

# 多比例时滞细胞神经网络的全局一致渐近稳定性

周立群

(天津师范大学数学科学学院 天津 西青区 300387)

**【摘要】**对一类具多比例时滞细胞神经网络进行研究,利用变换  $z_i(t) = y_i(e^t)$ , 将具多比例时滞细胞神经网络变换成变系数常时滞的细胞神经网络。通过构造合适的Lyapunov泛函,给出了几个保证该系统全局一致渐近稳定的时滞独立的充分条件,并给出例子验证所得结论的正确性。

**关键词** 细胞神经网络; 全局一致渐近稳定性; 比例时滞

中图分类号 O175.13; TP183

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2013.04.018

## Global Uniform Asymptotic Stability of Cellular Neural Networks with Mutli-Proporportional Delays

ZHOU Li-qun

(School of Mathematics Science, Tianjin Normal University Xiqing Tianjin 300387)

**Abstract** A class of cellular neural networks with multi-proportional delays is studied in this paper. The transformation  $z_i(t) = y_i(e^t)$  transforms cellular neural networks with multi-proportional delays into cellular neural networks with variable coefficient and constant delays, and then constructing Lyapunov functionals, some delay-independent sufficient conditions are given. These new sufficient conditions can ensure global uniform asymptotic stability of this system. An example is given to illustrate the correctness of obtained results.

**Key words** cellular neural networks; global uniform asymptotic stability; proportional delays

### 1 介绍

自从细胞神经网络(CNNs)<sup>[1]</sup>和时滞细胞神经网络(DCNNs)<sup>[2]</sup>被提出以来,由于它们在图像处理、联想记忆、信号处理、模式识别等领域的广泛应用,而被众多学者进行了深入研究,并取得了许多成果,尤其以CNNs和DCNNs的各种稳定性的研究居多<sup>[1-15]</sup>。文献[3]通过构造Lyapunov泛函并结合不等式分析技巧探讨了CNNs全局一致渐近稳定性。文献[4]应用Gauss-Seidel方法及其收敛定理给出了CNNs的完全稳定的一个充分条件。文献[5]利用LMI方法研究了DCNNs的全局渐近稳定性。文献[6-10]通过构造合适的Lyapunov泛函研究了DCNNs的全局(渐近)稳定性。文献[11-12]通过构造合适的Lyapunov泛函分别研究了具混合时滞的CNNs和模糊DCNNs的指数稳定性。

目前,关于DCNNs的研究大多是具常时滞<sup>[2,5-8,12]</sup>、可变时滞<sup>[7,9,11]</sup>、分布时滞<sup>[10]</sup>等时滞的网络模型。比例时滞也是众多时滞之一,是一种时变

的无穷时滞。比例时滞细胞神经网络模型属于比例时滞微分方程范畴,比例时滞微分方程是一种非常重要的无界时滞微分方程,在星级物质中光的吸收、非线性动力系统等领域中有着广泛的应用。目前对具比例时滞的细胞神经网络的相关研究还比较少<sup>[13-15]</sup>。文献[13]通过合适的Lyapunov泛函及矩阵谱半径理论研究了一类具多比例时滞CNNs的全局指数稳定性,文献[14]利用非线性测度方法研究一类具多比例时滞的CNNs的指数稳定性。文献[15]利用内积的性质研究一类比例时滞CNNs的散逸性。

2007年,文献[16]考虑了以下非线性比例时滞微分方程的散逸性:

$$\begin{cases} x'(t) = g(x(t), x(qt)) & t \geq 0 \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $q$  是一个常数且  $0 < q < 1$ 。

文献[16]通过变量代换  $y(t) = x(e^t)$ , 将式(1)等价变换为:

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t), y(t-\tau)) & t \geq 0 \\ y(t) = \varphi(t) & t \in [-\tau, 0] \end{cases} \quad (2)$$

收稿日期: 2012-01-02; 修回日期: 2013-02-06

基金项目: 国家自然科学基金(60974144); 天津市高等学校科技发展基金(20100813)

作者简介: 周立群(1972-), 女, 博士, 副教授, 主要从事神经网络的理论及应用方面的研究。

式中,  $\tau = -\ln q > 0$ ;  $f(t, y(t), y(t-\tau)) = e^t g(x(t), x(qt))$ , 然后通过式(1)与式(2)的等价关系证明了式(1)的散逸性。

