

# 基于多元LDPC码的多用户协作方案

施玉晨, 白宝明

(西安电子科技大学综合业务网理论及关键技术国家重点实验室 西安 710071)

**【摘要】**与Turbo码相比,多元LDPC码有更好的waterfall和error floor性能。该文将多元LDPC码应用于译码转发协作系统中,提出基于中断概率的多用户协作方案。各用户通过判断自己与信源节点间的信道是否发生中断,决定是否作为中继。若没有发生中断,用户先对接收到的信息进行译码,再采用多元LDPC码重新编码后发送至目的节点。仿真结果表明,当误比特率(BER)为 $10^{-4}$ 时,相比于随机协作方案,该方案在高斯信道下可获得0.3 dB的性能改善,在瑞利衰落信道下可获得0.4 dB的性能改善。

**关键词** 协作通信; 译码转发; 系统错误概率; 多元LDPC码

中图分类号 TN911.22

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2013.02.005

## Multuser Cooperative Scheme Based on Nonbinary LDPC Codes

SHI Yu-chen and BAI Bao-ming

(State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University Xi'an 710071)

**Abstract** Compared with Turbo codes, nonbinary low-density parity-check (LDPC) codes have the better waterfall and error floor performance. The nonbinary LDPC codes are applied to decode-and-forward (DF) cooperative communications in this paper, and a multiuser cooperative scheme based on outage probability is proposed. Each user decides its relay by judging whether its channel to the source node is in outage or not. In case the channel is not in outage, the user decodes the received signal from the source node, and encodes it using nonbinary LDPC codes before forwarding to the destination. The parity-check matrix of nonbinary LDPC codes consists of information part and parity-check part. The information part is quasi-cyclic, and the parity-check part is the dual-diagonal structure. Simulation results show that, compared with the random cooperative scheme, the proposed scheme can achieve about 0.3 dB and 0.4 dB performance gains at the bit error rate (BER) of  $10^{-4}$  on Gaussian channel and Rayleigh fading channel, respectively.

**Key words** cooperative communication; decode-and-forward; error probability; nonbinary LDPC codes

多输入多输出技术是对抗无线信道多径衰落的有效手段之一。实际系统中由于体积大小、硬件成本等因素的限制,很难在移动终端配置多根天线,协作通信技术应运而生<sup>[1-2]</sup>。文献[3]分析了协作通信的分类及不同转发模式的性能,文献[4-5]研究了多用户情况下的用户间干扰、资源分配等问题。

上述研究大多针对单中继协作系统,在多中继协作系统中,如何有效选择中继节点并降低系统错误概率,是一个重要的研究课题。文献[6]以最大化接收信噪比为准,得出了不同转发模式下的中继选择门限。文献[7]针对放大转发模式,提出选择性协作的思想:各终端根据节点之间的信道是否发生中

断,判断是否作为中继节点。但是上述方案都没有用到能极大降低系统错误概率的多元LDPC码<sup>[8-12]</sup>,因此系统性能较差。

本文提出多中继协作通信系统中的多元LDPC码协作方案。各节点根据中断概率准则决定是否作为中继进行信息转发;多元LDPC码的校验矩阵设计为准循环分块双对角结构,具有编码简单、快速等特点。该方案可有效降低系统错误概率,提高编码效率。

## 1 系统模型

无线协作通信系统中,各用户除了发送自己的信息,也可作为中继节点帮助其他用户进行信息转

收稿日期: 2011-06-10; 修回日期: 2012-09-29

基金项目: 国家自然科学基金(60972046,61001130,61040005); 新一代宽带无线移动通信网重大专项课题(2009ZX03003-011, 2009ZX03003-003-03); 长江学者和创新团队发展计划(IRT0852)

作者简介: 施玉晨(1983-),女,博士,主要从事信道编码、无线通信方面的研究。

发。常见的协作方案主要有3种：放大转发(amplify-and-forward, AF)、译码转发(DF)和估计转发(estimate-and-forward, EF)。DF模式能充分利用信源节点到中继节点的链路可靠性,可获得更高的编码增益<sup>[3]</sup>,因此本文考虑DF协作模式。

