

负载均担并联系统模型及可靠性分析

覃庆努, 魏学业, 吴小进, 白如雪

(北京交通大学电子信息工程学院 北京 海淀区 100044)

【摘要】针对实际中负载均担并联系统的可靠性受系统总负载和部件承载能力的影响,通过分析实际中部件的承载能力情况建立相应的部件失效率变化模型,利用马尔可夫过程建立负载均担不可修并联系统的通用可靠性模型。从失效率变化模型出发,根据总负载与部件承载能力的不同关系,将系统的通用可靠性模型细分为理想承载模型、最大承载模型和临界承载模型,并计算出各个模型下系统可靠度。以部件独立并联系统和 $m/n:(F)$ 表决系统为例证,验证模型及计算结果的正确性。

关键词 承载能力; 负载分担; 马尔可夫过程; 并联系统; 可靠性

中图分类号 TB114.3

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2013.02.025

Models and Reliability Analysis of Load-Sharing Parallel Systems

QIN Qing-nu, WEI Xue-ye, WU Xiao-jin, and BEI Ru-xue

(School of Electronic Information Engineering, Beijing Jiaotong University Haidian Beijing 100044)

Abstract The reliability of an actual load-sharing parallel system is greatly affected by total load of the system and load capacity of components. A failure rate variation model of components of unrepaired load-sharing parallel systems is established by analyzing the components' load capacity. Through Markov process, the universal reliability model of load-sharing parallel systems is established. According to the failure rate variation model and the relations between total load of system and load capacity of components, the universal reliability model is classified into ideal load capacity model, maximum load capacity model, and critical load capacity model. The reliability of these three models is derived in this paper. The models and calculation results are verified via case study the reliability analysis of parallel systems with independent components and $m/n:(F)$ voting system.

Key words load capacity; load-sharing; Markov process; parallel system; reliability

文献[1]对并联系统进行可靠性研究时假定系统各部件之间相互独立,部件的失效率为常数,即系统为部件独立并联系统。但这种假定并不合理,在实际中经常会遇到负载分担的并联系统,如发电厂里分担发电负荷的发电机、吊桥的缆索、水利系统中的水泵或者水阀、工厂中固定机器用的螺钉、多处理器计算机系统的CPU等。对于此类系统而言,其部件之间并不相互独立,若有部件失效,总负载则由剩余工作部件分担。这就使得剩余工作部件承受的负载增加并引起其更高的失效率,文献[2-5]的研究证实了这一点。

文献[6]研究了 $1/2(G)$ 表决系统在负载变化时系统的可靠性;文献[7-9]研究了负载分担下更一般的 $k/n(G)$ 表决系统的可靠性;文献[10]借鉴了文献[7]的方法建立模型,研究了负载分担下带控制器的并联可修系统的可靠性,但错误地把可修系统的可靠

度当作“系统在没有修理或者替换下的可用度”,从而得出的可靠度实际上是不可修系统的可靠度;文献[11]指出了文献[10]的错误,并以两部件并联可修系统为例,计算了负载分担下系统的各项可靠性指标;文献[12]对文献[10]进行了进一步修正,并分情况计算了系统不可修时的瞬态可靠度和可修时的稳态可靠度。但以上文献均认为:1)工作部件的失效率会随着工作部件的减少而单调递增;2)仅当最后一个工作部件失效,系统才失效。这显然是一种理想情况,实际中并非均是如此。实际中的部件存在承载能力的问题,其承载有最大值和临界值。如果承载超过最大值,则部件便以最大能力工作,失效率恒定;如果承载超过临界值,则部件失效。如发电厂里承担发电负载的若干台发电机构成的并联系统,如果失效的发电机达到一定数量,剩余的发电机的发电能力不足以承担总负载,那么剩余发电机

收稿日期: 2011-06-13; 修回日期: 2012-09-29

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(2009YJS014)