本文在上述变量代换基础上, 结合文献[3]的研究方法, 考虑具多比例时滞细胞神经网络, 研究了在激活函数满足全局Lipshitz条件下, 该系统的全局一致渐近稳定性。

## 2 模型与预备知识

考虑如下具多比例时滞的细胞神经网络为:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = -d_i x_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} \tilde{f}_j(x_j(t)) + \\ \sum_{j=1}^n b_{ij} \tilde{g}_j(x_j(q_1 t)) + \sum_{j=1}^n c_{ij} \tilde{h}_j(x_j(q_2 t)) + I_i \\ x_i(0) = x_{i0} \quad i=1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $n$  表示神经元的个数;  $d_i > 0$  是第  $i$  个神经元在  $t$  时刻随着其潜在重置的静止状态的速率;  $x_j(t)$  表示状态变量;  $I_i$  表示外部常输入; 常数  $a_{ij}$ 、 $b_{ij}$  和  $c_{ij}$  为网络的连接权重;  $q_1$ 、 $q_2$  为比例时滞因子, 满足  $0 < q_1, q_2 < 1$ ;  $q_1 t = t - (1 - q_1)t$ ,  $i=1, 2$ , 其中  $(1 - q_1)t$ 、 $(1 - q_2)t$  表示比例时滞函数, 当  $t \rightarrow +\infty$  时,  $(1 - q_1)t \rightarrow +\infty$ ,  $i=1, 2$ , 因此它们是无界函数;  $x_{i0}$  表示  $x_i(t)$  在  $t=0$  时刻的常初始值;  $\tilde{f}_j(\cdot)$ 、 $\tilde{g}_j(\cdot)$  和  $\tilde{h}_j(\cdot)$  分别表示  $t$ 、 $q_1 t$  和  $q_2 t$  时刻的激活函数。假设  $\tilde{f}_i, \tilde{g}_i, \tilde{h}_i, i=1, 2, \dots, n$  满足如下条件:

- 1)  $\tilde{f}_i, \tilde{g}_i, \tilde{h}_i$  在  $R$  上有界;
- 2) 存在正常数  $\mu_i, l_i$  和  $\lambda_i$ , 使  $\forall u, v \in R$ , 有:

$$\begin{cases} |\tilde{f}_i(u) - \tilde{f}_i(v)| \leq \mu_i |u - v| \\ |\tilde{g}_i(u) - \tilde{g}_i(v)| \leq l_i |u - v| \\ |\tilde{h}_i(u) - \tilde{h}_i(v)| \leq \lambda_i |u - v| \end{cases}$$

由于  $\tilde{f}_i, \tilde{g}_i, \tilde{h}_i$  在  $R$  上有界, 保证了式(3)的平衡点一定是存在的, 同时也保证了式(3)的解一定是有界的。

假设式(3)的平衡点为  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T$ , 为了简化证明, 平移  $\mathbf{x}^*$  到坐标原点, 作如下变换  $y_i(t) = x_i - x_i^*, i=1, 2, \dots, n$ , 则式(3)变为:

$$\begin{cases} \dot{y}_i(t) = -d_i y_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j(y_j(t)) + \\ \sum_{j=1}^n b_{ij} g_j(y_j(q_1 t)) + \sum_{j=1}^n c_{ij} h_j(y_j(q_2 t)) \\ y_i(0) = y_{i0} \quad i=1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $f_j(y_j(t)) = \tilde{f}_j(y_j(t) + x_j^*) - \tilde{f}_j(x_j^*)$ ;  $g_j(y_j(q_1 t)) =$

$\tilde{g}_j(y_j(q_1 t) + x_j^*) - \tilde{g}_j(x_j^*)$ ;  $h_j(y_j(q_2 t)) = \tilde{h}_j(y_j(q_2 t) + x_j^*) - \tilde{h}_j(x_j^*)$ 。

作变换  $z_i(t) = y_i(e^t)^{[16]}$ , 将式(4)等价变换为:

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = e^t [-d_i z_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j(z_j(t)) + \\ \sum_{j=1}^n b_{ij} g_j(z_j(t - \tau_1)) + \sum_{j=1}^n c_{ij} h_j(z_j(t - \tau_2))] \\ z_i(t) = \varphi_i(t) \quad t \in [-\tau, 0], i=1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $\tau_1 = -\ln q_1 > 0$ ;  $\tau_2 = -\ln q_2 > 0$ ;  $\tau = \max\{\tau_1, \tau_2\}$ 。

定义 1<sup>[17]</sup> 若存在正定函数  $W_1(x) \in C(R^n, R)$ ,

则使:

$$|V(x, t)| \leq W_1(x(t))$$

称  $V(x, t) \in C(\Omega \times I, R)$  在  $\Omega \times I$  上有无穷小上界。若存在无穷大正定函数  $W_2(x)$ , 使:

$$V(x, t) \geq W_2(x)$$

则称  $V(x, t)$  在  $\Omega \times I$  上有无穷大下界, 其中,  $\Omega$  是包含原点的  $n$  维开邻域;  $I = [0, +\infty)$ 。

引理 1<sup>[17]</sup> 对系统  $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ , 若在  $G_H$  内存在具有无穷小上界的无穷大正定函数  $V(x, t)$ , 对  $V(x, t)$  沿该系统求导数满足:

$$\dot{V}(x, t) < 0 \quad x \neq 0$$

则该系统的零解全局一致渐近稳定。其中有:

$$G_H = \{(t, x) | t \geq t_0, \|x\| < H\}$$

## 3 主要结果

定理 1 如果条件1)和2)成立, 且存在常数  $a_i > 0, b_i > 0, i=1, 2, \dots, n$ , 有:

$$p_i d_i - \sum_{j=1}^n q_j (|a_{ji}| \mu_i + |b_{ji}| l_i + |c_{ji}| \lambda_i) > 0$$

式中,  $i=1, 2, \dots, n$ , 那么式(3)的平衡点  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*$  全局一致渐近稳定, 其中有:

$$p_i = \min_{1 \leq i \leq n} \{a_i, b_i\} \quad q_i = \max_{1 \leq i \leq n} \{a_i, b_i\}$$

证明: 要证式(3)的平衡点  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*$  是全局一致渐近稳定点, 仅证明式(5)的零解是全局一致渐近稳定的即可。

令:

$$\sigma_i(z_i(t)) = \begin{cases} a_i, z_i(t) \geq 0 \\ -b_i, z_i(t) < 0 \end{cases}$$

取如下的Lyapunov泛函:

$$V(t) = \sum_{i=1}^n \left\{ e^{-t} \int_0^{z_i(t)} \sigma_i(s) ds + q_i \left( \sum_{j=1}^n \left( \int_{t-\tau_1}^t |b_{ij}| |g_j(z_j(s))| ds + \int_{t-\tau_2}^t |c_{ij}| |h_j(z_j(s))| ds \right) \right) \right\}$$

易知  $V(t)$  全局正定, 且由定义1易知其具有无穷大下界和无穷小上界. 对  $V(t)$  沿式(5)求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^n \left\{ -e^{-t} \int_0^{z_i(t)} \sigma_i(s) ds + \sigma_i(z_i(t)) [-d_i z_i(t) + \right. \\ & \sum_{j=1}^n \{ a_{ij} f_j(z_j(t)) + b_{ij} g_j(z_j(t - \tau_1)) + c_{ij} h_j(z_j(t - \tau_2)) \}] + \\ & \sum_{j=1}^n q_i [ |b_{ij}| (|g_j(z_j(t))| - |g_j(z_j(t - \tau_1))|) + \\ & \left. |c_{ij}| (|h_j(z_j(t))| - |h_j(z_j(t - \tau_2))|) ] \right\} \leq \\ & \sum_{i=1}^n \left\{ [-d_i |z_i(t)| |\sigma_i(z_i(t))| + |\sigma_i(z_i(t))| \sum_{j=1}^n \{ |a_{ij}| |f_j(z_j(t))| + \right. \\ & |b_{ij}| |g_j(z_j(t - \tau_1))| + |c_{ij}| |h_j(z_j(t - \tau_2))| \}] + \\ & \sum_{j=1}^n q_i [ |b_{ij}| (|g_j(z_j(t))| - |g_j(z_j(t - \tau_1))|) + \\ & \left. |c_{ij}| (|h_j(z_j(t))| - |h_j(z_j(t - \tau_2))|) ] \right\} \leq \\ & \sum_{i=1}^n [-d_i p_i |z_i(t)| + q_i \sum_{j=1}^n (|a_{ij}| \mu_j + |b_{ij}| l_j + |c_{ij}| \lambda_j) |z_j(t)|] = \\ & \sum_{i=1}^n [-d_i p_i |z_i(t)| + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_i (|a_{ij}| \mu_j + |b_{ij}| l_j + |c_{ij}| \lambda_j) |z_j(t)| = \\ & \sum_{i=1}^n [-d_i p_i + \sum_{j=1}^n q_j (|a_{ji}| \mu_i + |b_{ji}| l_i + |c_{ji}| \lambda_i)] |z_i(t)| < 0 \end{aligned}$$