系统协作模型如图1所示。图中,信源节点记为 $S$ 、目的节点记为 $D$ 。 $M$ 个用户记为 $R_m \in \mathcal{P}_0$ ,  $\mathcal{P}_0 = \{R_1, R_2, \dots, R_M\}$ 。假定各节点都配置一根天线,处于半双工模式,不能同时收发信号。第一个时隙, $S$ 将自己的发送信号广播至目的节点和所有用户,如图1中实线所示。第二个时隙,选中的中继节点将处理后的信号发送至目的节点,如图1中虚线所示。节点 $i$ 和 $j$ 之间的信道增益记为 $h_{ij}$ ,为均值为零,方差为 $\sigma_{ij}^2$ 的复高斯随机变量, $i, j \in \{S, D, R_1, R_2, \dots, R_M\}$ 。各信道服从准静态瑞利平坦衰落,衰落系数在一个数据帧内保持不变,不同数据帧内独立变化。

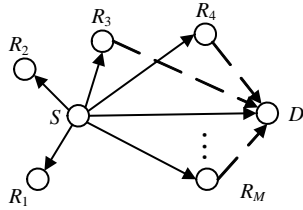


图1 无线协作通信网络

## 2 多用户协作方案

本节提出了结合多元LDPC码和中断概率的协作方案。各节点首先判断自己与信源节点之间的信道是否处于中断。若该信道没有处于中断,该节点作为中继节点,首先对接收到的信源序列进行检测,处理后的信息用多元LDPC码重新编码后发送至目的节点;否则,该节点不进行信息转发。若系统中没有任何节点被选为中继节点,则系统退回非协作模式。

### 2.1 中断概率准则

定义准静态瑞利衰落信道中,链路 $S \rightarrow R_m$ 间的瞬时互信息为<sup>[7]</sup>:

$$I = \log_2(1 + \text{SNR} |h_{SR_m}|^2) \quad (1)$$

式中,  $\text{SNR} = E_s/N_0$ ,  $E_s$ 为发送信号功率;  $N_0$ 为噪声功率。定义 $\rho$ 为发送端的信息传输速率,若 $\log_2(1 + \text{SNR} |h_{SR_m}|^2) \geq \rho$ ,信道质量较好,称链路 $S \rightarrow R_m$ 处于非中断情况;否则该链路处于中断,中断概率记为:

$$P_{SR_m, \text{out}} = P_r \left\{ \log_2(1 + \text{SNR} |h_{SR_m}|^2) < \rho \right\} = P_r \left\{ |h_{SR_m}|^2 < \frac{2^\rho - 1}{\text{SNR}} \right\} \quad (2)$$

式中,  $h_{SR_m}$ 为均值为零、方差为 $\sigma_{ij}^2$ 的复高斯过程,  $|h_{SR_m}|^2$ 服从自由度为2的卡方分布,即 $\chi^2(2)$ ,化简式(2),可得:

$$P_{SR_m, \text{out}} = \int_0^{\frac{2^\rho - 1}{\text{SNR}}} \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{|h_{SR_m}|^2}{2}\right) d|h_{SR_m}|^2 = 1 - \exp\left(-\frac{2^\rho - 1}{2\text{SNR}}\right) \quad (3)$$

### 2.2 中断节点选择算法

实际通信系统中,各节点先采用最小均方差估计准则对信源到各节点之间的信道状态进行估计,得到信道衰落系数后,根据中断概率准则判断是否作为中继进行信息转发。以节点 $R_m$ 为例,中继节点选择算法的流程图如图2所示。

