

# 认知无线电系统中存在载波频偏的OFDM频谱感知技术

许炜阳, 徐 婷

(重庆大学通信工程学院 重庆 沙坪坝 400044)

**【摘要】**提出了一种利用输入检测器数据离散傅里叶变换结果的协方差矩阵的频谱感知技术。分析发现如果没有授权用户信号,协方差矩阵为对角阵;反之为非对角阵。在检测过程中,通过将协方差矩阵中非对角线元素的能量与设定的阈值相比较得出检测结果。理论推导了判决度量在是否存在授权用户信号的两种情况下的分布函数以及算法的阈值和检测概率。仿真结果表明,与已有的方法相比,该算法可以更好地对抗载波频偏,同时具有更优的检测概率。

**关键词** 载波频偏; 认知无线电; 协方差矩阵; 协方差矩阵; 频谱感知

中图分类号 TN911

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2013.03.007

## OFDM Signal Sensing Scheme for Cognitive Radio in the Presence of Carrier Frequency Offset

XU Wei-yang and XU Ting

(College of Communication Engineering, Chongqing University Shapingba Chongqing 400044)

**Abstract** A spectrum sensing technique using the covariance matrix of the discrete Fourier transform (DFT) output of the detector's input vector is proposed. It is found that the covariance matrix is diagonal in the absence of primary user's signal and non-diagonal otherwise. Therefore in the detection procedure, the result can be obtained through comparing the power of the non-diagonal elements of the covariance matrix and the predefined threshold. The probability of distribution functions(PDFs) of the decision metric as well as the threshold and probability of detection in both hypotheses of the signal presence or absence are derived. The numerical results confirm that the proposed algorithm is more robust to the carrier frequency offset compared with the existing methods, and it also enjoys better detection performance.

**Key words** carrier frequency offset; cognitive radio; covariance matrix; orthogonal frequency division multiplexing; spectrum sensing

数据业务的迅猛增长加大了运营商对频谱资源的需求,使得当前适合进行无线传输的频段越来越稀缺。在传统的频谱分配策略下,非授权用户不能使用授权频段,造成非授权频段相当拥挤,而授权频段则经常空闲<sup>[1]</sup>。文献[2]在软件无线电基础上提出认知无线电的概念,为频谱紧张问题提供了一个系统模型和解决方案。其基本思想是:具有感知功能的无线通信设备按照某种“伺机”方式工作在授权频段,而不会对授权用户造成干扰,实现授权和非授权用户之间的和谐共存。在认知无线电系统中,为了保护授权用户的信号传输,有效的频谱感知技术至关重要<sup>[3]</sup>。

另外,在众多的无线传输技术中,正交频分复用(OFDM)以其高频谱效率和强抗干扰性的特点成

为宽带无线通信的首选方案<sup>[4]</sup>。基于OFDM的认知无线电系统同时继承了两种技术的优点,具有非常广阔的发展前景<sup>[5]</sup>。如认知无线电可以应用在基于OFDM的IEEE 802.11a/g无线局域网中,解决非授权频段资源紧张的问题。由于多载波的特性,基于OFDM认知无线电系统中的授权用户信号检测更加复杂。在已有的检测技术中,通常会:1) 利用OFDM符号中的循环前缀(CP)<sup>[6]</sup>与其复制部分在时域上的相关性来判定授权用户的存在。该方法由于严重依赖循环前缀的长度,在一些频谱资源受限的应用中,其性能会明显下降。2) 借助于导频信号在时域上的互相关性检测授权用户信号,但是不适合信噪比很恶劣的环境,同时检测精度受制于导频的数量。以上方法没有考虑载波频偏的影响,而载波频偏在

收稿日期:2012-12-21; 修回日期:2013-03-13

基金项目:国家自然科学基金(61201177); 重庆市自然科学基金(CSTC2011JJA0367)

作者简介:许炜阳(1982-),男,博士,主要从事无线传输技术、同步、信号检测与估计等方面的研究。

OFDM信号接收过程中不可避免<sup>[9]</sup>。文献[10]提出首先通过基于CP的最大似然估计方法<sup>[11]</sup>补偿载波频偏,然后利用CP检测授权用户信号。由于基于CP的最大似然估计在多径信道中性能会严重恶化,估计精度不高,因此文献[10]算法的性能受限。