因此  $V(t)$  为负定的. 由引理1可得, 式(5)的零解是全局一致渐近稳定的, 从而可知式(3)的平衡点  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*$  是全局一致渐近稳定的.

**定理 2** 如果条件1)和2)成立, 且存在常数  $a > 0$ , 有:

$$d_i - \sum_{j=1}^n a^{j-i} (|a_{ji}| \mu_i + |b_{ji}| l_i + |c_{ji}| \lambda_i) > 0$$

式中,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 则式(3)的平衡点  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*$  为全局一致渐近稳定的.

证明: 取如下正定的Lyapunov泛函为:

$$V(t) = \sum_{i=1}^n \left\{ e^{-t} \int_0^{z_i(t)} \omega_i(s) ds + \right.$$

$$\left. a^i \sum_{j=1}^n \left( \int_{t-\tau_1}^t |b_{ij}| |g_j(z_j(s))| ds + \int_{t-\tau_2}^t |c_{ij}| |h_j(z_j(s))| ds \right) \right\}$$

$$\text{式中, } \omega_i(s) = \begin{cases} a^i, & s \geq 0 \\ -a^i, & s < 0 \end{cases}$$

对  $V(t)$  沿着系统(5)求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^n \left\{ -e^{-t} \int_0^{z_i(t)} \omega_i(s) ds + \omega_i(z_i(t)) [-d_i z_i(t) + \right. \\ & \sum_{j=1}^n (a_{ij} f_j(z_j(t)) + b_{ij} g_j(z_j(t - \tau_1)) + c_{ij} h_j(z_j(t - \tau_2))) \left. \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n a^i [ |b_{ij}| (|g_j(z_j(t))| - |g_j(z_j(t - \tau_1))|) + \\ & |c_{ij}| (|h_j(z_j(t))| - |h_j(z_j(t - \tau_2))|) ] \leq \\ & \sum_{i=1}^n \left\{ [-d_i a^i |z_i(t)| + a^i \sum_{j=1}^n (|a_{ij}| \mu_j + |b_{ij}| |g_j(z_j(t - \tau_1))| + |c_{ij}| |h_j(z_j(t - \tau_2))|) \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^n a^i [ |b_{ij}| (|g_j(z_j(t))| - |g_j(z_j(t - \tau_1))|) + |c_{ij}| (|h_j(z_j(t))| - |h_j(z_j(t - \tau_2))|) ] \right\} \leq \\ & \sum_{i=1}^n [-d_i a^i |z_i(t)| + a^i \sum_{j=1}^n (|a_{ij}| \mu_j + |b_{ij}| l_j + |c_{ij}| \lambda_j) |z_j(t)|] = \\ & \sum_{i=1}^n [-d_i a^i |z_i(t)| + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a^i (|a_{ij}| \mu_j + |b_{ij}| l_j + |c_{ij}| \lambda_j) |z_j(t)|] = \\ & \sum_{i=1}^n [-d_i a^i + \sum_{j=1}^n a^j (|a_{ji}| \mu_i + |b_{ji}| l_i + |c_{ji}| \lambda_i)] |z_i(t)| < 0 \end{aligned}$$

因此  $V(t)$  是负定的. 由引理1可知, 定理2得证.

