

共演博弈下网络合作动力学研究进展

荣智海^{1,4}, 吴枝喜², 王文旭³

(1. 东华大学信息科学与技术学院 上海 松江区 201620; 2. 兰州大学计算物理与复杂系统研究所 兰州 730000;
3. 北京师范大学管理学院 北京 海淀区 100875; 4. 数字化纺织服装技术教育部工程研究中心 上海 松江区 201620)

【摘要】综述了网络上共演博弈最近的研究进展, 首先基于囚徒困境和公共品博弈模型, 系统比较了无标度网络上度异质性、度相关性和聚类特性对于两人和多人博弈作用机理的异同。然后, 在静态网络上综述了近年从时间尺度、个体选择、教育活动、个体理性与期望、交互限制等方面提出的演化规则与合作行为共演的成果。进一步, 从移边、生灭、基于格子和平面移动四方面, 介绍了结构与合作行为协同演化的工作。最后探讨了今后值得研究的课题。

关键词 共演; 复杂网络; 演化博弈; 囚徒困境; 公共品博弈

中图分类号 N94

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2013.01.005

Research on the Networked Cooperative Dynamics of Coevolutionary Games

RONG Zhi-hai^{1,4}, WU Zhi-xi², and WANG Wen-xu³

(1. College of information Science & Technology, Donghua University songjiang Shanghai 201620;

2. Institute of Computational Physics and Complex Systems, Lanzhou University Lanzhou 730000;

3. School of Management, Beijing Normal University Haidian Beijing 100875;

4. Engineering Research Center of Digitized Textile & Fashion Technology, Ministry of Education Songjiang Shanghai 201620)

Abstract This paper summarize recent researches about the networked coevolutionary games. Firstly, a systematical introduction is presented to social dilemma games, including the Prisoner's dilemma game and the public goods games, associated with a variety of structural properties, e.g., degree heterogeneity, assortative mixing and clustering. The essential relationship between network structure and cooperative dynamics is revealed. Subsequently, we review the achievements with respect to coevolution of cooperation with learning and selection rules in the static networks, such as, time scale, individual selection, teaching activity, rationality and aspiration, and restrained interaction. Furthermore, we summarize recent works about coevolution of cooperative dynamics and interaction patterns, especially involving vanish of interactions, birth and death process and migration. Finally, we provide some remarks and outlook for the development of evolutionary games on networks in the future.

Key words coevolution; complex networks; evolutionary game; Prisoner's dilemma game; public goods game

从蚂蚁社会的相互合作到吸血蝙蝠间的互助反哺, 从器官组织中细胞的分工协作到地震海啸之后人们的患难与共, 合作现象在自然界和人类社会中普遍存在。合作者为了帮助他人会付出一定的代价, 而背叛者通常因不劳而获, 其短期收益会高于合作者。达尔文在提出进化论时, 认为进化是自然选择的结果, 而优胜劣汰会导致背叛行为有更高的个体繁殖优势。为了生存, 背叛欺骗在所难免。然而,

达尔文也困惑于自然界中广泛存在的合作行为与自然选择导致背叛行为之间的矛盾。最近半个多世纪以来, 来自生物、数学、物理、信息乃至社会经济等领域的学者竞相探索合作演化背后的机制。文献[1]认为, 除了自然选择和变异外, 还存在着第三条基本定律——自然合作, 它促使相互竞争的生物意识到合作的重要性。

博弈理论为研究相互竞争的自私个体之间的合

收稿日期: 2012-10-31

基金项目: 国家自然科学基金(61004098, 11005051, 11135001, 11105011和61273223); 科技部973计划(2010CB731403); 上海市教育发展基金会晨光计划项目(10CG33); 中央高校基本科研业务费专项资金(11D10401, 13D110415)。

作者简介: 荣智海(1978-), 男, 博士, 副教授, 主要从事复杂网络结构与演化动力学分析方面的研究。

作演化提供了有力的理论框架。博弈论通常考虑两个或多个参与者(个体), 在多个策略之间选择。通常一个个体的行为会影响到其他个体的收益, 因此博弈论研究理性个体在期望自身收益最大化的情况下的策略选择。Nash证明存在一种均衡状态(Nash均衡), 此时没有自私个体可以通过单方面改变自身策略而增加收益^[2]。然而, 在复杂环境下个体通常无法直接确定其最佳策略。在生物漫长进化过程中, 个体理性是有限的, 他们需要不断地根据局部信息进行试错以适应环境, 因此均衡状态不是一蹴而就的。生物学家将进化论中的自然选择与变异引入博弈论, 提出了演化博弈理论, 把个体的收益对应于进化论中的适应度, 研究有限理性的个体随着时间的推移, 如何通过不断地重复博弈, 自适应学习并优化收益, 最终达到稳定的均衡状态^[3]。此时任意少量个体策略的变异都无法侵入整个种群, 该状态是Nash均衡的子集, 称为演化稳定策略(evolutionary stable strategy, ESS)^[4], 该演化稳定策略是针对种群无限大而言的。文献[5]提出了种群有限时相应的演化稳定策略, 发展了演化稳定策略理论, 相关研究进展参见文献^[6-8]。

为了揭示合作演化的规律, 文献[1]总结了五种促进合作产生的机制: 亲缘选择、直接互惠、间接互惠、群体选择和网络互惠。经典的演化博弈理论中通常假设个体以均匀混合的方式联系, 即任意两个个体之间接触的可能性都是一样的。然而, 现实生活中个体之间的接触并非是全耦合或者完全随机的。可以通过网络代表种群中个体间的接触与学习关系, 研究博弈模型、网络结构与策略演化规则之间密切联系的网络演化博弈理论近年来引起广泛关注^[9-17]。

网络演化博弈的研究主要集中于以下三方面:

1) 网络拓扑和演化规则不变的情况下, 网络结构对于合作行为的影响; 2) 固定拓扑下合作行为与演化规则的共演研究; 3) 网络拓扑与群体行为的共演研究。随着复杂网络理论的发展, 重要的网络结构(如无标度、聚类、度相关等)被人们广泛熟识, 网络演化博弈的发展前期, 人们主要关注研究1), 而近年来2)和3)被人们深入研究。本文重点基于两人囚徒困境博弈及多人公共品博弈模型, 在第1节介绍两个经典的策略演化规则(复制动力学和费米动力学)后, 比较静态无标度网络中不同结构对于囚徒困境和公共品博弈的作用机理的异同。在之后的两部分, 详细介绍2)和3)领域的研究进展。

1 网络演化博弈

1.1 网络囚徒困境和公共品博弈模型

在研究两人两策略演化博弈模型时, 通常假设两个个体可以在两个策略间选择: 合作(cooperation, C)或者背叛(defection, D)。如果两个合作者相遇, 会获得合作的奖励 R ; 而对两个相互背叛个体的惩罚收益为 P ; 如果一方合作而另一方背叛, 背叛者会从合作者处获得较高的收益 T ——通常称之为“对背叛行为的诱惑”, 而合作者会收到较低收益 S 。如果上述4个参数满足 $T > R > P > S$, 则属于囚徒困境博弈(prisoner's dilemma game, PDG)范畴, 此时不论对手选择何种行为, 自私个体选择背叛策略的收益是最佳的, 因此相互背叛的状态就属于Nash均衡状态。而双方背叛的收益 P 低于双方合作的收益 R , 所以参与者陷入了两难困境。囚徒困境博弈的提出激发了各个学科的学者探讨自私个体脱离困境的机制。其中一项重要研究是文献[18]通过发起重复囚徒困境博弈竞赛, 发现“针锋相对(tit-for-tat, TFT)”规则——首先和对手合作, 之后模仿对手前一轮的行为——可以有效防止背叛者的剥削。由于TFT对噪音干扰的脆弱性, 文献[19]提出了“赢存输变(win-stay, lost-shift, WLS)”规则, 它指如果个体的当前收益比期望收益高时, 在随后的博弈中其会坚持原策略, 反之个体就改变策略, 此时持该规则的群体在噪音环境下可以保持策略的稳定性。在研究网络上的囚徒困境演化博弈时, 通常采用文献[20]最早提出的弱囚徒困境博弈, 即: $R=1, S=P=0, T=b$, b 是唯一的可调参数——称为“背叛的诱惑”, $b>1$ 时系统背叛行为占优。

进一步可以把两人囚徒困境博弈扩展为多人参与, 最著名的多人囚徒困境模型是公共品博弈(public goods game, PGG): 考虑有 N 个参与者, 每个人可以选择向公共品箱放入一定的投资 c , 或者选择不投资。当所有人进行决策后, 假设选择投资的人数为 x , 则总投资(公共资源) cx 会翻 r 倍后平均分配给每个参与者, 这样选择不投资的背叛者的收益 $P_D = rcx/N$, 而合作者因投资了 c , 其收益为 $P_C = P_D - c$ 。可见, 公共品博弈中的合作者有亏损的风险(当投资者数 $x < N/r$), 而搭便车的背叛者因不投资但分享公共资源, 其收益一定比合作者高。所以自私个体在没有有效机制的限制下, 会放弃对公共资源的投资而陷入公地悲剧中^[21]。

