

# 利用信源先验特征的混合测向算法

樊 荣<sup>1</sup>, 徐保根<sup>2</sup>, 万义和<sup>2</sup>, 汤四龙<sup>2</sup>, 文 飞<sup>1</sup>, 万 群<sup>1</sup>

(1. 电子科技大学电子工程学院 成都 611731; 2. 同方电子科技有限公司 江西 九江 332007)

**【摘要】**基于特征分解的子空间类测向算法均要知道信源个数,但在小快拍数、低信噪比,且信源间的信号强度差异明显的场合中,传统的AIC信息准则和MDL准则均不能准确判断信源个数。这直接恶化了基于特征分解类算法(如MUSIC法)的测向性能。针对该问题,提出了一种利用信源先验特征的混合测向算法。该算法既利用了信源在角度上呈稀疏分布的信息提高了信源数判决的准确性,也利用了信源的非圆特性改进了测向性能。计算机仿真证实了该方法的正确性。

**关键词** AIC信息准则; DOA估计; MDL准则; 非圆信号; 稀疏信号重建

中图分类号 TN95

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2014.04.007

## Hybrid Direction Finding Approach Using Prior of Sources

FAN Rong<sup>1</sup>, XU Bao-gen<sup>2</sup>, WAN Yi-he<sup>2</sup>, TANG Si-long<sup>2</sup>, WEN Fei<sup>1</sup>, and WAN Qun<sup>1</sup>

(1. School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 611731;

2. Tongfang Electronic Science and Technology Co.,Ltd. Jiujiang Jiangxi 332007)

**Abstract** The number of sources must be known for eigen-decomposition subspace direction finding algorithms. However, in small number of snapshots and low signal-to-noise ratio (SNR) case, and when different signal strength between sources are occurred, both conventional AIC information criterion and MDL criterion are not able to judge the source number correctly and the performance of eigen-decomposition subspace direction finding algorithms (such as MUSIC method) deteriorates. To solve the problem, a hybrid direction finding approach using priori information of sources is proposed. With the proposed approach, the number of sources can be determined by using the fact that sources are sparse in angle domain. Furthermore, with the priori information that sources are non-circular, the direction finding performance is improved. Finally, computer simulations illustrate correction of the proposed approach..

**Key words** AIC information criterion; direction-of-arrival estimation; MDL criterion; non-circular signal; sparse signal recovery

阵列信号处理中的波达方向估计(DOA估计)始终受到研究者的极大关注,已被广泛应用于现代无线通信、雷达、导航、声纳、天文学等诸多领域<sup>[1-3]</sup>。

在已提出的众多测向算法中,Capon法是早期算法的代表<sup>[4]</sup>。该方法无需预知信源个数就可完成目标测向,但其角度分辨能力受瑞利限的制约。到20世纪80年代,以多重信号分类法(MUSIC)为代表的子空间类算法<sup>[5]</sup>,利用阵列流形与噪声子空间的正交特性进行DOA估计,突破瑞利限的限制,可实现角度超分辨。然而,这些子空间类的测向算法均是在信源满足独立同分布且信源满足圆特性的假设下提出的,在实际的数字通信系统中经常会遇到非圆信号(如二进制相移键控(BPSK)、调幅信号(AM)

等)。利用信号的非圆特性可提高测向性能<sup>[6-8]</sup>。近年来,又将信源的稀疏特性引入到DOA估计中,利用信源在空域呈稀疏分布这一先验特性进行DOA估计<sup>[9-11]</sup>。

上述几类测向算法在实际测向应用中存在各自特点。Capon法不需预知信源个数就可实现DOA估计,但它仍受到瑞利限的制约;以MUSIC为代表的子空间类方法可突破瑞利限,但需要准确预知信源数,且未利用信源在空域稀疏分布的信息。基于阵列观测样本稀疏表示的测向方法利用了信源空域稀疏分布信息,但由于过完备表示矩阵中列向量间的相互干扰限制了测向精度。利用信源的非圆特性可提高测向性能,但考虑到观测模型的规模较之于传

