{1}{N+1} \mathbf{R}_u \mathbf{R}_u^H \quad (16)$$

$$\mathbf{R}_u = [\tilde{\mathbf{R}}_0 \quad \tilde{\mathbf{R}}_1 \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{R}}_N] = \mathbf{A}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{D}_0 \mathbf{A}_2^H & \mathbf{D}_1 \mathbf{A}_2^H & \cdots & \mathbf{D}_N \mathbf{A}_2^H \end{bmatrix} \quad (17)$$

令  $\mathbf{R}_a = \sum_{k=0}^N \tilde{\mathbf{R}}_k = \mathbf{A}_2 \mathbf{D} \mathbf{A}_2^H$ , 其中,

$$\mathbf{D} = P_1 \text{diag} \left[ \sum_{k=0}^N (c_k \beta_1^* - c_{-k}^* \beta_1), \sum_{k=0}^N (c_k \beta_2^* - c_{-k}^* \beta_2), \cdots, \sum_{k=0}^N (c_k \beta_L^* - c_{-k}^* \beta_L) \right] \quad (18)$$

则有  $\text{rank}(\mathbf{R}_a) \leq \text{rank}(\mathbf{R}_u) \leq \sum_{k=0}^N \text{rank}(\tilde{\mathbf{R}}_k)$ <sup>[16]</sup>。只要

$\sum_{k=-N}^0 c_k \beta_i^* - c_{-k}^* \beta_i \neq 0$ , ( $i=1, 2, \cdots, L$ ), 则有  $\text{rank}(\mathbf{R}_a) =$

$\text{rank}(\tilde{\mathbf{A}}_2) = L$ , 又因为  $\text{rank}(\mathbf{R}_u) \leq \text{rank}(\tilde{\mathbf{A}}_2) \leq L$ , 所以  $\text{rank}(\mathbf{R}_u) = L$ 。因此,  $\text{rank}(\tilde{\mathbf{R}}) = \text{rank}(\mathbf{R}_u \mathbf{R}_u^H) = \text{rank}(\mathbf{R}_u) = L$ , 达到了去相关的目的。

对  $\tilde{\mathbf{R}}$  作特征值分解, 它将有  $L$  个大特征值,  $(N+1-L)$  个小特征值。大特征值对应的特征向量构成信号子空间, 小特征值对应的特征向量构成噪声子空间, 记为  $\mathbf{E}_N$ 。它们相互正交。此时, 可按式(19)构造 MUSIC 谱, 再通过谱峰搜索进行 DOA 估计:

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\|\hat{\mathbf{a}}_1^H(\theta) \mathbf{E}_N\|^2} \quad (19)$$

### 2.2 算法的基本步骤

根据上述分析, 均匀圆阵的相干信源 DOA 估计的差分算法基本步骤如下:

- 1) 利用常规子空间算法如 MUSIC 算法分辨非相干信源。
- 2) 利用 Davies 变换, 根据式(3)~式(6)得到模式空间的虚拟均匀线阵的输出。
- 3) 根据式(9)~式(16)构造只含相干信源的信息的矩阵  $\tilde{\mathbf{R}}$ 。
- 4) 对  $\tilde{\mathbf{R}}$  进行特征值分解或奇异值分解, 得到噪声子空间  $\mathbf{E}_N$ 。
- 5) 应用式(19)实现相干或相关信源的测向。

### 2.3 本文算法与MODE-SS以及MODE-TOEP的比较

MODE-SS(这里指的是前后向平滑)先利用虚拟线阵的旋转不变性, 对阵列同时进行前后向平滑, 得:

$$\mathbf{R}^{fb} = \sum_{n=1}^{N_s} \mathbf{F}_k (\mathbf{R}_y + \mathbf{J}_z \mathbf{R}_y^* \mathbf{J}_z) \mathbf{F}_k^T / 2N_s$$