近年来, 学者基于两人囚徒困境和多人公共品

模型对网络演化博弈进行了大量的研究。在网络演化博弈中,个体间的接触关系可以用网络表示——每个节点代表一个个体,节点间的边代表个体之间的交互博弈和策略学习关系。在每一轮中它们根据某个博弈模型进行交互作用,并采取统一的演化规则进行策略的更新。

在网络上,两人与多人博弈的交互方式是本质不同的。在两人囚徒困境博弈中,个体与其直接连接的邻居进行博弈。因此,其收益只与邻居的行为有关,呈现点对交互(pairwise interaction)的形式。而在多人公共品博弈中,以每个个体为中心与其邻居构成一个群体,进行一次投资博弈。因此个体会参与到以它及其直接邻居(一层邻居)为中心的多次公共品博弈中,这使其与邻居的邻居(二层邻居)产生交互,所以个体收益受一层和二层邻居的行为的共同影响,呈现群体交互(Group interaction)的形式。

1.2 策略演化规则

从生物和社会角度而言,个体会期望通过学习成功者的行为而增加自身收益。为此,在网络博弈中个体会根据某个演化规则,将自身收益作为适应度与邻居进行比较,并学习那些“成功”邻居的行为。其中最基本的策略演化规则有:1) 模仿最优者(best-take-over),在每轮博弈后,个体会学习邻居中收益最高者的行为^[20]。2) 复制动力学(replicator dynamics,也称为模仿者动态),每个个体*i*随机选择一个邻居*j*,采取邻居策略的概率正比于二者的本轮收益:

$$W(s_j \rightarrow s_i) = (P_j - P_i) / A \quad (1)$$

式中, P_i 是个体*i*的本轮收益; s_i 代表*i*本轮的合作/背叛策略,为了归一化,收益差除以常数*A*^[22]。3) 费米动力学(Fermi dynamics):个体*i*随机选择一个邻居*j*后,学习后者的概率为:

$$W(s_j \rightarrow s_i) = 1 / (1 + \exp[(P_i - P_j) / \kappa]) \quad (2)$$

式中, κ 描述了环境的噪声因素,刻画了个体的非理性程度。当 $\kappa \rightarrow 0$ 时,意味着具有完全理性——它只会学习高于自身收益的行为。而随着 κ 的增加,个体理性程度降低,学习低收益邻居行为的可能性增加^[23]。4) Moran过程:在一个大小为*N*的网络上有两类个体,每一步随机挑选一个个体死亡,邻居竞争该空位,竞争力正比于个体的适应度,这称为一次网络上的生死过程。与此对应还有一类生死过程。在研究Moran过程时,通常考虑弱选择情况,即个体的适应度与其收益弱相关^[24]。

1.3 静态无标度网络上的演化博弈

最近,有学者利用公共品博弈模型研究了坦桑尼亚北部哈扎人的社会合作网络的结构^[25]。研究发现,与随机网络相比,哈扎人的社会网络度分布具有明显的异质性,合作者愿意与合作者连接,具有高聚类特性和互惠性。这意味着社会网络可以促进合作的涌现,社会网络的这些结构特征可能在人类早期就已经形成。因此,研究不同网络结构对于合作行为的涌现机理是非常关键的问题。

早期的网络演化博弈研究显示,进行囚徒困境博弈的个体通过在规则网络中结成合作簇,有效抵御背叛者的入侵,因此与均匀混合时群体陷入背叛困境相比,规则网络上合作个体可以存在^[20]。进一步,文献[26-28]通过比较最近邻网络与Barabási-Albert(BA)无标度网络上的合作行为,指出不论对于两人囚徒困境还是多人公共品博弈,当个体适应性通过累计收益衡量并采取式(1)更新策略时,无标度特性可以极大促进合作行为。这是因为无标度网络中的大度中心节点(hub)的累计收益通常比小度节点高,所以当中心节点采取合作行为时,其收益随着邻居合作者数目增加而提高,这进一步可以促使更多邻居学习其行为而转变为合作者,形成了合作中心节点收益与其邻居行为间的正反馈。而对于背叛的中心节点,随着其邻居学习它的行为转变为背叛者,其收益会下降而最终导致它学习其合作邻居的行为。所以BA无标度网络中的大度节点会结成稳定的合作簇并带动更多的个体成为合作者,最终促进合作行为在度异质网络上的涌现。文献[29]同期研究无标度网络上的公共品博弈时,也获得相似的结论。Santos的演化规则假设个体每一轮的收益是它与邻居博弈结果的累积,中心节点因具有高收益而有更强的竞争优势,所以无标度网络上个体合作程度是惊人的。然而,文献[30]发现,如果策略更新时用个体平均收益(P_i / k_i)取代累计收益,无标度网络上的基于囚徒困境博弈的合作行为甚至比采取相同演化规则的随机正则网络还要低。此外,如果考虑个体参与博弈的成本时,也发现网络异质性会削弱合作水平^[31]。

度分布并不能完全刻画网络的所有结构特征,即使具有相同的度分布,网络的节点间不同的连接倾向性会呈现不同的度相关性:社会网络中度相似节点倾向于相互连接而呈现度同配 assortativity)特性;而生物和技术网络中,大度节点倾向于选择小度节点做邻居而表现度异配(disassortativity)特性^[32]。

然而BA无标度网络的度相关性呈中性。因此, 文献[33]等基于有倾向的随机重连边的方式, 获得了与BA网络具有相同度分布但是不同度相关特性的网络, 研究了度相关对网络囚徒困境^[34]和公共品博弈^[35]的作用机理。通过分析合作者与背叛邻居的收益差发现: 一方面, 如果背叛邻居度越大, 那么它越难转变为合作者; 另一方面, 如果两个个体之间共享过多的邻居, 那么背叛行为也容易入侵合作中心节点。而同配网络由于中心节点倾向相互连接, 恰好这两个因素都存在, 这减弱了中心节点坚持合作的能力, 所以合作行为很容易在同配网络中消失。而异配网络上中心节点因为倾向于和小度节点相连, 中心节点间沟通很容易隔绝而导致合作行为无法在它们之间传播, 中心节点在异配网络中倾向于维持其初始策略, 并与邻居构成一系列合作/背叛簇。所以面对较低背叛诱惑的时候, 异配网络的合作程度低于度不相关网络, 而在高背叛诱惑时, 合作行为不容易在异配网络中湮灭。

聚类特性是复杂网络的另一重要特征^[36], 实际网络具有无标度特性的同时, 也存在大量的三角形结构而具有高的聚类特性。BA网络的聚类系数较低, 因此基于文献[37]提出的可调聚类的HK无标度网络模型, 文献[38]研究了度指数为3的无标度网络上聚类特性对两人囚徒困境博弈的影响。他们发现, 在背叛诱惑值 b 较低时, 高聚类网络合作水平较高, 而当 b 超过一个阈值后, 高聚类网络上背叛行为可以在各类度的个体中传播, 所以合作行为会快速消失。

然而, 文献[39]通过研究HK无标度网络上聚类特性对公共品博弈的作用机理, 发现由于在多人网络博弈中个体通过参与以邻居为中心的交互, 其行为会影响到邻居的收益, 因此三角形小回路结构对群体博弈有重要影响。通过比较中心节点周围的聚类结构对合作者与背叛者的收益差的影响, 可以揭示聚类结构的反馈互惠机理——由于群体博弈中个体收益受一层和二层邻居的共同影响, 高聚类的网络中两个合作者可以通过共同的邻居获得额外的收益。因此中心节点与邻居组成的聚类特性会产生结构上的反馈互惠, 降低了合作扩散的阈值。利用暂态分析方法分析无标度网络中群体公共品博弈, 进一步验证了上述结论: 中心节点与邻居组成的聚类特性会产生结构上的反馈互惠, 降低了合作扩散的阈值, 在具有高聚类的无标度网络中, 合作行为容易从少量中心节点向全网络扩散。因此, 虽

然两人囚徒困境博弈和多人公共品博弈在BA无标度网络及度相关无标度网络上的合作行为相似, 但是由于结构反馈互惠存在, 在聚类无标度网络上的合作动力学是迥异的。

上述研究都是在度指数为3的无标度网络上开展的。基于文献[40]提出的可调度指数网络模型, 文献[41]系统研究了度异质性对两人囚徒困境和多人公共品博弈的影响。他们指出, 对于度指数存在一个可以促进合作涌现的优化点, 度分布过于异质和均匀的网络都会抑制合作水平。这是由于对于过于异质的网络, 中心节点间也会共享过多的邻居而导致背叛行为的入侵。而过于均匀的网络, 中心节点引导小度节点成为合作者的能力减弱。所以, 只有适当异质性的网络才可以最大促进合作涌现。