**定理 3** 如果条件1)和2)成立, 且存在常数  $a > 0$ , 有:

$$\begin{aligned} d_j > \mu_j |a_{jj}| + l_j |b_{jj}| + \lambda_j |c_{jj}| \quad j = 1, 2, \dots, n \\ \frac{\mu_j |a_{ij}| + l_j |b_{ij}| + \lambda_j |c_{ij}|}{d_j - (|a_{jj}| \mu_j + |b_{jj}| l_j + |c_{jj}| \lambda_j)} < \frac{a^{j-i}}{n} \\ i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

则式(3)的平衡点  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*$  为全局一致渐近稳定的.

证明 令:

$$\omega_i(z_i(t)) = \begin{cases} a^i & z_i(t) \geq 0 \\ -a^i & z_i(t) < 0 \end{cases}$$

取如下正定的Lyapunov泛函:

$$V(t) = \sum_{i=1}^n \left\{ e^{-t} \int_0^{z_i(t)} \omega_i(s) ds + \right.$$

$$\left. a^i \sum_{j=1}^n \left( \int_{t-\tau_1}^t |b_{ij}| |g_j(z_j(s))| ds + \int_{t-\tau_2}^t |c_{ij}| |h_j(z_j(s))| ds \right) \right\}$$

对  $V(t)$  沿着式(5)的轨迹求导可得:

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^n \left\{ [-d_i \omega_i(z_i(t)) z_i(t) + \right.$$

$$\left. |\omega_i(z_i(t))| \sum_{j=1}^n (|a_{ij}| |f_j(z_j(t))| + \right.$$

$$\left. |b_{ij}| |g_j(z_j(t - \tau_1))| + |c_{ij}| |h_j(z_j(t - \tau_2))| \right) \right\} +$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^n a^i \left[ |b_{ij}| (|g_j(z_j(t))| - |g_j(z_j(t-\tau_1))|) + \right. \\
& \quad \left. |c_{ij}| (|h_j(z_j(t))| - |h_j(z_j(t-\tau_2))|) \right] \leq \\
& \sum_{i=1}^n -d_i \omega_i(z_i(t)) z_i(t) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |\omega_i(z_i(t))| a_{ij} |\mu_j| z_j(t) + \\
& \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a^i |b_{ij}| l_j |z_j(t)| + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a^i |c_{ij}| \lambda_j |z_j(t)| = \\
& \sum_{j=1}^n \omega_j(z_j(t)) z_j(t) [-d_j + |a_{jj}| \mu_j + \\
& \sum_{i=1, i \neq j}^n \frac{|\omega_i(z_i(t))| a_{ij} |\mu_j| z_j(t)}{\omega_j(z_j(t)) z_j(t)} + |b_{jj}| l_j + \\
& \sum_{i=1, i \neq j}^n \frac{a^i |b_{ij}| l_j |z_j(t)|}{\omega_j(z_j(t)) z_j(t)} + |c_{jj}| \lambda_j + \\
& \sum_{i=1, i \neq j}^n \frac{a^i |c_{ij}| \lambda_j |z_j(t)|}{\omega_j(z_j(t)) z_j(t)}] \leq \\
& \sum_{j=1}^n \omega_j(z_j(t)) z_j(t) [-d_j + (|a_{jj}| \mu_j + |b_{jj}| l_j + |c_{jj}| \lambda_j) + \\
& \sum_{i=1, i \neq j}^n a^{i-j} (|a_{ij}| \mu_j + |b_{ij}| l_j + |c_{ij}| \lambda_j)] = \\
& \sum_{j=1}^n \omega_j(z_j(t)) z_j(t) [-d_j + (|a_{jj}| \mu_j + |b_{jj}| l_j + |c_{jj}| \lambda_j)] \times \\
& [-1 + \sum_{i=1, i \neq j}^n \frac{a^{i-j} (|a_{ij}| \mu_j + |b_{ij}| l_j + |c_{ij}| \lambda_j)}{d_j - (|a_{jj}| \mu_j + |b_{jj}| l_j + |c_{jj}| \lambda_j)}] < \\
& \sum_{j=1}^n \omega_j(z_j(t)) z_j(t) [-d_j + (|a_{jj}| \mu_j + |b_{jj}| l_j + \\
& |c_{jj}| \lambda_j)] (-1 + \sum_{i=1, i \neq j}^n \frac{1}{n}) = \\
& \sum_{j=1}^n \omega_j(z_j(t)) z_j(t) [-d_j + (|a_{jj}| \mu_j + |b_{jj}| l_j + |c_{jj}| \lambda_j)] \times \\
& (-\frac{1}{n}) < 0
\end{aligned}$$