其中,  $N_s$  为子阵个数; 设  $m$  为子阵的阵元数, 则  $\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{m \times (n-1)} & \mathbf{I}_m & \mathbf{0}_{m \times (2N+1-n-m+1)} \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{J}_z$  为  $2N+1$  阶置换矩阵。然后再利用该平滑后的协方差矩阵进行 DOA 估计。MODE-TOEP 算法是重构一个 Toeplitz 矩阵  $\mathbf{R}_0$  (对应式(13)中  $k=0$  的情况) 来进行类似 MUSIC 算法的谱搜索得到 DOA 估计。两种算法都没有考虑到将相关及相干信源与非相关源分开, 因此可分辨的信源数有限。此外, MODE-SS 算法中协方差矩阵对应的噪声协方差矩阵发生变化, 其噪声功率不再相等, 需进行广义特征值分解得到噪声子空间。而 MODE-TOEP 算法重构后的噪声虽然是高斯白噪声, 但是噪声仍然对算法性能有影响。本文算法通过差分处理可以把相关及相干信源与非相关源分开, 且噪声也在该处理中被消除。

### 2.4 信源过载能力

对于  $M$  元均匀圆阵, 经 Davies 变换得到  $2N+1$  元

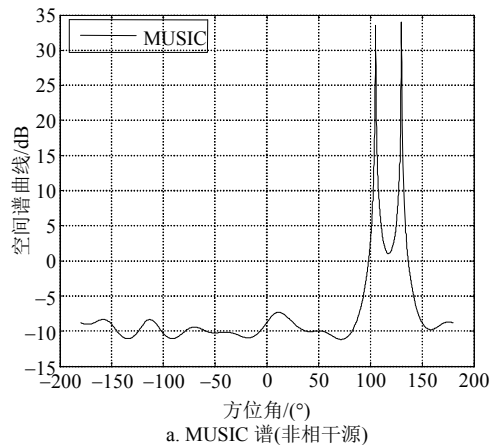
虚拟的均匀线阵。前后向空间平滑的算法, 最大可分辨  $2(2N+1)/3$  个相干信源<sup>[2,13]</sup>, MODE-TOEP 算法最多可分辨  $N$  个信源<sup>[5]</sup>。对于本文提出的算法, 当仅存在非相关信源时, 这时仅采用常规子空间算法测向, 可估计信源数为  $(M-1)$ <sup>[13]</sup>; 当仅存在相干信源时, 利用本文提出的差分算法, 则可估计信源数为  $N$ ; 当非相关及相干信源同时存在时, 采用常规子空间算法进行非相关信源的测向, 最多可估计  $(M-2)$  个非相关信源。因此在这种情况下, 本文的算法最多共可估计  $(M-2+N)$  个信源, 由  $N$  的确定法则知  $M \geq 2N+1$ , 所以本文算法可估计的信源数比常规的前后向空间平滑算法至少多  $5(N-1)/3$ , 比 MODE-TOEP 算法至少多  $(M-2)$ 。经上述推导可知, 当相干信号源数不大于  $N$  时, 本文算法可不受阵元数必须大于信源数的限制, 信源过载能力较强。

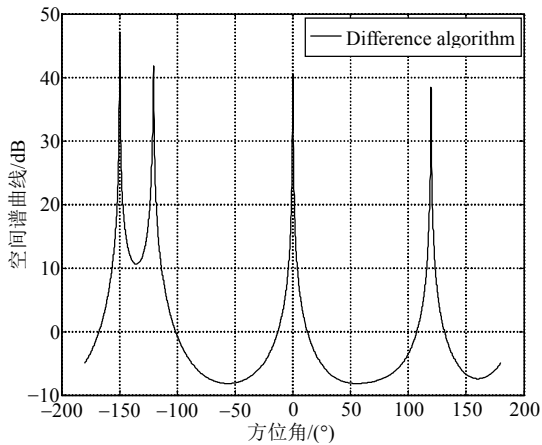
## 3 仿真试验结果

为验证算法的有效性, 进行以下计算机仿真实验。仿真采用了 15 阵元的均匀圆阵, 圆阵半径为  $0.7\lambda$ ,  $\varepsilon$  取为 0.05, 确定的虚拟线阵阵元数为 13, 即  $N=6$ , 此时对应的 3 dB 波束宽带约为  $26^\circ$ 。对于实验中用来比较的空间平衡算法, 其子阵阵元数取为  $N+1=7$ , 与本文所提算法的矩阵维数相同, 可得子阵数为  $13-7=6$ 。