作者简介: 覃庆努(1980-),男,博士生,主要从事系统可靠性、交通信息工程方面的研究。

便以最大功率工作,保持恒定的失效率,直至最后一台发电机失效;电路里用于分流的若干条并联支路,如果有支路断路,则总电流便由其他支路分担,但如果断路的支路过多导致剩余支路流过的电流超过了临界值,那么剩余所有支路便会因过流烧毁,导致整个系统失效。本文针对实际情况,考虑了部件承载能力对系统的影响,建立了部件失效率变化模型,并据此建立相应的系统可靠性模型,对负载分担并联系统的可靠性进行了分析研究。

1 假定

为方便分析,做如下假定:

- 1) 系统有 n 个并联部件,部件的寿命分布均服从指数分布。每个部件均只有工作或失效两种状态,部件失效后不可维修。
- 2) 初始时,所有部件均正常工作。当有 i 个部件失效时,系统总负载由剩下 $n-i$ 个工作部件平均分担,每个工作部件均具有相同的失效率。
- 3) 单个部件的承载能力最大值为 l_M , 临界值为 l_C 。单个部件所受负载大于等于 l_M 且小于 l_C 时,部件以最大能力工作,其失效率恒定;单个部件所受负载大于等于 l_C 时,部件失效。

2 失效率变化模型

对于负载分担系统而言,部件的失效会导致总负载的重新分配,从而使剩余工作部件的失效率产生变化。实际中很难在每次部件失效后均测定剩余工作部件的失效率,因此,为方便对系统可靠性进行分析研究,需要建立一个有效的部件失效率变化模型。德国工程师协会(VDI)经过大量理论和实践上的验证,建立了负载平均分担系统(部件寿命指数分布)工作部件的失效率变化模型(capacity flow model)^[13],并得到广泛应用^[14-15]:

$$\lambda_i = \left(\frac{n}{n-i}\right)^\gamma \lambda_0 \quad i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (1)$$

式中, n 为系统并联部件数; i 为失效部件数; γ 为常数负载因子,用于描述负载增加对部件失效率的影响程度($\gamma=0$ 表示负载增加对部件失效率无影响); λ_0 为系统初始状态时部件的失效率; λ_i 为 i 个部件失效后剩余工作部件的失效率。该模型由于 γ 为常数,从而 λ_i 的值单调递增,这实际上忽略了部件的承载能力问题。根据实际中部件的承载能力情况,本文对式(1)进行修正,建立新的失效率变化模型:

$$\lambda_i = \begin{cases} \left(\frac{n}{n-i}\right)^\gamma \lambda_0 & \frac{L}{n-i} < l_M \\ \lambda_M & l_M \leq \frac{L}{n-i} < l_C; i = 0, 1, \dots, n-1 \\ \infty & \frac{L}{n-i} \geq l_C \end{cases} \quad (2)$$

式中, L 为系统承受的总负载, $L/(n-i)$ 表示 i 个部件失效后,剩余每个工作部件理论上需承受的负载; λ_M 为部件承载能力达到最大值时部件的失效率。新模型下,工作部件的失效率为含3个阶段的分段函数,阶段的划分与总负载、部件承载能力有关。显然,系统总负载和部件承载能力的不同必将导致失效率取值的不同变化,从而导致系统可靠性模型的差异。

3 系统通用可靠性模型

首先不考虑系统总负载和部件承载能力,建立通用的不可修并联系统可靠性模型。定义系统的结构函数: $X(t)=i$, i 为 t 时刻系统失效部件的个数, $i=0, 1, \dots, n$ 。则由文献[1]可知随机过程 $\{X(t), t \geq 0\}$ 为齐次马尔可夫过程。假定失效 z 个部件后整个系统失效,则系统状态空间为 $E=\{0, 1, \dots, n\}$, 工作状态为 $W=\{0, 1, \dots, z-1\}$, 故障状态为 $F=\{z, z+1, \dots, n\}$ 。由上可以得到系统状态转移图如图1所示。