综上所述,可以发现目前认知无线电系统中的OFDM信号检测存在的问题在于:在获得检测结果以前,非授权用户并不知道是否有授权用户的信号存在,所以假设没有载波频偏是不合理的;检测器必须针对载波频偏提出补偿方案,或者检测过程不受载波频偏的影响。因此就已有的研究成果而言,认知无线电系统中OFDM的频谱感知技术正处于发展阶段,实际应用中面临的问题也在不断出现,需要进一步深入研究。

## 1 系统模型

不失一般性,假设OFDM系统包含 $N$ 个子载波。令 $\mathbf{d}(m)=[d_{m,0}, d_{m,1}, \dots, d_{m,N-1}]^T$ 为频域上第 $m$ 个待发送的均值为零、方差为 $\sigma_s^2$ 的数据模块。OFDM系统通过反离散傅里叶变换(IDFT)将频域数据调制到 $N$ 个正交的并行子载波上,则经过调制的信号可以表示为:

$$\mathbf{x}(m)=[x_{m,0}, x_{m,1}, \dots, x_{m,N-1}]^T = \mathbf{F}\mathbf{d}(m) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{F}$ 为 $N \times N$ 的IDFT矩阵。通过添加CP以对抗符号间干扰;生成的基带信号经过滤波、上变频后发送到无线信道中。在接收端,经过下变频、采样、去循环前缀后,理想情况下的时域接收信号可以表示成:

$$r_{m,n} = \sum_{l=0}^L h_l x_{m,n-l} + w_{m,n} \quad (2)$$

式中, $h_l$ 表示信道冲激响应; $L$ 表示信道抽头数; $w_{m,n}$ 表示均值为零、方差为 $\sigma_n^2$ 的加性高斯白噪声。在实际应用中,由于接收机本地频率与发送机频率不匹配,因此会引入载波频偏,如图1所示。该情况下接收信号为:

$$y_{m,n} = e^{-j(2\pi\varepsilon n/N + \phi_0)} r_{m,n} + w_{m,n} \quad (3)$$

式中, $\varepsilon$ 代表归一化的载波频偏; $\phi_0$ 为初始相位误差。式(3)所提出的检测模型符合实际情况,因此具有更好的适用性。另一方面,如果无线信道中没有授权用户信号,那么输入检测器的数据仅仅包含高斯白噪声。

根据以上分析,认知无线电系统中的OFDM信号检测可以设定为二进制假设检验过程,即:

$$\begin{cases} H_0: y_{m,n} = w_{m,n} \\ H_1: y_{m,n} = \hat{r}_{m,n} + w_{m,n} \end{cases} \quad (4)$$

式中, $H_0$ 表示信道空闲; $H_1$ 表示信道非空闲; $\hat{r}_{m,n}$ 代表包含载波频偏的接收信号。本文研究的OFDM信号检测算法其目的是根据 $y_{m,n}$ 判断无线信道中是否存在授权用户信号。

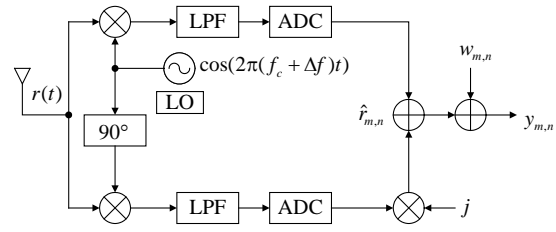


图1 OFDM系统检测器的输入模型

## 2 认知无线电系统中存在载波频偏的OFDM频谱感知技术

### 2.1 协方差矩阵

本文的频谱感知技术其核心思想是利用输入检测器数据离散傅里叶变换(DFT)结果的协方差矩阵。协方差矩阵中的每个元素是各个向量元素之间的协方差,一个随机向量 $\mathbf{a}$ 的协方差矩阵定义为<sup>[12]</sup>:

$$\text{cov}(\mathbf{a}) = E[(\mathbf{a} - E[\mathbf{a}])(\mathbf{a} - E[\mathbf{a}])^H] \quad (5)$$