### 3.1 本文方法对近间距信源的谱分辨率

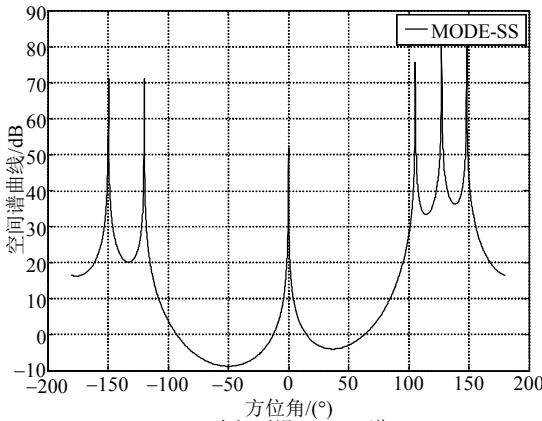
高斯白噪声背景下, 4 个全相干信源入射方向分别为  $-120^\circ$ 、 $-150^\circ$ 、 $0^\circ$  和  $120^\circ$ , 2 个非相关源入射方向分别为  $130^\circ$  和  $105^\circ$ 。入射信源的信噪比均为 20 dB, 快拍数为 200。图 1 和图 2 分别给出了本文算法(分辨相干与相关源)和 MUSIC 算法(分辨非相关源)、空间平滑算法及 MODE-TOEP 算法仿真结果的归一化空间谱曲线。



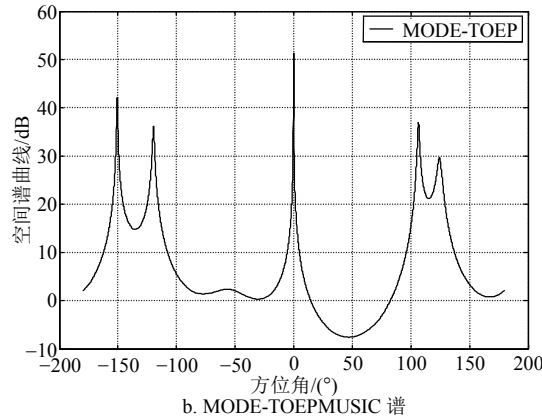


b. 本文算法 MUSIC 谱(相干源)

图1 本文算法MUSIC谱



a. 空间平滑 MUSIC 谱



b. MODE-TOEPMUSIC 谱

图2 空间平滑MUSIC谱与MODE-TOEPMUSIC谱

由于 $120^\circ$ 、 $105^\circ$ 和 $130^\circ$ 3个信源相距比较近,从图2可以看出,普通的空间平滑算法和MODE-TOEP算法无法分辨此3个信源。因为 $120^\circ$ 这个信源是相干信源,后两者是非相关信源,本文算法通过两步计算,把非相关信源与相干信源分开分辨,因此,仍可以很好地分辨。

### 3.2 本文方法信源过载能力

高斯白噪声背景下,13元虚拟线阵阵元数,6个全相干信源,入射方向分别为 $-110^\circ$ 、 $-150^\circ$ 、 $-30^\circ$ 、 $0^\circ$ 、 $50^\circ$ 和 $120^\circ$ ,8个非相关源,其入射方向分别为

$-130^\circ$ 、 $-80^\circ$ 、 $-10^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $70^\circ$ 、 $130^\circ$ 、 $100^\circ$ 和 $160^\circ$ 。入射信源的信噪比均为10 dB,快拍数为200。由于入射信源数大于阵列元数,因而空间平滑算法和MODE-TOEP算法均失效,在此就不列出它们的频谱图了。图3和图4给出了本文算法的空间谱图,从两图中可以看出,本文算法分辨相干信源,而MUSIC算法分辨非相干信源,两者联合估计入射信源方向,因此在信源多于阵元数的情况下仍能给出较好的估计结果,可见本文算法具有较强的信源过载能力。