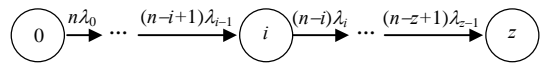


图1 通用模型系统状态转移图

令 $P_i(t)=P\{X(t)=i, i=0, 1, \dots, z\}$, 根据图1及文献[1], 可得如下微分方程组:

$$\begin{cases} P'_0(t) = -n\lambda_0 P_0(t) \\ P'_i(t) = (n-i+1)\lambda_{i-1} P_{i-1}(t) - (n-i)\lambda_i P_i(t) \quad (0 < i < z) \\ P'_z(t) = (n-z+1)\lambda_{z-1} P_{z-1}(t) \end{cases} \quad (3)$$

易求得 $P_0(t)=e^{-n\lambda_0 t}$, 将方程组(3)进行拉普拉斯变换,并代入初始值 $P_0(0)=1, P_1(0)=\dots=P_i(0)=0$ 进行递归计算, 可得:

$$\begin{cases} P_i(s) = \frac{\prod_{j=0}^{i-1} [(n-j)\lambda_j]}{\prod_{j=0}^i [s + (n-j)\lambda_j]} \\ P_z(s) = \frac{\prod_{j=0}^{z-1} [(n-j)\lambda_j]}{s \prod_{j=0}^{z-1} [s + (n-j)\lambda_j]} \end{cases} \quad (0 < i < z) \quad (4)$$

$P_i(s)$ 和 $P_z(s)$ 的解与之前状态下系统失效部件数及工作部件失效率均有关, 而失效部件数、工作部件失效率由总负载及单个部件承载能力决定。根据总负载和单个部件承载能力的关系及式(2), 可得到系统的3种可靠性模型。

4 系统的承载能力模型及可靠性分析

4.1 理想承载模型

该模型下, 系统总负载小于等于单个部件承载能力的最大值, 即 $L \leq l_M$ 。此时工作部件失效率按式(2)第一阶段变化, 系统直至最后一个部件失效才失效, 即 $z=n$ 。这就是文献[10,12]所研究的模型, 实际中飞机的多发动机系统等就是该类模型。此时系统的工作状态为 $W=\{0,1, \dots, n-1\}$, 故障状态为 $F=\{n\}$, 系统状态转移图如图2所示。

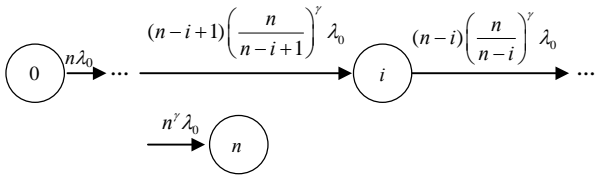


图2 理想承载模型系统状态转移图

由式(4)可知: $\gamma=1$ 时, $P_i(s)$ 有 $i+1$ 个重根, $P_n(s)$ 有 n 个重根和一个零根; $\gamma \neq 1$ 时, $P_i(s)$ 和 $P_n(s)$ 分别有 $i+1$ 个和 $n+1$ 个单根。文献[12]已给出 $P_i(t)$ 和 $P_n(t)$ 的详细求解过程, 本文直接引用文献[12]的结论, 不再进行详细推导。

4.1.1 $\gamma=1$

根据文献[12]及式(2)可得:

$$\begin{cases} P_i(t) = \frac{(n\lambda_0 t)^i}{i!} e^{-n\lambda_0 t} \\ P_n(t) = 1 - \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(n\lambda_0 t)^i}{i!} e^{-n\lambda_0 t} \end{cases} \quad 0 \leq i < n \quad (5)$$

系统可靠度:

$$R(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(n\lambda_0 t)^i}{i!} e^{-n\lambda_0 t} \quad (6)$$

4.1.2 $\gamma \neq 1$

根据文献[12]及式(2)可得:

$$P_i(t) = \frac{e^{-(n-i)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0 t}}{\prod_{k=0}^{i-1} \left[1 - \left(\frac{n-i}{n-k} \right)^{1-\gamma} \right]} - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{e^{-(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0 t}}{\left[1 - \left(\frac{n-i}{n-j} \right)^{1-\gamma} \right] \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{i-1} \left[1 - \left(\frac{n-j}{n-k} \right)^{1-\gamma} \right]} \quad (7)$$

$$R(t) = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{e^{-(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0 t}}{\prod_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{n-1} \left[1 - \left(\frac{n-j}{n-k} \right)^{1-\gamma} \right]} \quad (8)$$