在下面的分析中,将讨论是否存在授权用户信号的协方差矩阵的不同特点,在此基础上提出本文的检测方案。两种情况下输入数据DFT变换结果的协方差矩阵如图2所示。

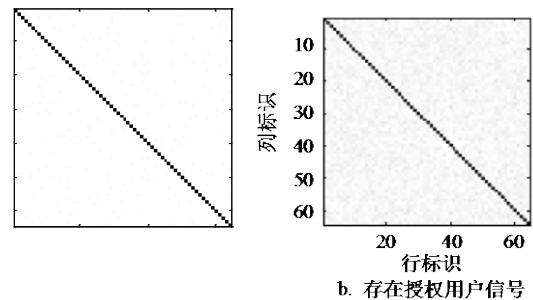


图2 两种情况下输入数据DFT变换结果的协方差矩阵

### 2.2 没有授权用户信号

如果授权用户没有使用无线信道,输入检测器的数据仅仅包含高斯白噪声 $w_{m,n}$ 。经过DFT输出的 $\mathbf{F}^H \mathbf{w}$ 仍然保留了白噪声的统计特性(彼此相互独立,且均值和方差保持不变),其协方差矩阵可以表示为:

$$\mathbf{R} = E[(\mathbf{F}^H \mathbf{w} - E[\mathbf{F}^H \mathbf{w}])(\mathbf{F}^H \mathbf{w} - E[\mathbf{F}^H \mathbf{w}])^H] = E[(\mathbf{v} - E[\mathbf{v}])(\mathbf{v} - E[\mathbf{v}])^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_N \quad (6)$$

式中, $\mathbf{I}_N$ 为 $N \times N$ 的单位矩阵。从式(6)可以发现,

该情况下输入数据DFT变换结果的协方差矩阵是对角阵, 即只有主对角线上的元素不为零, 其他位置上的元素都为零。该情况下协方差矩阵的一个实现样本如图2a所示, 其中观察窗口的长度为100个OFDM符号(仿真参数参见第4部分, 图中颜色越深表示能量越大)。可以发现几乎所有能量都集中在主对角线上, 验证了前述分析。

### 2.3 有授权用户信号

如果授权用户正在使用无线信道, 检测器必须正确判断以避免认知用户对授权用户造成干扰, 同时避免来自授权用户信号的干扰。首先写出输入信号  $y_{m,n}$  的DFT输出为:

$$Y_k = \left( I_0 d_k H_k + \sum_{l=0, l \neq k}^{N-1} I_{l-k} d_l H_l \right) + W_k \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (7)$$

其中,

$$I_n = \frac{\sin(\pi \varepsilon)}{N \sin\left(\frac{\pi}{N}(\varepsilon + n)\right)} \exp\left(j \frac{\pi}{N}((N-1)\varepsilon - n)\right)$$

再对式(6)求协方差矩阵, 结果为:

$$\mathbf{R} = E[(\mathbf{F}^H \Phi(\varepsilon) \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{w})(\mathbf{F}^H \Phi(\varepsilon) \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{w})^H] = \sigma_s^2 \mathbf{F}^H \Phi(\varepsilon) \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{F} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N \quad (8)$$

其中, 协方差矩阵的第  $(p, q)$  个元素为:

$$\mathbf{R}(p, q) = \begin{cases} \sum_{l=0}^{N-1} |I_{l-p}(\varepsilon) H_l|^2 + \sigma_n^2 & p = q \\ \sum_{l=0}^{N-1} I_{l-p}(\varepsilon) I_{l-q}^*(\varepsilon) |H_l|^2 & p \neq q \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $H_l$  为第  $l$  个子载波上的信道频率响应。可以看到存在授权用户信号的情况下, 由于载波频偏的影响, 接收信号DFT输出的协方差矩阵不再是对角阵, 并且主对角线上的元素也被衰减。非对角线上元素能量的大小和载波频偏的具体取值相关。该情况下协方差矩阵的实现样本如图2b所示, 可以发现相比于图2a, 非对角线上元素的颜色有所加深, 表明信号能量增加。