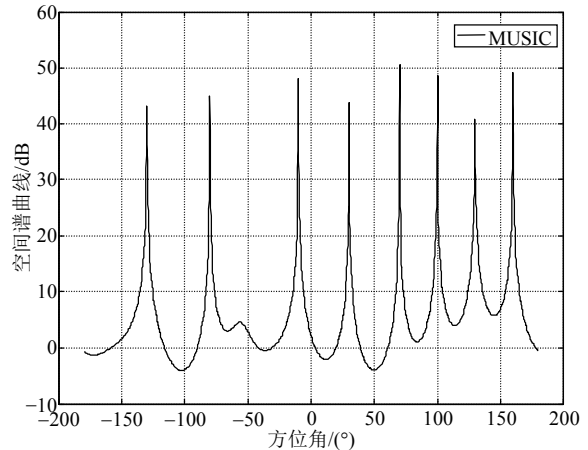


图3 非相干源的MUSIC谱

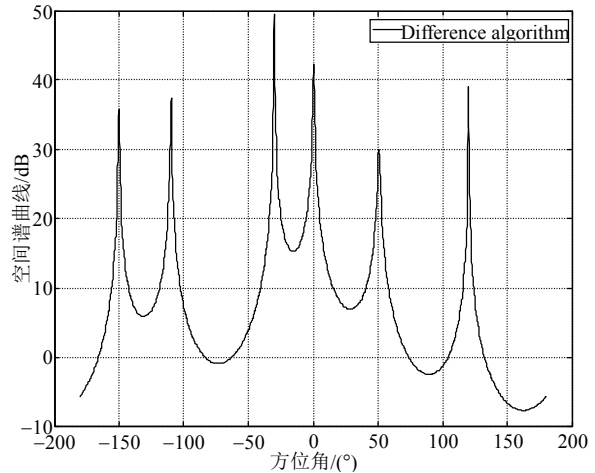


图4 差分算法MUSIC谱(相干源)

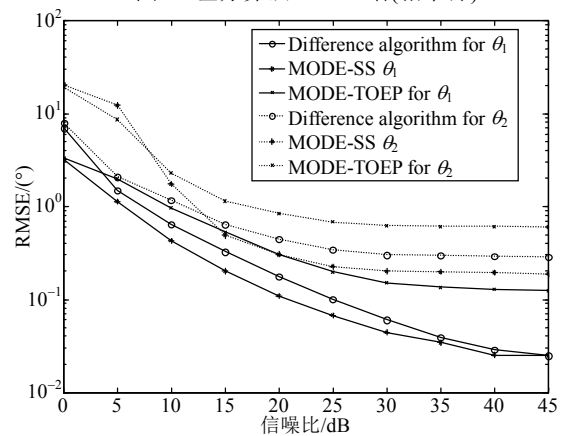


图5 RMSE随SNR变化图

### 3.3 算法解相干统计性能比较

2个等功率全相干源, 入射方向分别为 $0^\circ$ 和 $25^\circ$ , 快拍数为200。仿真结果为500次蒙特卡罗实验(每个SNR点做500次蒙特卡罗仿真的)统计结果。图5给出了2个信源的RMSE随SNR变化曲线图。由图中可以看出, 本文算法优于MODE-TOEP算法。虽然本文算法估计精度稍低于MODE-SS算法, 但是二者其实具有相同的信噪比门限。与MODE-TOEP算法相比较, 本文算法采用了所有阵列的互相关信息, 所以达到了较好的性能。

图6给出了25 dB时两个全相干信源随角度间隔变化的成功概率曲线图。其中 $\theta_1=20^\circ$ ,  $\theta_2$ 在区间 $[30^\circ, 75^\circ]$ 上以 $5^\circ$ 的等间距移动。当估计偏差小于 $0.5^\circ$ 时, 认为成功。由图中可以看出, MODE-TOEP算法是最差的。对于信源1, MODE-SS算法估计的精度高于本文算法, 对于信源2, 本文算法要优于MODE-SS算法。在信源间隔大于或等于 $30^\circ$ 时本文算法与MODE-SS算法性能相当。

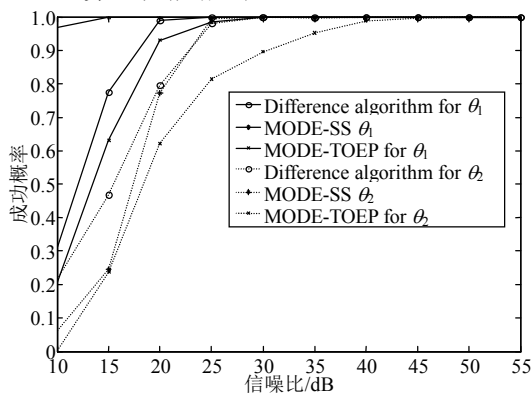


图6 25 dB时两全相干源随角度间隔变化的成功概率示意图

## 4 结论

本文提出了一种新的相干信源DOA估计算法。算法的关键是重构一个差分矩阵。因为该差分矩阵只包含相干信源的信息, 不需空间平滑来消除秩的损失, 所以大大减少了计算量。由于算法能够把相干(或相关源)与非相关源分辨开, 故可重复利用接收数据, 即利用常规算法分辨非相关源, 再利用本文算法分辨相干(或相关)源, 这样使得可分辨的信源数增多, 因此算法具有较强的信源过载能力。仿真结果验证了算法的有效性, 也表明了算法的解相干能力。