其中, $0 \leq i < n$ 特别的, 当 $\gamma=0$ 时(即负载变化对部件无影响), 式(8)变为:

$$R(t) = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{e^{-(n-j)\lambda_0 t}}{\prod_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{n-1} \frac{j-k}{n-k}} = 1 - \sum_{j=0}^n [(-1)^{n-j} C_n^j e^{-(n-j)\lambda_0 t}] = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^n \quad (9)$$

式(9)就是已知的部件独立并联系统(即通常所说的并联系统)的可靠度公式^[1-2,5]。

4.2 最大承载模型

该模型下, 系统总负载大于单个部件承载能力的最大值, 而小于等于其临界值, 即 $l_M < L \leq l_C$ 。工作部件的失效率先取式(2)第一阶段值, 然后取第二阶段值, 系统直至最后一个部件失效才失效, 即 $z=n$ 。实际中的发电机系统、水泵系统等就是该类模型。此时, 系统的工作状态为 $W=\{0,1, \dots, n-1\}$, 故障状态为 $F=\{n\}$ 。设单个部件承载达到最大值时系统失效部件数为 m , 则 m 满足 $n - \frac{L}{l_M} \leq m < n + 1 - \frac{L}{l_M}$ 。系统的状态转移图如图3所示。

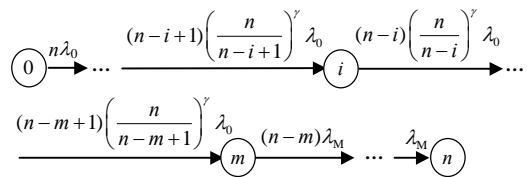


图3 最大承载模型系统状态转移图

4.2.1 $\gamma=1$

由式(4)可知, $m \leq i \leq n$ 时, $P_i(s)$ 有 m 个重根和 $i-m+1$ 个单根, 对 $P_i(s)$ 进行部分分式分解可得:

$$P_i(s) = \sum_{j=0}^{m-1} \frac{a_j}{(s + n\lambda_0)^{j+1}} + C_{n-m}^{i-m} \sum_{j=m}^i \frac{(-1)^{i-j} C_{i-m}^{j-m}}{[s + (n-j)\lambda_M] \left[1 - \frac{(n-j)\lambda_M}{n\lambda_0} \right]^m} \quad (10)$$

其中,

$$a_j = \frac{1}{(m-j-1)!} \lim_{s \rightarrow n\lambda_0} \frac{d^{(m-j-1)}}{ds^{(m-j-1)}} \left\{ \frac{(n\lambda_0)^m \lambda_M^{i-m} \prod_{k=m}^{i-1} (n-k)}{\prod_{k=m}^i [s + (n-k)\lambda_M]} \right\} \quad (11)$$

对式(10)进行反拉普拉斯变换, 可得:

$$P_i(t) = \sum_{j=0}^{m-1} \frac{a_j t^j}{j!} e^{-n\lambda_0 t} + C_{n-m}^{i-m} \sum_{j=m}^i \frac{(-1)^{i-j} C_{i-m}^{j-m} e^{-(n-j)\lambda_M t}}{\left[1 - \frac{(n-j)\lambda_M}{n\lambda_0}\right]^m} \quad (12)$$

则有:

$$R(t) = 1 - P_n(t) = 1 - \sum_{j=0}^{m-1} \frac{a_j t^j}{j!} e^{-n\lambda_0 t} - \sum_{j=m}^n \frac{(-1)^{n-j} C_{n-m}^{j-m} e^{-(n-j)\lambda_M t}}{\left[1 - \frac{(n-j)\lambda_M}{n\lambda_0}\right]^m} \quad (13)$$