### 2.4 信号检测方案

从上面的分析可以看出, 如果没有授权用户的信号存在, 输入检测器数据的DFT变换结果其协方差矩阵是一个对角阵; 反之由于受载波频偏的影响, 协方差矩阵不再是对角阵。这一特性可用于认知无线电系统中的OFDM信号的检测, 具体判决度量(decision metric)可以设计为输入检测器数据离散傅里叶变换结果协方差矩阵中非对角线上元素的绝对值平

方和, 即:

$$\zeta = \left\| \mathbf{R} \square (\mathbf{1}_N - \mathbf{I}_N) \right\|_F^2 \frac{H_1}{H_0} \gamma \quad (10)$$

式中,  $\gamma$  为阈值;  $\mathbf{1}_N$  表示全1矩阵;  $\|\cdot\|_F$  表示Frobenius模;  $\square$  为Hadamard乘积。当判决度量  $\zeta$  大于阈值, 判定为存在授权用户信号; 否则认为不存在授权用户信号。判决阈值的选取需要利用Neyman-Pearson准则<sup>[13]</sup>, 根据系统要求的误判率来设定, 而这需要分析判决度量在两种情况下的分布情况。

## 3 算法性能分析

### 3.1 判决度量的分布

在实际应用中, 判决度量中的协方差矩阵可以通过观察多个OFDM符号后求取平均值获得, 具体表示为:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{y}(m) \mathbf{y}(m)^H \quad (11)$$

式中,  $M$  表示OFDM符号数。

根据中心极限定理(central limit theory, CLT), 如果观察到的符号数足够大, 协方差矩阵中的每一项都近似服从复高斯分布。假设  $\mathbf{R}(p, q) = a + b \cdot j$ , 则  $|\mathbf{R}(p, q)|^2 = a^2 + b^2$  服从自由度为2的非中心chi-squared分布。经过进一步分析发现在两种情况下, 判决度量为  $(N^2 - N)$  个不同的  $|\mathbf{R}(p, q)|^2$  叠加构成(有  $(N^2 - N)$  个非对角线元素), 因此服从自由度为  $2(N^2 - N)$  的非中心chi-squared分布。由于篇幅限制, 这里不再详细描述分布函数的推导过程, 直接给出结果为:

$$\begin{cases} H_0 : f_0(\zeta; k) = \frac{\zeta^{(k/2)-1} e^{-\zeta/2\sigma^2}}{\sigma^k 2^{k/2} \Gamma(k/2)} \\ H_1 : f_1(\zeta; k, \lambda) = \frac{1}{2} e^{-(\zeta+\lambda)/2} \left(\frac{\zeta}{\lambda}\right)^{\frac{k-1}{2}} I_{k/2-1}(\sqrt{\lambda\zeta}) \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $k = 2(N^2 - N)$  表示自由度;  $\Gamma(p) = (p-1)!$  表示伽马函数;  $I_k(v)$  是修正的一阶Bessel函数;  $\lambda$  是noncentrality参数。

### 3.2 判决阈值的选取以及检测概率的推导

获得在两种情况下判决度量的分布函数后, 可以根据Neyman-Pearson以及误判率设定相应的阈值。根据式(12), 可以推导出算法检测的概率  $P_D$  及误判率  $P_{FA}$  分别为:

$$\begin{cases} P_{FA} = 1 - f_0(\gamma; k) \\ P_D = 1 - f_1(\gamma; k, \lambda) \end{cases} \quad (13)$$