由于  $V(t)$  是负定的, 由引理1可知, 定理2得证。

## 4 算例

例1 考虑如下二维多比例时滞系统:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} &= -\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 5 \\ 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1(x_1(t)) \\ f_2(x_2(t)) \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 5 \\ 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_1(x_1(q_1t)) \\ g_2(x_2(q_1t)) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 5 \\ 2 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1(x_1(q_2t)) \\ h_2(x_2(q_2t)) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (6)
\end{aligned}$$

式中,  $f_i(x_i(t)) = 0.5(|x_i(t)+1| + |x_i(t)-1|)$  ;

$$g_i(x_i(t)) = \tanh(x_i(t)); \quad h_i(x_i(t)) = \frac{e^{x_i} - 1}{e^{x_i} + 1}, \quad i=1,2.$$

1) 取  $a_1=5, a_2=1, b_1=4, b_2=2$ , 有:

$$\begin{aligned}
p_1 &= \min\{a_1, b_1\} = 4 \\
p_2 &= \min\{a_2, b_2\} = 1 \\
q_1 &= \max\{a_1, b_1\} = 5 \\
q_2 &= \max\{a_2, b_2\} = 2
\end{aligned}$$

计算可得:

$$p_1 d_1 - \sum_{j=1}^2 q_j (|a_{j1}| \mu_1 + |b_{j1}| l_1 + |c_{j1}| \lambda_1) = 5 > 0$$

$$p_2 d_2 - \sum_{j=1}^2 q_j (|a_{j2}| \mu_2 + |b_{j2}| l_2 + |c_{j2}| \lambda_2) = 1 > 0$$

由定理1可知, 式(6)的平衡点是全局一致渐近稳定的。

2) 取  $a=1$ , 计算可得:

$$d_1 - \sum_{j=1}^2 a^{j-1} (|a_{j1}| \mu_1 + |b_{j1}| l_1 + |c_{j1}| \lambda_1) = 1 > 0$$

$$d_2 - \sum_{j=1}^2 a^{j-2} (|a_{j2}| \mu_2 + |b_{j2}| l_2 + |c_{j2}| \lambda_2) = 6 > 0$$

由定理2可知, 式(6)的平衡点是一致渐近稳定的。

3) 取  $a=0.5$ , 计算可得:

$$d_1 - (|a_{11}| \mu_1 + |b_{11}| l_1 + |c_{11}| \lambda_1) = 2 > 0$$

$$d_2 - (|a_{22}| \mu_2 + |b_{22}| l_2 + |c_{22}| \lambda_2) = 7 > 0$$

$$\frac{|a_{12}| \mu_2 + |b_{12}| l_2 + |c_{12}| \lambda_2}{d_1 - (|a_{11}| \mu_1 + |b_{11}| l_1 + |c_{11}| \lambda_1)} = \frac{1}{2} < \frac{a^{-1}}{2} = 1$$

$$\frac{|a_{21}| \mu_1 + |b_{21}| l_1 + |c_{21}| \lambda_1}{d_2 - (|a_{22}| \mu_2 + |b_{22}| l_2 + |c_{22}| \lambda_2)} = \frac{1}{7} < \frac{a^{-1}}{2} = 1$$