4.2.2 $\gamma \neq 1$

由式(4)可知, $m < i \leq n$ 时, $P_i(s)$ 有 $n+1$ 个单根, 对 $P_i(s)$ 进行部分分式分解, 可得:

$$P_i(s) = \sum_{j=m}^i \frac{(-1)^{i-j} C_{n-m}^{i-m} C_{i-m}^{j-m}}{[s + (n-j)\lambda_M] \prod_{k=0}^{m-1} \left[1 - \frac{(n-j)\lambda_M}{(n-k)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0}\right]} - \sum_{j=0}^{m-1} \frac{1}{[s + (n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0] \left[1 - \frac{(n-i)\lambda_M}{(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0}\right]} \times \frac{1}{\prod_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{m-1} \left[1 - \left(\frac{n-j}{n-k}\right)^{1-\gamma}\right] \prod_{k=m}^{i-1} \left[1 - \frac{(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0}{(n-k)\lambda_M}\right]} \quad (14)$$

对式(14)进行反拉氏变换, 可得:

$$P_i(t) = \sum_{j=m}^i \frac{(-1)^{i-j} C_{n-m}^{i-m} C_{i-m}^{j-m} e^{-(n-j)\lambda_M t}}{\prod_{k=0}^{m-1} \left[1 - \frac{(n-j)\lambda_M}{(n-k)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0}\right]} - \sum_{j=0}^{m-1} \frac{e^{-(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0 t}}{\left[1 - \frac{(n-i)\lambda_M}{(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0}\right] \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{m-1} \left[1 - \left(\frac{n-j}{n-k}\right)^{1-\gamma}\right]} \times \frac{1}{\prod_{k=m}^{i-1} \left[1 - \frac{(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0}{(n-k)\lambda_M}\right]} \quad (15)$$

则有:

$$R(t) = 1 - P_n(t) = 1 - \sum_{j=m}^n \frac{(-1)^{i-j} C_{n-m}^{j-m} e^{-(n-j)\lambda_M t}}{\prod_{k=0}^{m-1} \left[1 - \frac{(n-j)\lambda_M}{(n-k)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0}\right]} + \sum_{j=0}^{m-1} \frac{e^{-(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0 t}}{\prod_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{m-1} \left[1 - \left(\frac{n-j}{n-k}\right)^{1-\gamma}\right] \prod_{k=m}^{n-1} \left[1 - \frac{(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0}{(n-k)\lambda_M}\right]} \quad (16)$$

4.3 临界承载模型

该模型下, 系统总负载大于单个部件承载能力的临界值, 即 $l_C < L$ 。设单个部件承载达到最大值和临界值时系统失效部件数分别为 m 和 c , 则 m 和 c 分别满足 $n - \frac{L}{l_M} \leq m < n + 1 - \frac{L}{l_M}$ 、 $n - \frac{L}{l_C} \leq c < n + 1 - \frac{L}{l_C}$ 。此时工作部件的失效率取值遍历式(2)的3个阶段, c 个部件失效后整个系统即失效, 即 $z=c$ 。实际中电子系统中的三极管、吊桥缆索系统等就是该类模型。此时, 系统的工作状态为 $W = \{0, 1, \dots, c-1\}$, 故障状态为 $F = \{c, c+1, \dots, n\}$ 。系统的状态转移图如图4所示。

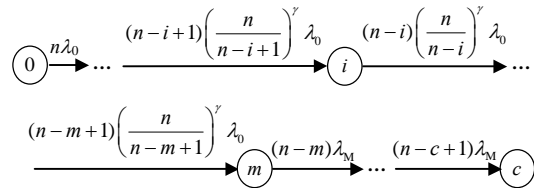


图4 临界承载模型系统状态转移图

4.3.1 $\gamma = 1$

当 $i < m$ 时, 失效率变化过程与4.1.1节一致, 可以根据式(5)得到:

$$P_i(t) = \frac{(n\lambda_0 t)^i}{i!} e^{-n\lambda_0 t} \quad (17)$$

当 $m \leq i < c$ 时, 失效率变化过程与4.2.1节一致, 可以根据式(12)得到:

$$P_i(t) = \sum_{j=0}^{m-1} \frac{a_j t^j}{j!} e^{-n\lambda_0 t} + C_{n-m}^{i-m} \sum_{j=m}^i \frac{(-1)^{i-j} C_{i-m}^{j-m} e^{-(n-j)\lambda_M t}}{\left[1 - \frac{(n-j)\lambda_M}{n\lambda_0}\right]^m} \quad (18)$$