2 演化规则与合作行为的协同演化

网络演化博弈中存在两类网络: 相互作用网络(interaction graph)和策略学习网络(learning graph), 前者描述了个体与谁博弈; 后者刻画了个体向谁学习, 获取收益和策略信息。在研究(1)中, 因主要关注网络结构对合作行为的影响, 通常假设这两类网络是相同的。而它们也可以不同, 这可以理解为: 日常生活中我们同周围的邻居朋友打交道, 同时也可以通过互联网等途径获取额外的信息。本节首先介绍这两类网络的演化时间尺度存在差异性时, 对合作行为的影响; 然后介绍个体如何选择邻居有利于合作的涌现; 接着, 从个体的教育活动、理性和期望三方面介绍如何从邻居或者自身的收益来选择下一步的行为; 最后, 介绍个体交互作用受限对群体网络合作行为的影响。

2.1 时间尺度相关演化规则

文献[42]等研究了相互作用网络与策略学习网络分离时, 囚徒困境博弈的合作演化问题。他们通过弱选择情况下的死生过程的理论与仿真分析指出, 当相互作用网络与策略学习网络相同时, 合作行为最容易涌现。而这两个网络的任意差别, 都会使进化选择向有利于背叛行为方向移动。进一步, 文献[43]考虑在方格相互作用网络上, 策略学习网络的度分布呈均质和异质两种情况。前者指个体向它在方格网络上的最近邻、次近邻乃至 d 层邻居学习, 这样所有个体策略学习邻居的数目相同; 而后者是指在方格网络上嵌入一个具有度指数为 γ 的无标度学习网络^[44], 此时博弈个体具有异质的信息获取能力。他们发现在这两类情况下存在对合作促进的“相

干共振”现象：过少或过多的信息获取邻居数都有利于背叛者的入侵，因此合作行为涌现的最优效果出现在两类网络的差异性呈现中等程度情况下。

此外，可以考虑相互作用网络与策略学习网络的进化速度呈现不同时间尺度(time scale)。在1.3节介绍的静态网络上的演化博弈研究中，假设这两个时间尺度相同，即个体与每个网络发生博弈后，会立刻与相同的邻居交流并更新策略。而文献[45]考虑了策略选择时间尺度比相互作用时间尺度慢的情况，即个体经过多轮博弈后才进行策略的学习，因此个体所持策略具有生命周期的特征。文献[45]考虑了种群大小固定时，系统中随机选择 s 对个体进行博弈，之后根据正比于个体适应度的概率选择一个个体进行策略繁殖，该个体策略被随机从系统中选择的一个个体学习，进行一次生死过程的策略演化。参量 $s \geq 1$ 反映了策略选择与相互作用这两个时间尺度之比。他们系统研究了不同两人两策略博弈的种群固定概率，发现参量 s 可以有效改变策略的均衡状态。

文献[46]在方格网络上基于囚徒困境博弈，研究了策略选择时间尺度的多样性对于合作行为的影响。考虑每个个体 i 以概率 p_i 根据式(2)更新自身的策略，因此 p_i 描述了策略选择的时间尺度，其倒数刻画了该个体拥有当前策略的生命周期。通过研究个体具有相同的时间尺度 p_i ，发现个体过快或者过慢的更新策略都不利于合作行为的涌现，前者使合作者更容易消失，而后者使背叛者存在，在 $p_i=0.1$ 时合作水平最高。进一步，考虑个体可以拥有快或者慢两种固定的时间尺度：随机选择 $v\%$ 的个体拥有 $p_i=0.1$ ——这些个体可以看作领导者，所持策略的生命周期较长；而其他跟随个体的时间尺度为0.9。研究表明两种时间尺度的混合共存会进一步促进合作。

进一步，文献[47]提出了个体生命周期与策略共演的网络博弈模型。通过允许个体按照“赢者减慢，输者加快”规则自适应地调节自身的时间尺度 p_i ，在方格网络上基于囚徒困境博弈模型，发现对于失败者要快速地降低其持有策略的时间，而对于成功者则以适当的速度增加其坚持优胜策略的生命周期。此时合作领导者(p_i 较小的个体)的生命周期与适应度间可以形成正反馈——成功的合作者可以有效诱导其邻居成为合作者，这进一步增强了其适应度和生命周期，因此成功领导者通过结成稳定的簇促进合作的涌现。而背叛者的生命周期与适应度正

好相反。生命周期增长过快或者过慢都不利于涌现合作，前者(后者)促使(抑制)了背叛(合作)领导者的出现。这一结果类似于Interent拥塞控制中的“加性增，乘性减(AIMD)”原则，对此研究有助于从社会范式角度设计合理的智能体通讯协议，以优化系统性能。Li考虑个体 i 的时间尺度根据其当前适应度演化^[48]： $p_i(t) = p_0 / [1 + wf_i(t)]$ ，其中 p_0 是个体的固有策略更新时间尺度， $f_i(t)$ 是当前个体 i 的适应度， w 是一个可控参量。随着 w 的提高，高适应度的个体所持策略的生命周期更长。研究表明， w 的适当值同样可以有效促进合作行为在方格网络上的涌现。

2.2 个体选择相关演化规则

在上述研究的策略演化过程中，通常考虑个体随机选择邻居进行策略比较。而邻居选择的倾向性也对合作行为的涌现有重要作用。Wu等首先考虑了个体相互影响的差异性对网络囚徒困境博弈的作用。网络的边权 A_{ij} 可以定义为个体 i 对 j 的影响力的强弱，他们考虑了影响力静态^[49]和动态演化^[50]两种情况。前者初始设定 A_{ij} 服从幂律分布；而对后者， A_{ij} 随邻居 j 采纳或者拒绝 i 的策略次数而按照“赢者强化，输者减弱”改变。在策略演化时按照优先选择机制，即：个体 i 选择邻居 j 的概率正比于 $A_{ij}(t)$ 。通过研究随机正则网络上的囚徒困境博弈行为发现，个体相互影响的差异性和拓扑随机性都能有效提升合作行为。同时，动态优先选择机制使个体间的影响权重具有很宽的分布，这有效保证了合作行为的鲁棒性。

文献[51]研究方格网络上的囚徒困境博弈时，假设个体 i 选择邻居 j 进行收益比较的概率 $p \sim P_j^\alpha$ ，其中 P_j 是邻居 j 的本轮累积收益， $\alpha \geq 0$ 是一个非线性吸引项。研究表明通过引入 α 可以有效提高合作涌现的程度。类似的，文献[52-53]基于囚徒困境博弈模型，考虑在方格网络、随机正则网络和无标度网络上，个体 i 选择 j 的概率 $p \sim \exp(w_j P_j)$ 。考虑个体拥有相同和异质的 w_j ，发现 $w_j > 0$ 都可以促进合作的涌现。

文献[54]在无标度网络上提出了个体偏好学习邻居的机制：个体 i 选择邻居 j 的概率与其度相关： $p \sim k_j^\alpha$ 。基于囚徒困境博弈发现，与没有偏好($\alpha=0$)的情况相比， α 取正和负时都会有效提高BA无标度网络中的合作频率。类似的结果也可以在公共品博弈中获得^[55]。

2.3 教育活动演化规则

文献[56-60]通过修改式(2)，提出了教育活动

(teaching activity)演化规则, 系统研究了教育活动的差异性及其演化对于不同结构网络上合作行为的作用机理。在该演化规则中, 一个个体 i 随机选择邻居 j 后, 学习其行为的概率为:

$$W(s_j \rightarrow s_i) = w_j / (1 + \exp[(P_i - P_j) / \kappa]) \quad (3)$$

式中, w_j 代表了个体 j 的教育活动能力, 其值越大, 意味着 j 越容易诱导它的邻居学习其行为。他们首先将个体根据教育活动能力分为两类^[56-57]: A类的 $w_j = 1$, 而B类的 $0 < w_j < 1$, 因此与B相比, A类个体是更具有教导能力的领导者。通过Kagome格子和方格网络, 研究这两类个体的不同比例对囚徒困境博弈中合作行为的影响, 发现两类个体各占50%可以显著影响网络的合作行为。类似情况也可以在公共品博弈中获得^[61]。

进一步, 文献[58]在方格网络上基于囚徒困境博弈, 考虑了具有高教导能力的领导者之间的信息传播问题。他们允许领导者以概率 p 与其它领导者交换策略信息, 发现在领导者比例较小的时候, 领导者之间以小概率进行策略交换可以有效提高合作行, 这类似于无标度网络上的合作中心节点的反馈机制。但是当领导者比例较高时, 类似于同配网络^[34], 由于领导者之间共享过多邻居, 因此合作行为受到抑制。