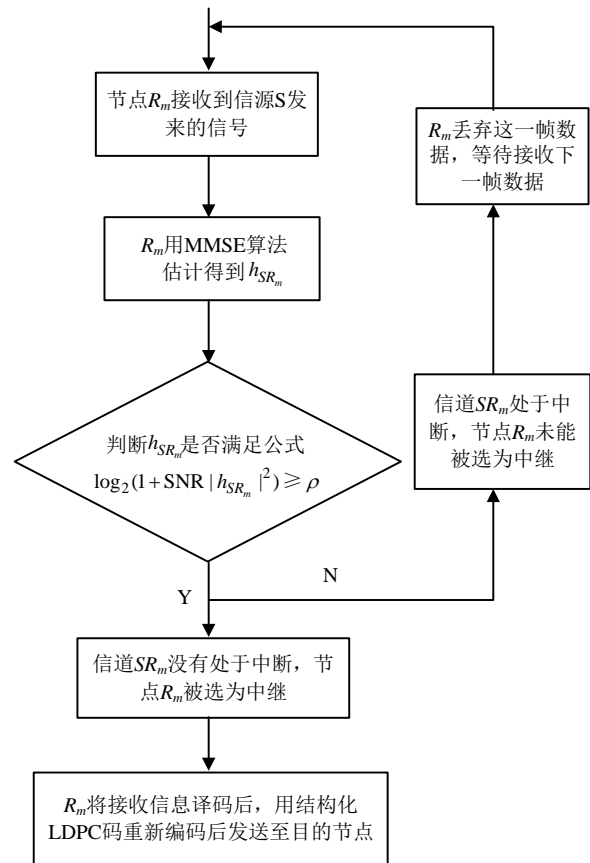


图2 中继节点选择算法

### 2.3 结构化的多元LDPC码

令 $\mathbf{c} = (\mathbf{s}, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ 为一个码字, $\mathbf{s}$ 为信息部分, $\mathbf{p}_1$ 和 $\mathbf{p}_2$ 为校验部分,长度分别为 $L$ 和 $(m-1)L$ 。结构化的多元LDPC码可由大小为 $mL \times nL$ 的校验矩阵得到<sup>[8]</sup>:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{s} & \mathbf{p}_1 & \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{T} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{A}$  为  $(m-1)L \times kL$  矩阵;  $\mathbf{B}$  为  $(m-1)L \times L$  矩阵;  $\mathbf{T}$  为  $(m-1)L \times (m-1)L$  矩阵;  $\mathbf{C}$  为  $L \times kL$  矩阵;  $\mathbf{D}$  为  $L \times L$  矩阵;  $\mathbf{E}$  为  $L \times (m-1)L$  矩阵;  $k+m=n$ 。

对于一个多元LDPC码, 若满足:

$$\begin{cases} \mathbf{A}s^T + \mathbf{B}p_1^T + \mathbf{T}p_2^T = \mathbf{0} \\ (\mathbf{E}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A} + \mathbf{C})s^T + (\mathbf{E}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D})p_1^T = \mathbf{0} \end{cases} \quad (5)$$

则认为该LDPC码译码成功。

由式(5)可得:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \alpha^{j_1} \mathbf{P}^{i_1} & \alpha^{k_1} \mathbf{I} & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \alpha^{j_2} \mathbf{P}^{i_2} & \alpha^{k_2} \mathbf{I} & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{H}_1 & \vdots & \cdots & \alpha^{j_w} \mathbf{P}^{i_w} & \alpha^{k_w} \mathbf{I} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \alpha^{j_{m-1}} \mathbf{P}^{i_{m-1}} & \alpha^{k_{m-1}} \mathbf{I} \\ \alpha^{j_x} \mathbf{P}^{i_x} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & \alpha^{j_m} \mathbf{P}^{i_m} \end{bmatrix}$$

与式(4)对比可以看出, 矩阵  $\mathbf{B}^T$  的第一列为子矩阵  $\alpha^{j_1} \mathbf{P}^{i_1}$ , 其他列为零矩阵  $\mathbf{0}$ ; 矩阵  $\mathbf{E}$  的最后一列为子矩阵  $\alpha^{j_m} \mathbf{P}^{i_m}$ , 其他列为零矩阵  $\mathbf{0}$ ;  $\mathbf{T}$  为双对角的

$$\begin{cases} j_x \equiv \sum_{r=1}^m j_r - \sum_{l=1}^{m-1} k_l \pmod{q-1}, & \sum_{r=1}^m j_r - \sum_{l=1}^{m-1} k_l \equiv 0 \pmod{q-1} \\ i_x \equiv \sum_{r=1}^{m-1} i_r \pmod{L}, & \sum_{r=1}^{m-1} i_r \equiv 0 \pmod{L} \\ i_m \equiv 0 \pmod{q-1}, & i_x \equiv i_m \pmod{L} \end{cases} \quad (6)$$

相应的多元LDPC码可以通过分块高效编码得到,

$$\Phi = \mathbf{E}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} = \mathbf{I}.$$

定义单个译码器的译码复杂度为  $\beta$ ,  $M$  为中继节点个数,  $N$  为选中的中继节点个数。  $N$  的大小由系统误比特率的具体要求确定,  $0 \leq N \leq M$ 。可见, 系统译码复杂度是关于  $N$  和  $\beta$  的联合函数。当  $\beta$  不变时, 系统复杂度随  $N$  的增加而增大。本文方案中, 采用  $\text{GF}(q)$  上的多元LDPC码, 系统译码复杂度为  $O(2^q \times N)$ 。随机协作方案中, 所有收到信源信息的用户均进行译码, 系统译码复杂度为  $O(2^q \times M)$ 。信源节点随机选择其中一个作为中继节点, 将其处理后的信息重新编码后发送至目的节点<sup>[13]</sup>。由于是随机选择, 随机协作方案的性能不稳定。而本文所提方案通过选择最佳的  $N$  个中继节点进行信息转发, 可以一直保证较好的译码性能。