式中,  $f_0(\gamma; k)$  和  $f_1(\gamma; k, \lambda)$  分别是将阈值代入式(12)计算出的结果。  $P_D$  和  $P_{FA}$  是相互影响的, 选取的阈值必须满足最低的误判率要求。根据式(13), 满足误判率的阈值可以通过下面的公式得到:

$$\gamma = f_{0,k=2(N^2-N)}^{-1}(1-P_{FA}) \quad (14)$$

其中,  $f_0^{-1}(\cdot)$  表示  $f_0(\zeta; k)$  的反函数, 可以通过数值方法求得。

## 4 数值仿真及讨论

### 4.1 仿真参数

为验证本文所提算法, 下面将给出计算机数值仿真结果。仿真采用的OFDM系统包含64个子载波, 循环前缀长度为16。系统的载波频率为2.4 GHz, 可用带宽5 MHz。信源符号的调制方式采用QPSK星座图映射。所有结果均经过10 000次的蒙特卡洛仿真得到。本文采用服从瑞利衰落的5径信道模型, 信道冲击响应为:

$$E\{|h_l|^2\} = \exp\left(-\frac{l}{10}\right) \quad l = 0, 1, 2, 3, 4 \quad (15)$$

在每次蒙特卡洛仿真中, 信道均随机产生并且在信号检测过程中保持不变。

### 4.2 数值仿真结果及讨论

首先验证本文算法的检测概率, 同时加入CP算法和文献[10]方法进行比较(这3种方法都不需要数据辅助)。描述3种算法的仿真结果如图3所示, 其中观察窗口的长度为500个OFDM符号, 针对CP算法考虑了是否存在载波频偏的两种情况, 载波频偏随机分布在(-0.5, 0.5)区间; 阈值的设定按照式(14)计算给出, 这里考虑了两种误判率大小, 即1%和10%。从图中可以发现, 相比于其他两种方法, 本文算法可以更加有效地对抗载波频偏的干扰。如当信噪比为-20 dB时, 本文算法的两种检测概率分别为35%和55%, 明显高于其他两种方法。对于CP算法, 无论是否存在载波频偏, 其检测性能均不如本文算法; 尤其是载波频偏会破坏CP算法所依赖的相关性, 因此性能会明显下降。对于文献[10]的方法, 其性能优于同样条件下的CP算法, 但是这种优势在信噪比很低的时候不明显, 如当SNR=-20 dB时, 两者性能近似相等; 随着信噪比改善, 性能差异逐渐加大。但是因为基于CP的最大似然估计在频率选择信道中其性能会明显下降, 造成载波频偏估计的结果不理想, 因此文献[10]方法的检测概率同样较低。总的来说, 和其他两种方法相比, 本文算法的特点是不再将载波频偏视为信号检测的干扰因素, 而是利用

了载波频偏进行信号检测, 所以有更好的检测性能。

本文算法和CP算法的接收者操作特征(receiver operator characteristic, ROC)曲线如图4所示, ROC曲线被学术界普遍认为可以最真实地反映检测器性能。图中采用了几种信噪比进行仿真, 分别是-10 dB、-15 dB、-20 dB和-25 dB。可以发现在不同信噪比条件下, 随着误判率的增加, 本文算法检测概率增加的速度(即ROC曲线的斜率)都显著大于CP方法, 与图3的仿真结果相符。特别是当信噪比为-10 dB的情况, 本文算法的ROC曲线几乎可以达到最理想的性能。