由定理3可知, 式(6)的平衡点是一致渐近稳定的。式(6)的仿真图如图1所示。

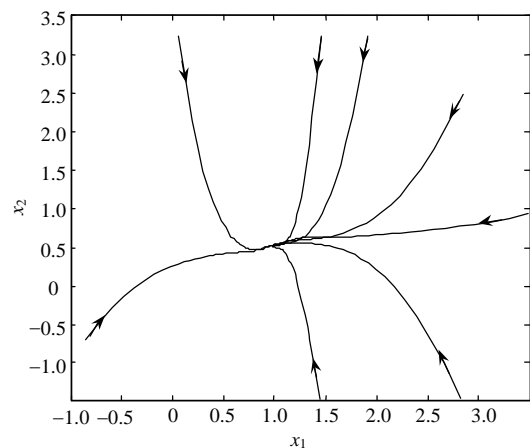


图1 式(6)的全局一致渐近稳定性

## 5 结 论

通过两次变换将具多比例时滞的CNNs等价变换为具有变系数常时滞的CNNs, 然后构造合适的Lyapunov泛函得到了充分条件, 这些条件只与系统参数有关, 而与时滞无关, 且简单容易验证。对设计具多比例时滞的CNNs起到了一定的指导作用, 同时所得结果同样适用具多比例时滞的Hopfield型的神经网络。由于计算机网络的QoS路由决策一般都需要比例时滞保证, 因此下一步的研究可以将具比例时滞的CNNs应用到QoS路由决策中, 建立基于比例时滞CNNs的QoS路由决策。

### 参 考 文 献

- [1] CHUA L O, YANG L. Cellular neural networks: theory and applications[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1988, 35(10): 1257-1290.
- [2] ROSKA T, CHUA L O. Cellular neural networks with nonlinear and delay-type template elements and nonuniform grids[J]. International Journal of Circuit Theory and Applications, 1992, 20(5): 469-481.
- [3] 张春风, 钟守铭, 郭科, 等. 关于神经网络稳定的一个充分条件[J]. 成都理工大学学报, 2004, 31(2): 204-207.  
ZHANG Chun-feng, ZHONG Shou-ming, GUO Ke, et al. Sufficient condition of stability for cellular neural networks [J]. Journal of Chengdu University of Technology, 2004, 31(2): 204-207.
- [4] ZHOU Li-qun, HU Guang-da. A new sufficient condition on the complete stability of a class cellular neural networks [C]//2006 Third International Symposium on Neural Networks. [S.l.]: [s.n.], 2006.
- [5] SINGH V. Global asymptotic stability of cellular neural networks with unequal delays: LMI approach[J]. Electronics Letters, 2004, 40(9): 548-549.
- [6] HUANG C, HUANG L, YUAN Z. Global stability analysis of a class of delayed cellular neural networks[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2005, 70(3): 133-148.
- [7] ZHANG Q, WEI X, XU J. New stability conditions for neural networks with constant and variable delays[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2005, 26(5): 1391-1398.
- [8] LU J, QIAN Y, XU S. Global asymptotic stability analysis for cellular neural networks with time delays[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2006, 29(2): 349-353.
- [9] YANG Y Q, CAO Jin-de. Stability and periodicity in delayed cellular neural networks with impulsive effects[J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2007, 8(1): 362-374.
- [10] ZHANG H, WANG Z. Global asymptotic stability of delayed cellular neural networks [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2007, 18(6): 947-950.
- [11] ZHOU Li-qun, HU Guang-da. Global exponential periodicity and stability of cellular neural networks with variable and distributed delays[J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 195(2): 402-411.
- [12] LUO W, ZHANG Q, WANG Guo-zheng, et al. Global exponential stability of fuzzy cellular neural networks with constant delays[J]. Journal of Communication and Computer, 2010, 7(4): 30-34.
- [13] ZHOU Li-qun. Delay-dependent exponential stability of cellular neural networks with multi-proportional delays[J]. Neural Process Lett, 2012, doi: 10.1007/s11063-9271-8.
- [14] 张迎迎, 周立群. 一类具多比例延时的细胞神经网络的指数稳定性[J]. 电子学报, 2012, 40(6): 1159-1163.  
ZHANG Ying-ying, ZHOU Li-qun. Exponential stability of a class of cellular neural networks with multi-pantograph delays[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(6): 1159-1163.
- [15] ZHOU Li-qun. Dissipativity of a class of cellular neural networks with proportional delays[J]. Nonlinear Dynamics, 2013, doi: 10.1007/s11071-013-0912-x.
- [16] GAN S Q. Exact and discretized dissipativity of the pantograph equation[J]. Journal of Computational Mathematics, 1997, 25(1): 81-85.
- [17] 钟守铭, 刘碧森, 王晓梅, 等. 神经网络的稳定性理论 [M], 北京: 科学出版社, 2008.  
ZHONG Shou-ming, LIU Bi-shen, WANG Xiao-mei, et al. Stability theory of neural networks[M]. Beijing: Beijing Science Press, 2008.

编辑 黄 莘