文献[59-60]进一步考虑了个体教育活动能力随策略传播共演的情况: 如果 i 的行为被邻居 j 学习, 则 w_i 会增加。这意味着随着成功者将其行为传播给邻居, 逐渐成为拥有高教导能力的领导者, 而其邻居则作为追随者拥有较低的教导能力, 因此该模型下领导者被追随者包围, 这正好与文献[47]提出的时间尺度共演模型中领导者会结簇的情况形成互补。研究表明教育活动的共演可以有效促进合作。

最近, 文献[62]又提出了与式(3)对偶的学习活动规则, 即个体 i 学习邻居 j 的概率为:

$$W(s_j \rightarrow s_i) = w_i / (1 + \exp[(P_i - P_j) / \kappa]) \quad (4)$$

式中, $w_i = (N_i / k_i)^\alpha$, k_i 为节点 i 的度, N_i 为与 i 持有不同策略的邻居的数目, α 作为可调参数可以看作群体的智慧程度, 随着 α 的提高, 个体越倾向于学习邻居的策略。通过方格网络上的囚徒困境和公共品博弈表明, 提高 α 可以有效促进合作行为的涌现。

2.4 个体理性相关演化规则

基于费米动力学的演化规则中, κ 刻画了个体的理性程度, 上述的研究考虑个体具有相同的理性。而文献[63]首先基于囚徒困境博弈模型, 研究了BA

无标度网络上个体理性的多样性对于合作演化的影响。他们修改式(2)为: 个体 i 随机选择邻居 j , 学习其策略的概率为:

$$W(s_j \rightarrow s_i) = 1 / (1 + \exp[(P_i - P_j) / \kappa_i]) \quad (5)$$

式中, κ_i 描述了个体 i 的理性程度, 与节点的度 k_i 有关: $\kappa_i \sim k_i^\beta$ 。当 $\beta < 0$ 时, 少量大度节点较为理性, 这些大度节点可以带领大量度小且缺乏理性的节点结成稳定的合作簇, 因此可以维持较高水平的合作。而当 $\beta > 4$ 时, 虽然大度节点失去理性, 但大多数小度节点是理性的, 因此合作行为仍能够稳定存在。 $\beta \approx 2$ 时, 系统陷入了合作的危机, 合作现象很容易在网络中湮灭。通过分析大/中/小度节点的策略转化关系, 发现由于度较大的节点变得不理性, 会模仿平时不会模仿的小度节点, 而小度节点的理性程度也不高, 因此网络中很难形成稳定的合作簇。由此可见, 个体理性的多样性对于合作演化有重要影响。

进一步, 文献[64-65]基于囚徒困境博弈模型研究了个体理性与合作行为的共演。前期的研究发现, 在方格网络上设定 b 让合作与背叛共存时, 群体共同的理性程度取某个值 κ^{opt} 会使合作的水平最高^[66]。考虑个体的初始理性程度 κ_i 可以在一些固定值间随机选取, 其后个体根据式(2)进行策略演化的同时, 也进行理性程度 κ_i 的演化。他们发现当合作与背叛行为共存时, 个体的理性程度最终会趋向于 κ^{opt} 。因此, 在达尔文进化作用下, 群体的理性程度会自动地演化到合作水平最高点。

2.5 个体期望相关演化规则

在以上研究中, 个体都是通过与邻居的收益比较, 进行策略的学习和更新。借鉴WLSL思想, 个体也可以根据对自身收益的满意程度进行更新。文献[67]基于囚徒困境博弈模型和小世界网络模型, 考虑个体 i 的期望收益(aspiration payoff):

$$P_{ia} = k_i A \quad (6)$$

$A \in [0, b]$ 衡量了个体对收益的期望水平。在策略更新时, 个体将它的实际收益与期望收益比较, 按照式(2)得到的概率在下一轮中采用反策略。因此, A 越低意味着个体越容易满足而保持策略, 反之则个体会频繁变换策略而在网络中出现乒乓效应。研究发现, 适当地选取 A 可以促进小世界网络中的合作水平。

进一步, 文献[68]引入了个体对于局部邻居的贡献机制。个体 i 对邻居的局部贡献 T_i 为其邻居分别与 i 博弈获取的收益和, 而 i 的适应度为个体当前收益 P_i 与贡献的线性组合: $U_i = (1 - h)P_i + hT_i$ 。显然,

随着 $h \in [0,1]$ 的增加, 个体贡献在适应度中的比重增加。类似文献[67], 个体将其适应度与其期望收益 P_{ia} 比较, 并按照正比于两者差的概率更换策略。研究表明, 随着 h 的提高, 局部贡献在个体适应度中的比重增大, 个体为了达到期望的适应度会倾向于选择合作策略, 从而增大自己对邻居的局部贡献值, 所以网络中合作水平提高。文献[69]在方格网络上考虑了如果个体不满意, 则会按照式(2)学习邻居行为的情况, 可以得到相似的结论。

2.6 博弈交互受限下的合作行为

上述研究主要考虑网络上个体与所有邻居都会交互。然而, 生活中个体可能只会和部分朋友产生联系, 因此文献[70]基于囚徒困境博弈模型考虑了随机交互模型: 在方格网络上个体以概率 p 与邻居产生博弈并获得收益, p 刻画了个体产生交互的强度, 之后个体以正比于邻居收益 P_j 的概率选择邻居 j , 按照式(2)学习 j 的策略。研究表明 $p \rightarrow 0$ 会使交互博弈过低而使系统处于冷冻状态; 而 p 略微提高则会使合作行为在网络中有效扩散, 最终使系统处于全合作状态; p 进一步提高则使合作水平下降。相似结论在方格网络^[71]和无标度网络^[72]上也可以获得。

生活中人们与谁交往常常具有选择性。因此, 文献[73]进一步考虑了选择交互的囚徒困境博弈模型。在社会交往时, 人们具有社会容忍性, 即与自己相似的人交往, 这可以用容忍强度刻画, 即在一个容忍范围内的人们可以产生交互^[74]。考虑在BA无标度网络上, 每个个体 i 拥有声誉 R_i , 它只会和声誉水平在容忍范围 l 内的邻居产生交互并获得收益。而第 t 代的声誉 $R_i(t)$ 是动态演化的: 由前一代的声誉 $R_i(t-1)$ 和当前代交互比例二者折中决定。研究表明: l 过小会抑制合作者间的交互, 而 l 过高则退化到传统的全交互模型。当 l 取适当值时, 有助于合作者间产生交互的正反馈, 使合作行为迅速在网络中占主导, 背叛者因为交互受限而容易消失。此外, 文献[73]考虑了异质网络上个体参与成本对合作行为的影响, 发现适当容忍范围 l 可以促进合作的结论仍成立。同时他们还发现 l 较高时与文献[31]结论相似, 参与成本的引入会削弱网络异质性对合作行为的促进; 而当 l 较小时, 合作者因交互受限而参与成本减小, 因此参与代价的引入反而可以促进合作。

3 网络与合作的协同演化

以上网络博弈研究主要集中在不同网络结构和

演化规则对演化博弈行为的影响, 一般假设个体的接触网络是静态的。当策略选择时间尺度比相互作用时间尺度快时, 可以看作网络演化的过程。近年来学者从不同角度尝试研究演化博弈动力学对网络的反作用, 阐述复杂网络结构特性的涌现机理。

3.1 移边网络动态演化博弈模型

文献[75-76]最早研究了动态网络演化博弈模型: 从一个随机网络开始, 个体与邻居进行囚徒困境博弈并累计收益, 策略演化时它们会学习邻居(包含自己)中受益最高者的策略; 接下来, 如果一个背叛者发现它模仿的背叛邻居的收益比自己高, 则这个不满意的个体会以概率 p 移走与被模仿的背叛者之间的边, 重新在网络中随机选择一个节点连接, 这样网络中的边数保持不变。他们的研究表明, 只需要一个小概率 $p (\geq 0.01)$ 就可以使动态网络中合作频率达到一个高值。此时网络呈现层次结构, 且随着重连概率 p 的增加, 网络的聚类系数增加, 网络异质性增强——这是由于越来越多的背叛者因“失道”而寡助, 合作者因“得道”可以成为中心节点。进一步, 他们指出合作者占据中心节点具有很强的鲁棒性: 当网络演化到稳定状态时, 强行把网络中收益最高的合作者变为背叛者, 会使网络合作频率出现短暂震荡, 之后网络将演化为一个新的层次网络, 合作者重新占据中心节点, 动态网络的合作水平与震荡前相比没有明显变化。