### 3 计算机仿真

本文采用  $\text{GF}(64)$  上的LDPC码进行仿真。选LDPC码码长为168个编码符号, 码率为1/2, 行重为8, 列重为4, 选中的中继节点记为  $R$ 。

$$\begin{cases} p_1^T = \Phi^{-1}(\mathbf{E}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A} + \mathbf{C})s^T \\ \Phi = \mathbf{E}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \end{cases} \quad (6)$$

当矩阵  $\Phi$  不是稀疏矩阵时,  $\Phi^{-1}$  的计算是编码复杂度的一个主要原因。本文设计  $\Phi$  为单位阵, 得到基于  $\text{GF}(q)$  的高效LDPC编码方案。定义  $\mathbf{H}_1$  为信息矩阵,  $\alpha$  为  $\text{GF}(q)$  的一个本原元,  $\text{GF}(q)$  中的所有非零元素都可由  $\alpha$  的幂次生成。分解校验矩阵为如下矩阵:

下三角矩阵, 则逆矩阵  $\mathbf{T}^{-1}$  可以很容易得到;  $k_1 = k_2 = \cdots = k_{m-1} = 0, i_2 = i_3 = \cdots = i_{m-2} = 0$ 。

由上述分析可得, 当  $\mathbf{H}$  满足下面的约束条件:

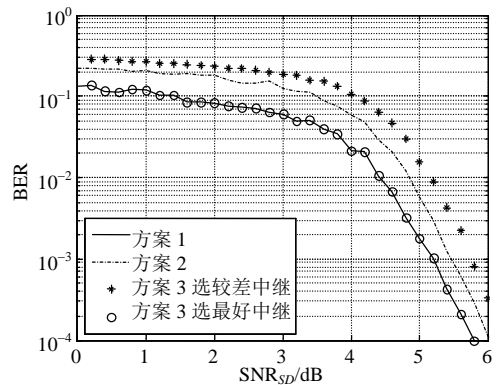


图3 不同协作方案性能对比

不同选择协作方案在瑞利衰落信道下的性能对比如图3所示, 其中,  $M=5, N=1$ 。方案1为本文提出的选择性协作方案; 方案2为文献[6]提出的选择方案, 其依据为  $R^* = \arg \max_{1 \leq k \leq M} \{ \min(\text{SNR}_{S_k}, \text{SNR}_{kD}) \}$ <sup>[6]</sup>;

方案3为随机选择协作方案, 包括随机选中较好的中继(信源到中继的信道信噪比较高)和选中较差的中继(信源到中继的信道信噪比较低)两种情况。由图3可知, 本文方案为3种方案中最佳的一种。相比于方案2, 可获得约0.4 dB的性能改善。由于选择的随机

性,方案3的性能不够稳定,性能最好的情况,即信源到中继的信道信噪比较高时,选中最好中继的性能与本文方案一致。

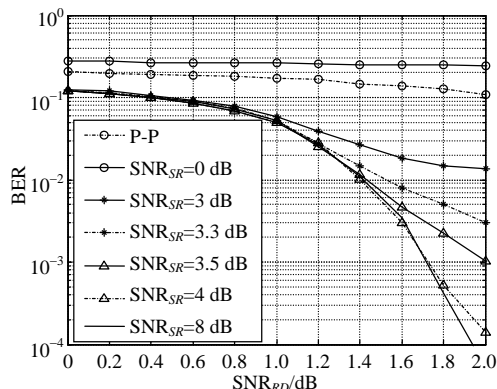


图4 不同SR链路条件下BER性能对比

单中继信道下采用本文方案时,不同SR链路条件下的BER性能对比如图4所示。信源节点到中继节点的平均信噪比相同,记为 $SNR_{SR}$ ;中继节点到目的节点的平均信噪比相同,记为 $SNR_{RD}$ 。当 $SNR_{SR}=0$  dB时,本文方案的BER性能比点对点信道的性能差。这是因为,当链路SR的信噪比较低时,中继节点转发的信息可靠性随之降低,目的节点对来自信源和中继的信号进行等比例合并并译码,降低了整个系统的可靠性。随着 $SNR_{SR}$ 增大,中继转发的信息可靠性增加,本文方案能充分发挥中继节点的协作作用,降低系统BER。