则有:

$$R(t) = \sum_{i=0}^{c-1} P_i(t) = \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(n\lambda_0 t)^i e^{-n\lambda_0 t}}{i!} + \sum_{i=m}^{c-1} \left\{ \sum_{j=0}^{m-1} \frac{a_j t^j}{j!} e^{-n\lambda_0 t} + C_{n-m}^{i-m} \sum_{j=m}^i \frac{(-1)^{i-j} C_{i-m}^{j-m} e^{-(n-j)\lambda_M t}}{\left[1 - \frac{(n-j)\lambda_M}{n\lambda_0}\right]^m} \right\} \quad (19)$$

其中, a_j 的值由式(11)得到。

4.3.2 $\gamma \neq 1$

当 $i < m$ 时, 失效率变化过程与4.1.2节一致, 可以根据式(7)得到:

$$P_i(t) = \frac{e^{-(n-i)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0 t}}{\prod_{k=0}^{i-1} \left[1 - \left(\frac{n-i}{n-k} \right)^{1-\gamma} \right]} - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{e^{-(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0 t}}{\left[1 - \left(\frac{n-i}{n-j} \right)^{1-\gamma} \right] \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{i-1} \left[1 - \left(\frac{n-j}{n-k} \right)^{1-\gamma} \right]} \quad (20)$$

当 $m \leq i < c$ 时, 失效率变化过程与4.2.2节一致, 可以根据式(15)得到:

$$P_i(t) = \sum_{j=m}^i \frac{(-1)^{i-j} C_{n-m}^{i-m} C_{i-m}^{j-m} e^{-(n-j)\lambda_M t}}{\prod_{k=0}^{m-1} \left[1 - \frac{(n-j)\lambda_M}{(n-k)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0} \right]} - \sum_{j=0}^{m-1} \frac{e^{-(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0 t}}{\left[1 - \frac{(n-i)\lambda_m}{(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0} \right] \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{m-1} \left[1 - \left(\frac{n-j}{n-k} \right)^{1-\gamma} \right]} \times \frac{1}{\prod_{k=m}^{i-1} \left[1 - \frac{(n-j)^{1-\gamma} n^\gamma \lambda_0}{(n-k)\lambda_M} \right]} \quad (21)$$

则 $R(t) = \sum_{i=0}^{c-1} P_i(t) = \sum_{i=0}^{m-1} P_i(t) + \sum_{i=m}^{c-1} P_i(t)$, 其中各个阶段 $P_i(t)$ 的值分别由式(20)和式(21)给出。

特别的, 当 $l_M=l_C$ 时, $m=c$, 系统成为负载分担的 $m/n:(F)$ 表决系统, 如前述电路里用于分流的若干条并联支路; 当 $l_M=l_C$ 且 $\gamma=0$ 时, 式(20)变为:

$$P_i(t) = C_n^i e^{-(n-i)\lambda_0 t} + C_n^i \sum_{j=0}^{i-1} (-1)^{i-j} C_i^j e^{-(n-j)\lambda_0 t} = C_n^i e^{-(n-i)\lambda_0 t} (1 - e^{-\lambda_0 t})^i$$

则有:

$$R(t) = \sum_{i=0}^{m-1} P_i(t) = \sum_{i=0}^{m-1} C_n^i e^{-(n-i)\lambda_0 t} (1 - e^{-\lambda_0 t})^i = \sum_{i=0}^{m-1} C_n^{n-i} e^{-(n-i)\lambda_0 t} (1 - e^{-\lambda_0 t})^i \quad (22)$$