文献[77]修改了上述模型, 他们将个体的策略演化和结构演化分开处理: 在时间尺度 τ_e 内, 个体与周围邻居博弈并累计收益, 个体按照式(2)进行策略演化; 在时间尺度 τ_a 内, 个体进行结构演化——如果一个合作者 i 的邻居中存在背叛者 j , 它会不满意背叛者的存在, 根据式(2)移走它与背叛者之间的连边, 在背叛者 j 的邻居中随机选择一个个体建立联系。设定演化比率 $W = \tau_e / \tau_a$, 当 $W \rightarrow 0$ 意味着个体在静态网络上进行策略演化, 随着 W 的增加, 网络中的合作者倾向于移走与背叛者的联系。针对不同两人两策略博弈模型, 从一个随机正则网络开始进行策略演化和结构演化, 研究表明随着 W 的增加, 网络异质性增加, 稳态的合作频率得到了显著提高, 且高噪声的演化环境不利于合作的涌现。与文献[77]不同, 在文献[78]提出的网络动态演化博弈模型中, 每个个体进行 $n (> 1)$ 轮囚徒困境博弈后才进行结构演化, m 个被随机选中的个体允许移走它邻居中背叛次数最高的边, 在被重连个体的邻居中随机选择一个连接。研究表明稳定演化的网络呈现异配性。

进一步, 文献[79]将声誉引入网络动态演化博弈中, 一个个体的声誉是指它采取合作策略的次数, 而个体更倾向与声誉好的个体合作, 因此基于声誉的网络演化有助于合作的稳定。

文献[80]提出了一个策略与结构协同演化的网络模型: 结构演化时, 持不同策略的个体拥有不同的增减边速率; 个体根据文献[5]使用与频率相关的Moran过程进行策略演化。从理论和仿真研究都表明: 当个体通过加速结构演化($\tau_a \ll \tau_e$)时, 会使原始收益矩阵发生改变, 囚徒困境博弈可以转变为猎鹿博弈, 而雪堆博弈可以转变为合作占主导的情况。

基于个体容忍因素, 文献[81]考虑了一个动态移边网络博弈模型: 个体与其连接的所有邻居进行囚徒困境博弈后, 定义个体 i 的合作环境水平 $R_i(t)$ 为其邻居中合作者的比例或其与 $R_i(t-1)$ 的折中。在策略更新前, 个体 i 会比较其与邻居 j 的合作环境差异性, 若超过了容忍范围 l , 则 i 会在二层邻居中随机选择一个邻居重连; 否则若二者的合作环境相似, 则 j 会按照式(1)与 i 比较收益并更新策略。网络从随机正则网络开始演化, 度异质性随着 l 的提高移边数目减少而下降。与静态网络类似, l 取中间适当值可以促进合作, 此时C-D之间连边会迅速消失, 这导致网络会呈现较高聚类和度同配特性。

文献[82]提出了一个加边动态演化博弈模型。初始在一个方格网络上, 个体与邻居进行囚徒困境博弈后, 如果一个个体 i 按照式(1)学习了邻居 j 的行为, 则 j 会在网络中随机选择一个新邻居。设定个体的最大度为 k_{\max} 。研究表明: 存在允许个体最大度的一个最优值 k_{\max}^{opt} , 超过该值后大度节点之间由于缺乏沟通, 合作水平会下降。

上述讨论的动态网络很难获得无标度网络。文献[83]提出了一个可以动态演化生成无标度网络的博弈模型: 个体被分配在一个方格网络上, 每个节点拥有一个活动的长程边, 个体可以控制活动长程边的另一端指向期望的节点。个体按照囚徒困境博弈交互并累计收益, 策略更新时个体 i 将它的收益与邻居中收益最高者 j 的策略比较, 如果 j 收益高则采纳之。同时, i 将受它控制的活动长程边指向 j 的活动长程边所指向的节点。通过增加背叛者的诱惑 b , 动态网络度分布从均匀分布逐渐向幂律分布转变。

在大多数研究中, 博弈的收益矩阵往往是固定不变的, 但实际系统的收益大小往往由组成系统的

个体的集体状态所决定(系统中合作者密度越大, 系统的效率越高)。文献[84-85]研究了一个多重适应的动态网络演化博弈模型: 首先囚徒困境博弈的收益矩阵是动态演化的, 个体采取背叛策略的诱惑量 b 随时间动态变化, 其大小由系统中合作者的比例确定; 其次, 个体具有适应性, 可以改变一定比例的博弈对象, 在选择新的交互对象时, 个体更倾向于和收益高的个体建立关系。在适当的参数 b 区间, 研究发现网络系统能够演化到全合作者状态。此时个体相互作用的连接度分布服从幂律形式, 个体的聚类系数与其连接度成反比, 博弈动力学的多尺度演化导致了层次结构的涌现。

文献[86]提出了一个可以增/减边的动态网络博弈模型。在这个模型中, 个体按照囚徒困境规则交互, 累计收益。结构演化时, 每个个体以概率 p 被选中, 被选中的个体可以删除与那些不满意邻居的联系, 而被选中的合作者也可以和邻居的邻居建立新的连接, 被选中节点加边和删边的数目存在上限, 因此, 网络中的边数是变化的。随着 p 的增加, 动态网络中的合作频率和平均度随着时间演化会由平稳转向震荡, 而动态网络的度分布趋向于幂律, 此时网络存在层次性。

3.2 生灭网络动态演化博弈模型

基于文献[87]早期的工作, 文献[88]提出了一个生长的动态网络囚徒困境博弈模型: 初始化时存在少量个体, 它们进行博弈并累计收益, 根据式(2)演化策略; 每个新加入的个体与 m 个老个体连接, 选中老个体的概率正比于这个个体的收益。通过调节一个控制适应度的参数 ε , 可以使网络出现无标度特性和层次特性, 并促进系统中合作的产生和维持。

在竞争环境中, 低适应度的个体会消亡。由此文献[89]提出了全局策略更新规则, 基于囚徒困境博弈模型研究了网络博弈中的非连续相变和迟滞回线。全局策略更新指每一轮博弈结束, 收益最低的个体更新其策略。这也可看作个体的死亡和重生, 即收益最低的个体死亡, 一个不同策略的个体重新出现在死亡个体的位置。将这一全局策略更新规则应用于规则、小世界和无标度网络, 发现存在非连续相变和迟滞效应。其中, 迟滞效应的产生依赖于初始的合作者的比例, 即: 从不同的初始合作比例出发, 系统存在双稳态。这是首次在博弈系统中发现双稳态现象, 基于平均场理论可以准确地预测出非连续相变点。

进一步, 从金融危机的连锁反应出发, 文献[90]

研究了博弈和个体死亡的共演化模型。通过引入个体倒闭(或死亡)机制,发现了网络博弈中存在相继故障和雪崩现象。该模型设定个体存活阈值依赖于个体的邻居数量。有趣的是,当雪崩结束后,只有合作的个体才能存活。基于两人囚徒困境和雪堆博弈以及多人公共品博弈,发现这一现象存在于随机、小世界和无标度等多种网络。因此,在这种共演化模型中,合作成为确定性的最优策略,从根本上打破了博弈中的困境。模型中存在的相变现象和不同相的边界可以通过平均场理论进行解析计算。进一步,文献[91]细致研究了存在死亡和倒闭机制的合作和网络结构共演化模型中的动力学现象,讨论了不同类型格子上的合作演化、空间斑图的演化、相变分界线受网络类型的影响等问题,并给出了细致的理论结果。上述研究对于理解经济金融系统中危机的产生与演化有重要的借鉴意义。

3.3 基于格子移动的网络动态演化博弈模型

受资源分配不均衡会使个体分布非均匀这一点启发,文献[92]首先研究了个体移动对合作行为的作用。他们考虑将个体散布在二维网格上,使它们在网格上随机游走,并与它接触的邻居进行囚徒困境博弈,发现这种个体的移动性有利于合作的涌现和扩散。

个体会通过迁徙择邻而居,然而迁徙可能会导致背叛的入侵。因此文献[93]提出了成功迁徙博弈模型。考虑个体随机占据方格网络中一半的节点,与邻居进行囚徒困境博弈。在策略更新前,个体可以在 d 层以内的邻居中随机选择一个空位,如果在空位上的虚拟收益比当前收益高,个体会受成功驱使而占领该空位。研究表明:该策略可以使合作者结簇并有效规避背叛者。进一步,如果个体以高概率成功迁徙的同时,还以小概率随机移动,有意思的是经过一个漫长的合作与背叛的竞争后,在噪音环境中合作行为会突然在系统中爆发并最终占主导。

文献[94]进一步考虑了个体期望对于迁移性的影响。考虑在方格网络上,个体参与到以其及邻居为中心的公共品博弈后,如果满意则保持当前位置和策略不变,否则会改变位置和/或策略,个体的满意程度由其收益、期望和噪音共同影响。研究表明:当期望较低时,合作者不会倾向于移动和聚集;期望过高时个体因不满,会不断地改变位置和策略,这都阻碍了合作簇的形成。只有当期望取中等水平时,背叛者因收益低于预期而倾向移动,合作者的收益则会高于预期而保持不动,这促成稳定的合作