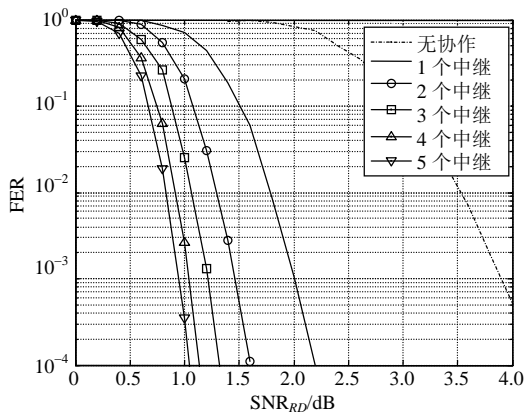


图5 不同中继节点个数对FER的影响

多中继信道下,采用本文方案选择不同个数中继节点的帧错误概率(frame error rate, FER)性能对比如图5所示,其中 $SNR_{SR}=8$  dB。采用非协作模式,FER达到 $10^{-3}$ 所需的 $SNR_{RD}$ 为3.8 dB;选择一个中继节点时,FER达到 $10^{-3}$ 所需的 $SNR_{RD}$ 仅为2 dB;选择两个中继节点时,FER达到 $10^{-3}$ 所需的 $SNR_{RD}$ 仅为1.45 dB。

## 4 结束语

为解决多元LDPC码在多中继协作通信中的应用问题,提出了高效LDPC编码和中断概率相结合的协作方案。设计多元LDPC码的校验矩阵为双对角结构,该结构具有准循环、快速编码等特点。通过检测信源到各节点的信道状态信息,选择中继节点进行信息转发。该方案可提高编码效率,降低系统错误概率。

## 参考文献

- [1] SENDONARIS A, ERKIP E, AAZHANG B. User cooperation diversity-part I: System description[J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2003, 51(11): 1927-1938.
- [2] SENDONARIS A, ERKIP E, AAZHANG B. User cooperation diversity-part II: Implementation aspects and performance analysis[J]. IEEE Trans on Wireless Commun, 2003, 51(11): 1939-1948.
- [3] LI Y H. Distributed coding for cooperative wireless networks an overview and recent advances[J]. IEEE Communications Magazine, 2009, 47(8): 71-77.
- [4] SUNG C K, COLLING I B. Multiuser cooperative multiplexing with interference suppression in wireless Relay networks[J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2010, 9(8): 2528-2538.
- [5] 张昕, 叶梧, 冯穗力, 等. 中继OFDMA系统的自适应资源分配策略[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2010, 38(9): 7-12.  
ZHANG Xin, YE Wu, FENG Sui-li, et al. Optimal power allocation for two-hop Relaying System with different channel state information[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2010, 38(9): 7-12.
- [6] HADZI-VELKOV Z, ZLATANOV N. Outage rates and outage durations of opportunistic Relaying systems[J]. IEEE Comm Lett, 2010, 14(2): 148-150.
- [7] ZOU Y L, ZHENG B Y, ZHU J. Outage analysis of opportunistic cooperation over Rayleigh fading channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(6): 3077-3085.
- [8] DAVEY M C, MACKAY D J C. Low density parity check Codes GF(q)[J]. IEEE Comm Letters, 1998, 2(6): 165-167.
- [9] GALLAGER R G. Low density parity check codes[J]. IEEE Trans on Inform Theory, 1962, 8(1): 21-28.
- [10] RAZAGHI P, YU W. Bilayer low-density parity-check codes for DF in relay channels[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2007, 53(10): 3723-3739.
- [11] KIM J H, PARK S Y, KIM J Y, et al. Joint LDPC codes for multi-user relay channel[C]//Network Coding, Theory and Applications. Honkong: IEEE, 2008.
- [12] GANEPOLA V S, CARRASCO R A, WASELL I J. Low complexity coded cooperation scheme using non binary LDPC codes[C]//Wireless Communication, Vehicular Technology, Information Theory and Aerospace & Electronic Systems Technology. Denmark: IEEE, 2009.

编辑 张俊