式(22)就是已知的部件独立的 $m/n:(F)$ 表决系统可靠度公式^[1-2, 5]。

5 结 论

本文从实际出发, 分析了部件的承载能力情况, 并根据部件承载能力和总负载的关系建立了负载分

担并联系统的部件失效率变化模型。根据实际中负载分担不可修并联系统的部件承载能力、总负载大小以及失效率变化情况, 将系统可靠性模型分为理想承载模型、最大承载模型和临界承载模型, 推导出几种模型下的可靠度表达式。由本文得出的部件独立并联系统和部件独立表决系统的可靠度与其已知经典教科书的可靠度完全一致, 验证了本文模型及结果的正确性, 因此本文对实际中的负载分担并联系统有一定的应用价值和指导意义。

参 考 文 献

- [1] 曹晋华, 程侃. 可靠性数学引论[M]. 修订版. 北京: 高等教育出版社, 2006.
CAO Jin-hua, CHENG Kan. Introduction to reliable mathematics[M]. Revised Edition. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [2] PATRICK O'C. Practical reliability engineering[M]. 4th ed. Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2002.
- [3] IYER R K, ROSETTI D J. Effect of system workload on operating system reliability: a study on IBM 3081[J]. IEEE Trans on Software Engineering, 1985, SE(11): 1438-1448.
- [4] IYER R K, ROSETTI D J. A measurement based model for work load dependency of CPU errors[J]. IEEE Trans on Computers, 1986, C2(35): 155-160.
- [5] KAPUR K C, LAMBERSON L R. Reliability in engineering design[M]. New York: John Wiley & Sons, 1977.
- [6] LEWIS E E. A load-capacity interference model for common-mode failures in 1-out-of-2: G systems[J]. IEEE Trans on Reliability, 2001, 50(1): 47-51.
- [7] SHAO Jia-jun, LAMBERSON L R. Modeling a shared-load k-out-of-n: G system[J]. IEEE Trans on Reliability, 1991, 40(2): 205-208.
- [8] SCHEUER E M. Reliability of an m-out-of-n systems when component failure induces higher failure rates in survivors[J]. IEEE Trans on Reliability, 1988, 37(1): 73-74.
- [9] LIU Hua-min. Reliability of a load-sharing k-out-of-n: G systems: non-iid components with arbitrary distributions[J]. IEEE Trans on Reliability, 1998, 47(3): 279-284.
- [10] 汤胜道, 汪凤泉, 汪忠志. 负载分担下可修的并联系统模型[J]. 东南大学学报, 2003, 33(1): 119-122.
TANG Sheng-dao, WANG Feng-quan, WANG Zhong-zhi. Model of a repairable parallel system with load-sharing[J]. Journal of Southeast University, 2003, 33(1): 119-122.
- [11] 张婧, 唐应辉. 负载分担下可修并联系统的可靠性分析[J]. 电子科技大学学报, 2007, 36(2): 401-403.
ZHANG Jing, TANG Ying-hui. Reliability analysis of a repaired parallel system with load-sharing[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2007, 36(2): 401-403.
- [12] 高大化, 周伟, 张涛, 等. 两个不独立共载并联系统模型的可靠性分析[J]. 电子产品可靠性与环境试验, 2004, 2(1): 31-35.
GAO Da-hua, ZOU Wei, ZHANG Tao et al. Two reliability models of the parallel systems with n dependent units[J].

- Electronic Product Reliability and Enviromental Testing, 2004, 2(1): 31-35.
- [13] EDI. VDI 4008 blatt9: Mathematical model for redundancy [S]. Berlin: Beuth-Verlag Gmbh, 1986.
- [14] TANG Ying-hui, ZHANG Jing. New model for load-sharing k-out-of-n: G systems with different components[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2008, 19(4): 748-751.
- [15] AMARI S V, BERGMAN R. Reliability analysis of k-out-of-n load-sharing systems[C]//The 54th Annual Reliability and Maintainability Symposium. Las Vegas: IEEE, 2008: 440-445.

编辑 张俊