簇。文献[95]基于囚徒困境博弈模型考虑期望与邻居数相关,得到类似的结论。

文献[96]研究了基于邻居信息的局域自适应移动策略对空间博弈中合作行为的影响。个体基于囚徒困境博弈模型交互,其移动受到周围邻居策略的影响:个体为了尽可能获得更多的收益,有避开背叛策略的倾向,因此个体是否移动由周围邻居中背叛策略的比例决定。邻居中背叛个体越多,移动的可能性越大。这种基于局域信息的自适应移动行为能够显著地促进合作的产生,并且能够导致合作行为爆发的现象。

3.4 基于平面移动的网络动态演化博弈模型

进一步,基于著名的Viscek模型^[97],可以考虑群体在二维平面上以速度 v 移动,个体与作用半径 r 以内的个体产生交互博弈和学习。文献[98]研究了个体在二维平面移动的网络动态演化博弈模型:考虑每代更新时个体随机更新速度方向,在作用半径 r 内随机选择一个邻居,按照式(1)更新策略。当群体通过囚徒困境博弈进行交互时,发现过高或者过低的密度都抑制了合作。适当密度下合作湮灭的阈值和合作频率随着移动速度 v 的增加而单调下降。然而当群体进行公共品博弈时,合作频率随着 v 增加是非单调变化的,适当的速度可以促进群体博弈^[99]。

文献[100]将个体期望引入平面移动博弈模型中,当个体 i 与作用半径 r 内的个体进行囚徒困境博弈后,如果 i 的收益小于其收益期望(式(6)),则它不移动,否则若 i 不满意则会在空间中移动。研究表明适当的期望水平 A 和速度 v 都会促进合作。文献[101]基于囚徒困境博弈,考虑了作用半径 r 的差异性对于平面移动个体合作行为的影响。研究表明在低密度和移动速度、作用半径呈无标度分布时合作水平最高。

4 结论与展望

本文主要介绍了近十年来网络演化博弈的相关研究进展,尤其是策略演化规则、种群交互网络结构与合作行为的共演方面的研究成果。合理的演化机制不仅能促进合作者之间关系稳定维持,并与适应度构成正反馈,而且还能有效地抑制背叛行为对于合作簇的接触与入侵,有利于合作行为在种群中的涌现和扩散。合作行为在自然界和社会界广泛存在,其存在的历史甚至超过生命的起源。最近的研究表明,化学物质转变为生命物质也是通过分子间

的协作完成的^[102-103]。

网络演化博弈当前正处于蓬勃发展的阶段, 还在不断地涌现出新的研究成果, 极大地丰富了人们对合作现象的认识。下面, 就笔者的认识和理解展望一下未来网络演化博弈的发展趋势:

1) 理论分析表明, 静态网络上合作者通过结簇可以维持合作的稳定性。最近实证性研究发现, 如果将志愿者置于均质和异质结构的静态网络上, 进行囚徒困境博弈的合作水平是相似的^[104]。然而, 如果允许志愿者自适应地选择邻居, 则快速演化的网络上合作行为可以维持, 并且网络的连接度会呈现异质分布, 合作者间的联系容易维持^[105-107], 这与前期网络动态演化博弈的理论分析结果一致^[108]。通过实证性研究, 可以揭示人类在群体中行为演化的基本规律, 这为网络演化博弈的进一步发展奠定更加坚实的实验基础。

2) 复杂网络理论表明, 事件的作用顺序以及作用时间对于网络动力学有重要影响^[109]。最近实证性研究发现: 快速决策的人更乐于合作, 而深思熟虑让人容易自私^[110]。从个体博弈收益和策略的时间序列分析个体之间的博弈网络是一个重要课题, 而压缩映象理论是解决该问题的一个有效途径^[111]。

3) 最近, 一些新的博弈模型引入网络中, 如最后通牒博弈^[112-113]、为理解哥本哈根气候谈判的悲剧而提出的带风险阈值的公共品博弈——集体风险社会困境博弈^[114]、揭示生态多样性的石头剪刀布循环三策略博弈^[115-116], 以及将直接互惠机制与网络互惠结合的博弈等^[117]。这些新的博弈模型为网络演化博弈理论提出了新的课题, 为解决现实生活中的冲突提供了有益的理论模型。

4) 近几年人们开始探索多种动力学相互耦合演化。例如在传染病防控中考虑接种代价, 将演化博弈与病毒传播动力学结合, 从而构成接种博弈动力学, 考虑个体接种行为与病毒传播间的反馈构成的共演网络等^[118-120]。因此, 探索不同网络动力学(如博弈、病毒和观点的传播、级联、同步)之间的共性也是未来值得深入探索的重要课题。

参 考 文 献

- [1] NOWAK M A. Five rules for the evolution of cooperation[J]. Science, 2006, 314(5805): 1560-1563.
- [2] NASH J F. Equilibrium points in n-person games[J]. Proc Natl Acad Sci USA, 1950, 36(1): 48-49.
- [3] FUDENBERG D, LEVINE D K. The theory of learning in games[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1998.
- [4] SMITH J M, PRICE G R. The logic of animal conflict[J]. Nature, 1973, 246(5427): 15-18.
- [5] NOWAK M A, SASAKI A, TAYLOR C, et al. Emergence of cooperation and evolutionary stability in finite populations [J]. Nature, 2004, 428(6983): 646-650.
- [6] NOWAK M A. Evolutionary dynamics[M]. Harvard University Press, 2006.
- [7] SHAKARIAN P, ROOS P, JOHNSON A. A review of evolutionary graph theory with applications to game theory[J]. BioSystems, 2012, 107: 66-80.
- [8] 唐长兵, 李翔. 有限种群中策略演化的稳定性[J]. 电子科技大学学报, 2012, 41(6): 821-829.
TANG Chang-bing, LI Xiang. Stability of evolutionary strategies in finite populations[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2012, 41(6): 821-829.
- [9] DOEBELI M, HAUERT C. Models of cooperation based on the Prisoner's Dilemma and the Snowdrift game[J]. Ecology Letters, 2005, 8(7):748-766.
- [10] SZABÓ G, FATH G. Evolutionary games on graphs[J]. Physics Reports, 2007, 446(4-6):97-216.
- [11] ROCA C P, CUESTA, J A, S'ANCHEZ. A. Evolutionary game theory: temporal and spatial effects beyond replicator dynamics[J]. Phys Life Rev, 2009(6): 208-249.
- [12] PERC M, SZOLNOKI A. Coevolutionary games – a mini review[J]. BioSystems, 2010(99): 109-125.
- [13] 王龙, 伏峰, 陈小杰, 等. 演化博弈与自组织合作[J]. 系统科学与数学, 2007, 27(3): 330-343.
WANG long, FU feng, CHEN Xiao-jie, et al. Evolutionary games and self-organizing cooperation[J]. Systems Science and Mathematical Sciences, 2007, 27(3): 330-343.
- [14] 赵晟莹, 郭强, 王文旭, 等. 复杂网络上博弈行为的研究进展[J]. 电子测量技术, 2007, 30(4): 93-96.
ZHAO Sheng-ying, GUO qiang, WANG Wen-xu, et al. Research progress of competitive process in complex network[J]. Electronic Measurement Technology, 2007, 30(4): 93-96.
- [15] 王龙, 伏峰, 陈小杰, 等. 复杂网络上的演化博弈[J]. 智能系统学报, 2008, 2(2):1-10.
WANG long, FU feng, CHEN Xiao-jie, et al. Evolutionary games on complex networks[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2008, 2(2):1-10.
- [16] 吴枝喜, 荣智海, 王文旭. 复杂网络上的博弈[J]. 力学进展, 2008, 38(6): 794-804.
WU Zhi-xi, RONG Zhi-hai, WANG Wen-xu. Games on complex networks[J]. Advances in Mechanics. 2008, 38(6):794-804.
- [17] 杨涵新, 汪秉宏. 复杂网络上的演化博弈研究[J]. 上海理工大学学报, 2012, 34(2): 166-171.
YANG Han-xin, WANG Bing-hong. Review on the research of evolutionary games on complex networks[J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 2012, 34(2): 166-171.
- [18] AXELROD R. The evolution of cooperation[M]. New York: Basic Books, 1984.
- [19] NOWAK M A, SIGMUND K. A strategy of win-stay, lose-shift that outperforms tit-for-tat in the Prisoner's