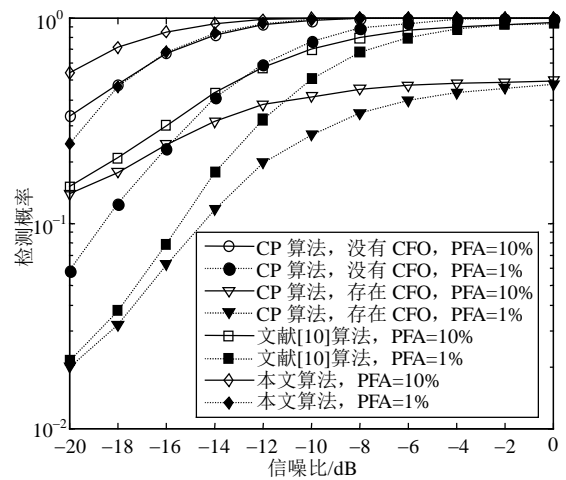


图3 不同算法的检测概率对比

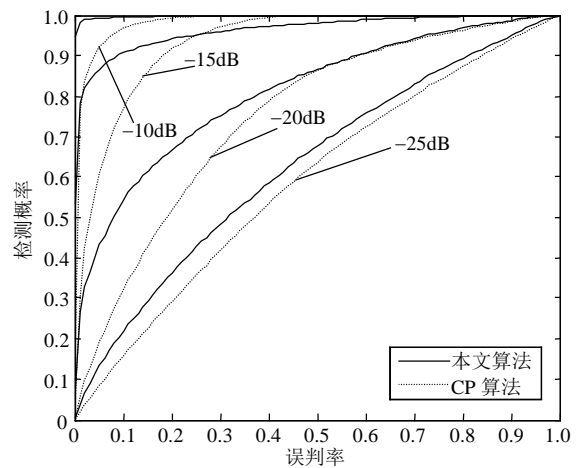


图4 不同算法的ROC曲线对比

## 5 结论

本文提出了一种认知无线电系统中存在载波频偏的OFDM信号检测方法。通过分析发现如果没有授权用户信号, 输入检测器数据DFT输出的协方差矩阵为对角阵, 反之为非对角阵。因此通过将判决度量设定为协方差矩阵中非对角线上的元素能量, 然后和预先设定的阈值做比较以判定是否存在授权

用户信号。在分析了判决度量在是否存在授权用户信号的两种情况下的分布函数的基础上, 推导了算法的判决阈值和检测概率。仿真结果表明在多径信道条件下, 该算法优于已有的检测方法, 并且在信噪比大于-10 dB的情况下有几乎最佳的ROC曲线。

### 参 考 文 献

- [1] KOLODZY P J. Spectrum policy task force[R/OL]. [2012-11-12]. <http://www.fcc.gov/sptf/>.
- [2] MITOLA I, MAGUIRE G Q. Cognitive radio: Making software radios more personal[J]. IEEE Personal Communication Magazine, 1999, 6(4): 13-18.
- [3] HAYKIN S. Cognitive radio: Brain-empowered wireless communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2005, 23(2): 201-220.
- [4] 尹长春, 罗涛. 多载波宽带无线通信技术[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2004.  
YIN Chang-chun, LUO Tao. Multicarrier broadband wireless communication technology[M]. Beijing: People's Posts and Telecommunications Publishing House, 2004.
- [5] 王军, 李洪宇, 张世昌, 等. 基于修正变换域降噪的NC-OFDM信道估计算法[J]. 电子科技大学学报, 2009, 38(5): 639-643.  
WANG Jun, LI Hong-yu, ZHANG Shi-chang, et al. Channel estimation method with modified noise reduction in transform domain for NC-OFDM systems[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2009, 38(5): 639-643.
- [6] LEI Z, CHIN F, CHIN P S. Sensing OFDM systems under frequency-selective fading channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(4): 1960-1968.
- [7] CHEN H S, GAO W, DAUT D G. Spectrum sensing for OFDM systems employing pilot tones[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(12): 5860-5862.
- [8] AXELL E, LARSSON E G. Optimal and sub-optimal spectrum sensing of OFDM signals in known and unknown noise variance[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2011, 29(2): 290-304.
- [9] 许炜阳. OFDM宽带无线基带接收机中的同步算法研究[D]. 上海: 复旦大学信息科学技术学院, 2010.  
XU Wei-yang. Synchronization algorithms in OFDM broadband wireless baseband receiver[D]. Shanghai: School of Information Science and Technology, Fudan University, 2010.
- [10] CHEN Z, LUAN T, ZHANG X D. Sensing orthogonal frequency division multiplexing systems for cognitive radio with cyclic prefix and pilot tones[J]. IET Communications, 2012, 6(1): 97-106.
- [11] VAN DE BEEK J J, SANDELL M, BÖRJESSON P O. ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(7): 1800-1805.
- [12] ROMAN T, VISURI S, KOIVUNEN V. Blind frequency synchronization in OFDM via diagonality criterion[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(8): 3125-3135.
- [13] KAY S M. Fundamentals of statistical signal processing, detection theory[M]. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1993.

编辑 张俊