### 参考文献

[1] DAVIES D E N. A transformation between the phasing techniques required for linear and circular aerial arrays[J]. IEE Proc F, 1965, 112(11): 2041-2045.  
[2] WAX M, SHEINVALD J. Direction finding of coherent

signals via spatial smoothing for uniform circular arrays[J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 1994, 42(5): 613-620.  
[3] HISLOP G, CRAEY C. Spatial smoothing for 2D direction finding with passive RFID tags[C]//Antennas & Propagation Conference 2009. Loughborough: [s.n.], 2009.  
[4] AKKAR S, GHARSALLAH A, HARABI F. Concentric circular array for DOAs estimation of coherent sources with ESPRIT algorithm[C]//2010 5th International Conference on Design and Technology of Integrated Systems in Nanoscale Era (DTIS). [S.l.]: [s.n.], 2010: 1-6.  
[5] ZHAO Hui, WANG Hong-jin. MODE-SUMWE algorithm for estimating DOA of coherent signals on uniform circular array[C]//Networks Security Wireless Communications and Trusted Computing (NSWCTC). [S.l.]: [s.n.], 2010.  
[6] FRIEDLANDER B, WEISS A J. Direction finding using spatial smoothing with interpolated arrays[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic system, 1992, 28(2): 574-587.  
[7] REDDY K M, REDDY V U. Analysis of interpolated arrays with spatial smoothing[J]. Signal processing, 1996, 54(4): 267-272.  
[8] 穆世强, 陈天麒. 圆阵中相干信号的高分辨率阵列测向技术[J]. 电子科技大学学报, 1993, 22(4): 350-355.  
MU Shi-qiang, CHEN Tian-qi. The high resolution array direction finding technique of coherent signals for circular array[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 1993, 22(4): 350-355.  
[9] XU Di-hua, CHEN Jian-wen. A novel DOA estimation for uniform circular arrays in correlated environment without interpolation[C]//ISPACS2006. [S.l.]: [s.n.], 2006.  
[10] 韩芳明, 张守宏. 用改进的MUSIC算法实现相干多径信号分离[J]. 系统电子与工程技术, 2004, 26(6): 721-713.  
HAN Fang-ming, ZHANG Shou-hong. Separation of coherent multi-path signals with improved MUSIC algorithm[J]. System Engineering and Electronics. 2004, 26(6): 721-713.  
[11] 高书彦, 陈辉, 王永良, 等. 基于均匀圆阵的模式空间矩阵重构算法[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(12): 2832-2835.  
GAO Shu-yan, CHEN Hui, WANG Yong-liang, et al. The MODE-TOEP algorithm based on uniform circular array[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(12): 2832-2835.  
[12] KAREEM A J, HYUCK M K, NIZAR T. Modified UCA-ESPRIT for estimating DOA of coherent signals using one snapshot[C]//Vehicular Technology Conference, 2008. VTC Spring 2008. [S.l.]: IEEE, 2008.  
[13] XIE Ju-lan, HE Zi-shu. Beamforming of coherent signals for weighed two concentric ring arrays[C]//Intelligent Signal Processing and Communication Systems, ISPACS 2007. [S.l.]: [s.n.], 2007: 850-853.  
[14] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.  
WANG Yong-liang, CHEN Hui, PENG Ying-ning, et al. Spatial spectrum estimation theory and algorithm[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.  
[15] 齐崇英, 王永良, 张永顺, 等. 色噪声背景下相干信源DOA的空间差分平滑算法[J]. 电子学报, 2005, 33(7): 1315-1318.  
QI Chong-ying, WANG Yong-liang, ZHANG Yong-shun, et al. Spatial difference smoothing algorithm for DOA estimation of coherent sources in the presence of colored noise fields[J]. ACTA Electronica Sinica, 2005, 33(7): 1315-1318.  
[16] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.  
ZHANG Xian-da. Matrix analysis and application [M]. Beijing: Tsinghua University book concern, 2004.