- Dilemma game[J]. *Nature*, 1993, 364(6432): 56-58.
- [20] NOWAK M A, MAY R. Evolutionary games and spatial chaos[J]. *Nature*, 1992(359): 826-829.
- [21] HARDIN G. The tragedy of the commons[J]. *Science*, 1968 (162):1243-1248.
- [22] TAYLOR P D, JONKER L. Evolutionary stable strategies and game dynamics[J]. *Mathematical Biosciences*, 1978 (40): 145-156.
- [23] SZABÓ G, TOKE C. Evolutionary prisoner's dilemma game on a square lattice[J]. *Phys Rev E*, 1998, 58(1): 69-73.
- [24] OHTSUKI H, HAUERT C, LIEBERMAN E, et al. A simple rule for the evolution of cooperation on graphs and social networks[J]. *Nature*, 2006, 441(7092): 502-505.
- [25] APICELLA C L, MARLOWE F W, FOWLER J H, et al. Social networks and cooperation in hunter-gatherers[J]. *Nature*, 2012, 481(7382): 497-501.
- [26] SANTOS F C, PACHECO J M. Scale-free networks provide a unifying framework for the emergence of cooperation[J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 95(9): 098104.
- [27] SANTOS F C, PACHECO J M, LENAERTS T. Evolutionary dynamics of social dilemmas in structured heterogeneous populations[J]. *Proc Natl Acad Sci USA*, 2006, 103(9): 3490-3494.
- [28] SANTOS F C, SANTOS M D, PACHECO J M. Social diversity promotes the emergence of cooperation in public goods games[J]. *Nature*, 2008(454): 213-216
- [29] HUANG Z-G, WU Z-X, WU A-C, et al. Role of collective influence in promoting cooperation[J]. *Europhys Lett*, 2008, 84(5): 50008.
- [30] WU Z X, GUAN J Y, XU X J, et al. Evolutionary prisoner's dilemma game on barabasi-albert scale-free networks[J]. *Physica A*, 2007, 379(2): 672-680.
- [31] MASUDA N. Participation costs dismiss the advantage of heterogeneous networks in evolution of cooperation[J]. *Proc R Soc B*, 2007(274): 1815-1821.
- [32] NEWMAN M E J. Assortative mixing in networks[J]. *Phys Rev Lett*, 2002, 89(20): 2087011.
- [33] XULVI-BRUNET R, SOKOLOV I M. Reshuffling scale-free networks: from random to assortative[J]. *Phys Rev E*, 2004, 70(6): 066102.
- [34] RONG Z, LI X, WANG X. Roles of mixing patterns in cooperation on a scale-free networked game[J]. *Phys Rev E*, 2007(76): 027101
- [35] RONG Z, WU Z-X. Effect of the degree correlation in public goods game on scale-free networks[J]. *EPL*, 2009 (87): 30001.
- [36] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of 'small-world'networks[J]. *Nature*, 1998, 393(6684): 440-442.
- [37] HOLME P, KIM B J. Growing scale-free networks with tunable clustering[J]. *Phys Rev E*, 2002(65): 026107.
- [38] ASSENZA S, GÓMEZ-GARDEÑES J, LATORA V. Enhancement of cooperation in highly clustered scale-free networks[J]. *Phys Rev E*, 2008(78): 017101.
- [39] RONG Z, YANG H X, WANG W X. Feedback reciprocity mechanism promotes the cooperation of highly clustered scale-free networks[J]. *Phys Rev E*, 2010, 82: 047101.
- [40] DOROGOVTSSEV S N, MENDES J F F, SAMUKHIN A N. Structure of growing networks with preferential linking[J]. *Phys Rev Lett*, 2000, 85(21): 4633-4636.
- [41] YANG H X, WU Z X, DU W B. Evolutionary games on scale-free networks with tunable degree distribution[J]. *EPL*, 2012, 99(1): 10006.
- [42] OHTSUKI H, NOWAK M A, PACHECO J M. Breaking the symmetry between interaction and replacement in evolutionary dynamics on graphs[J]. *Phys Rev Lett*, 2007, 98(10): 108106.
- [43] WU Z X, WANG Y H. Cooperation enhanced by the difference between interaction and learning neighborhoods for evolutionary spatial prisoner's dilemma games[J]. *Phys Rev E*, 2007, 75(4): 041114.
- [44] ROZENFELD A F, COHEN R, BEN-AVRAHAM D, et al. Scale-free networks on lattices[J]. *Phys Rev Lett*, 2002, 89: 218701.
- [45] ROCA C P, CUESTA J A, S'ANCHEZ A. Time scales in evolutionary dynamics[J]. *Phys Rev Lett*, 2006, 97: 158701.
- [46] WU Z X, RONG Z, HOLME P. Diversity of reproduction time scale promotes cooperation in spatial prisoner's dilemma games[J]. *Phys Rev E*, 2009, 80: 036106.
- [47] RONG Z, WU Z X, WANG W X. Emergence of cooperation through coevolving time scale in spatial prisoner's dilemma[J]. *Phys Rev E*, 2010, 82: 026101.
- [48] LI Z H. Lifetime and fitness: Life process in spatial prisoner's dilemma games[J]. *Physica A*, 2011, 390(23-24): 4244-4250.
- [49] WU Z X, XU X J, HUANG Z G, et al. Evolutionary prisoner's dilemma game with dynamic preferential selection[J]. *Physical Review E*, 2006, 74(2): 021107.
- [50] WU Z X, XU X J, WANG Y H. Prisoner's dilemma game with heterogeneous influential effect on regular small-world networks[J]. *Chinese Physics Letters*, 2006, 23(3): 531-534.
- [51] GUAN J Y, WU Z X, HUANG Z G, et al. Promotion of cooperation induced by nonlinear attractive effect in spatial Prisoner's Dilemma game[J]. *Europhysics Letters*, 2006, 76(6): 1214-1220.
- [52] WANG Z, PERC M. Aspiring to the fittest and promotion of cooperation in the prisoner's dilemma game[J]. *Phys Rev E*, 2010(82): 021115.
- [53] PERC M, WANG Z. Heterogeneous aspirations promote cooperation in the prisoner's dilemma game[J]. *PLoS ONE*, 2010, 5: e15117.
- [54] REN J, WANG W X, YAN G, et al. Emergence of cooperation induced by preferential learning[J]. 2006, arXiv/0603007.
- [55] YANG H X, WANG W X, WU Z X, et al. Diversity-optimized cooperation on complex networks[J]. *Phys Rev E*, 2009, 79(5): 056107
- [56] SZOLNOKI A, SZABÓ G. Cooperation enhanced by inhomogeneous activity of teaching for evolutionary Prisoner's Dilemma games[J]. *EPL*, 2007, 77(3): 30004.
- [57] SZABÓ G, SZOLNOKI A. Cooperation in spatial

- prisoner's dilemma with two types of players for increasing number of neighbors[J]. *Phys Rev E*, 2009, 79: 016106.
- [58] PERC M, SZOLNOKI A, SZABÓ G. Restricted connections among distinguished players support cooperation[J]. *Phys Rev E*, 2008(78): 066101.
- [59] SZOLNOKI A, PERC M. Coevolution of teaching activity promotes cooperation[J]. *New J Phys*, 2008(10): 043036.
- [60] SZOLNOKI A, PERC M, SZABÓ G, et al. Impact of aging on the evolution of cooperation in the spatial prisoner's dilemma game[J]. *Phys Rev E*, 2009(80): 021901.
- [61] GUAN J Y, WU Z X, WANG Y H. Effects of inhomogeneous activity of players and noise on cooperation in spatial public goods games[J]. *Phys Rev E*, 2007(76): 056101.
- [62] SZOLNOKI A, WANG Z, PERC M. Wisdom of groups promotes cooperation in evolutionary social dilemmas[J]. *Scientific Reports*, 2012(2): 576.
- [63] CHEN Y Z, HUANG Z G, WANG S J, et al. Diversity of rationality affects the evolution of cooperation[J]. *Phys Rev E*, 2009(79): 055101.
- [64] SZABÓ G, SZOLNOKI A, VUKOV J. Selection of dynamical rules in spatial prisoner's dilemma games[J]. *EPL*, 2009(87): 18007.
- [65] SZOLNOKI A, VUKOV J, SZABÓ G. Selection of noise level in strategy adoption for spatial social dilemmas[J]. *Phys Rev E*, 2009(80): 056112.
- [66] SZABÓ G, VUKOV J, SZOLNOKI A. Phase diagrams for an evolutionary prisoner's dilemma game on two-dimensional lattices[J]. *Phys Rev E*, 2005(72): 047107.
- [67] CHEN X J, WANG L. Promotion of cooperation induced by appropriate payoff aspirations in a small-world networked game[J]. *Phys Rev E*, 2008, 77(1): 017103.
- [68] CHEN X J, FU F, WANG L. Promoting cooperation by local contribution under stochastic win-stay-lose-shift mechanism[J]. *Physica A*, 2008(387): 5609-5615.
- [69] LIU Y, CHEN X, ZHANG L, et al. Win-stay-lose-learn promotes cooperation in the spatial prisoner's dilemma game[J]. *PLoS ONE*, 2012(7): e30689.
- [70] CHEN X, FU F, WANG L. Interaction stochasticity supports cooperation in spatial prisoner's dilemma[J]. *Phys Rev E*, 2008(78): 051120.
- [71] ZHANG M, YANG J. Random partnerships in spatial game theory[J]. *Phys Rev E*, 2009(79): 011121.
- [72] PONCELA J, GÓMEZ-GARDEÑES J, MORENO Y. Cooperation in scale-free networks with limited associative capacities[J]. *Phys Rev E*, 2011(83): 057101.
- [73] CHEN X, WANG L. Cooperation enhanced by moderate tolerance ranges in myopically selective interactions[J]. *Phys Rev E*, 2009(80): 046109.
- [74] RIOLO R L, COHEN M D, AXELROD R. Evolution of cooperation without reciprocity[J]. *Nature*, 2001, 414 (6862): 441-443.
- [75] ZIMMERMANN M G, EGUILUZ V M, MIGUEL M S. Coevolution of dynamical states and interactions in dynamic networks[J]. *Phys Rev E*, 2004, 69(6): 065102.
- [76] ZIMMERMANN M G, EGUILUZ V M. Cooperation, social networks, and the emergence of leadership in a prisoner's dilemma with adaptive local interactions[J]. *Phys Rev E*, 2005, 72(5): 056118.
- [77] SANTOS F C, PACHECO J M, LENAERTS T. Cooperation prevails when individuals adjust their social ties[J]. *PLoS Computational Biology*, 2006, 2(10): 1284-1291.
- [78] FU F, CHEN X J, LIU L G, et al. Promotion of cooperation induced by the interplay between structure and game dynamics[J]. *Physica A*, 2007, 383(2): 651-659.
- [79] FU F, HAUERT C, NOWAK M A, et al., Reputation-based partner choice promotes cooperation in social networks[J]. *Phys Rev E*, 2008, 78(2): 026117.
- [80] PACHECO J M, TRAUlsen A, NOWAK M A. Coevolution of strategy and structure in complex networks with dynamical linking[J]. *Phys Rev Lett*, 2006, 97(25): 258103.
- [81] CHEN X J, FU F, WANG L. Social tolerance allows cooperation to prevail in an adaptive environment[J]. *Phys Rev E*, 2009(80): 051104.
- [82] SZOLNOKI A, PERC M, DANKU Z. Making new connections towards cooperation in the prisoner's dilemma game[J]. *EPL*, 2008(84): 50007.
- [83] LI W, ZHANG X M, HU G. How scale-free networks and large-scale collective cooperation emerge in complex homogeneous social systems[J]. *Physical Review E*, 2007, 76(4): 045102.
- [84] LEE S, HOLME P, WU Z X. Emergent hierarchical structures in multiadaptive games[J]. *Phys Rev Lett*, 2011 (106): 028702.
- [85] LEE S, HOLME P, WU Z X. Cooperation, structure, and hierarchy in multiadaptive games[J]. *Phys Rev E*, 2011(84): 061148.
- [86] BIELY C, DRAGOSITS K, THURNER S. The prisoner's dilemma on co-evolving networks under perfect rationality[J]. *Physica D*, 2007, 228(1): 40-48.
- [87] REN J, WANG W X, WU X, et al. Interplay between evolutionary game and network structure: the coevolution of social net, cooperation and wealth[J]. *arXiv: physics/0605250*, 2006.
- [88] PONCELA J, GOMEZ-GARDENES J, FLORIA L M, et al. Complex cooperative networks from evolutionary preferential attachment[J]. *PLoS ONE*, 2008(3): e2449.
- [89] WANG W X, LÜ J, CHEN G, et al. Phase transition and hysteresis loop in structured games with global updating[J]. *Phys Rev E*, 2008, 77(4): 046109.
- [90] WANG W X, YANG R, LAI Y C. Cascade of elimination and emergence of pure cooperation in coevolutionary games on networks[J]. *Phys Rev E*, 2010, 81(3): 035102.
- [91] WANG W X, LAI Y C, ARMBRUSTER D. Cascading failures and the emergence of cooperation in evolutionary-game based models of social and economical networks[J]. *Chaos*, 2011, 21(3): 033112.
- [92] VAINSTEIN M H, SILVA A T C, ARENZON J J. Does mobility decrease cooperation?[J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2007, 244(4): 722-728.
- [93] HELBING D, YU W. The outbreak of cooperation among success-driven individuals under noisy conditions[J]. *Proc*

- Natl Acad Sci USA, 2009, 106(8): 3680-3685.
- [94] ROCA C P, HELBING D. Emergence of social cohesion in a model society of greedy, mobile individuals[J]. Proc Natl Acad Sci USA, 2011, 108(28): 11370-11374.
- [95] YANG H X, WU Z X, WANG B H. Role of aspiration-induced migration in cooperation[J]. Phys Rev E, 2010, 81(6): 065101.
- [96] JIANG L L, WANG W X, LAI Y C, et al. Role of adaptive migration in promoting cooperation in spatial games[J]. Phys Rev E, 2010, 81(3): 036108.
- [97] VICSEK T, CZIRÓK A, BEN-JACOB E, et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven Particles[J]. Phys Rev Lett, 1995(75): 1226-1229.
- [98] MELONI S, BUSCARINO A, FORTUNA L, et al. Effects of mobility in a population of prisoner's dilemma players[J]. Phys Rev E, 2009(79): 067101.
- [99] CARDILLO A, MELONI S, GÓMEZ-GARDEÑES J. Velocity-enhanced cooperation of moving agents playing public goods games[J]. Phys Rev E, 2012(85): 067101.
- [100] LIN Y T, YANG H X, WU Z X, et al. Promotion of cooperation by aspiration-induced migration[J]. Physica A, 2011, 390(1): 77-82.
- [101] ZHANG J, WANG W Y, DU W B, et al. Evolution of cooperation among mobile agents with heterogeneous view radii[J]. Physica A, 2011(390): 2251-2257.
- [102] VAIDYA N, MICHAEL M L, CHEN I A, et al. Spontaneous network formation among cooperative RNA replicators [J]. Nature, 2012(491): 72-77.
- [103] ATTWATER J, HOLLIGER P. The cooperative gene[J]. Nature, 2012(491): 48-49.
- [104] GRACIA-LAZARO C, FERRER A, RUIZ G, et al. Heterogeneous networks do not promote cooperation when humans play a Prisoner's Dilemma[J]. Proc Natl Acad Sci USA, 2012, 109(32): 12922-12926.
- [105] FEHL K, VAN DER POST D J, SEMMANN D. Co-evolution of behaviour and social network structure promotes human cooperation[J]. Ecol Lett, 2011(14): 546-551.
- [106] RAND D G, ARBESMAN S, CHRISTAKIS N A. Dynamic social networks promote cooperation in experiments with humans[J]. Proc Natl Acad Sci USA, 2011, 108(48): 19193-19198.
- [107] WANG J, SURI S, WATTS D J. Cooperation and assortativity with dynamic partner updating[J]. Proc Natl Acad Sci USA, 2012, 109(36): 14363-14368.
- [108] WU B, ZHOU D, FU F. Evolution of cooperation on stochastic dynamical networks[J]. PLoS ONE, 2010, 5(6): e11187.
- [109] HOLME P, SARAMÄKI J. Temporal Networks[J]. Phys Rep, 2012(519): 97-125.
- [110] RAND D G, GREENE J D, NOWAK M A. Spontaneous giving and calculated greed[J]. Nature, 2012, 489(7416): 427-430.
- [111] WANG W X, LAI Y C, GREBOGI C, et al. Network reconstruction based on evolutionary-game data via compressive sensing[J]. Phys Rev X, 2011, 1(2): 021021.
- [112] LI X, CAO L. Largest laplacian eigenvalue predicts the emergence of costly punishment in the evolutionary ultimatum game on networks[J]. Phys Rev E, 2009(80): 066101.
- [113] SZOLNOKI A, PERC M, SZABÓ G. Defense mechanisms of empathetic players in the spatial ultimatum game[J]. Phys Rev Lett, 2012(109): 078701.
- [114] SANTOS F C, PACHECO J M. Risk of collective failure provides an escape from the tragedy of the commons[J]. Proc Natl Acad Sci USA, 2011, 108(26): 10421-10425.
- [115] REICHENBACH T, MOBILIA M, FREY E. Mobility promotes and jeopardizes biodiversity in rock-paper-scissors games[J]. Nature, 2007(448): 1046-1049.
- [116] WANG W X, NI X, LAI Y C, et al. Pattern formation, synchronization, and outbreak of biodiversity in cyclically competing games[J]. Phys Rev E, 2011, 83(1): 011917.
- [117] VAN VEELLEN M, GARCÍA J, RAND D G, et al. Direct reciprocity in structured populations[J]. Proc Natl Acad Sci USA, 2012, 109(25): 9929-9934.
- [118] BAUCH C T, EARN D J D. Vaccination and the theory of games[J]. Proc Natl Acad Sci USA, 2004(101): 391-394.
- [119] FUNK S, SALATHÉ M, JANSEN V A A. Modelling the influence of human behaviour on the spread of infectious diseases: a review[J]. J R Soc Interface, 2010, 7(50): 1247-1256.
- [120] FU F, ROSENBLUM D I, WANG L, et al. Imitation dynamics of vaccination behaviour on social networks[J]. Proc R Soc B, 2011(278): 42-49.

编辑 蒋晓