收稿日期: 2012-12-12; 修回日期: 2014-04-18

基金项目: 国家自然科学基金(61172140)

作者简介: 樊荣(1984-),男,博士生,主要从事阵列信号处理、稀疏信号重建方面的研究。

统模型扩大一倍, 对于高角度分辨的测向场合, 整个空间角度离散化的格点数增多, 直接导致测向算法的计算量增加。因此, 提出一种利用信源先验特征的测向算法很有意义。在测向中既利用信源在空域呈稀疏分布的特征, 又利用信源的非圆特性, 提高了测向性能。

## 1 DOA估计模型

当  $D$  个远场窄带信源  $s_d(t)$  ( $d \in \{1, 2, \dots, D\}$ ) 照射在  $M$  元接收阵列时, 可将 DOA 估计问题转化为如下模型中对未知角度  $\theta$  的参数估计问题<sup>[2,11]</sup>:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t) + \boldsymbol{\varepsilon}(t) \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{C}^{M \times 1}$  为  $t$  时刻的阵列输出矢量;  $\mathbf{s}(t) \in \mathbf{C}^{D \times 1}$ ,  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_D(t)]^T$  为信号随机波形;  $\boldsymbol{\varepsilon}(t) \in \mathbf{C}^{M \times 1}$  为噪声向量, 各噪声分量服从 0 均值且方差为  $\sigma^2$  的白高斯噪声;  $\mathbf{A}(\theta)$  为阵列流形矩阵。 $\mathbf{A}(\theta)$  的列向量  $\mathbf{a}(\theta_d)$  为导向矢量, 表达形式取决于阵列配置;  $T$  为快拍数; 信源数  $D$  未知。

### 1.1 阵列观测样本的稀疏表示

记  $\{\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_N\}$  为信源可能存在的所有角度的采样格点, 格点数  $N \gg D$ , 且  $N \gg M$ 。若在每个可能的角度建立导向矢量, 构成过完备表示矩阵  $\mathbf{B}(\theta) = [\mathbf{a}(\tilde{\theta}_1), \mathbf{a}(\tilde{\theta}_2), \dots, \mathbf{a}(\tilde{\theta}_N)]$ , 则在该表示框架下,  $\mathbf{B}(\theta)$  已知且不依赖于信源角度  $\theta$ 。进一步将信源  $\mathbf{s}(t)$  重新表示在  $N \times 1$  维的稀疏矢量  $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_N]^T$  中,  $n = 1, 2, \dots, N$ , 则有:

$$v_n = \begin{cases} s_d(t) & \text{若 } s_d(t) \text{ 在 } \theta_d \text{ 位置上} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

对于单次快拍:

$$\mathbf{x} = \mathbf{B}(\theta)\mathbf{v} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3)$$

因此, 稀疏表示可将  $\theta$  的参数估计问题转换为关于  $\mathbf{v}$  的稀疏谱估计问题。与大多数非参数测向算法一样, 式(3)中, 将信号能量作为信源角度的估计, 在目标真实存在的角度上出现峰值。当信源为点目标且信源数很少时, 空间谱是稀疏的(即  $\mathbf{v}$  中只有少量的非零元素)。可在如下约束条件下通过优化  $l_1$  范数最小重建稀疏谱:

$$\min_{\mathbf{v}} \|\mathbf{v}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{B}(\theta)\mathbf{v}\|_2 \leq \zeta \quad (4)$$

实际情况下, 常采用多次快拍以增强抗噪声的能力。在  $T$  次快拍下, 式(3)可表示为:

$$\mathbf{X} = \mathbf{B}(\theta)\mathbf{S} + \mathbf{E} \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(T)]$ ;  $\mathbf{S} = [\mathbf{v}(1), \mathbf{v}(2), \dots, \mathbf{v}(T)]$ ;  $\mathbf{E} = [\boldsymbol{\varepsilon}(1), \boldsymbol{\varepsilon}(2), \dots, \boldsymbol{\varepsilon}(T)]$ 。式(5)与式(3)的主要差别是: 矩阵  $\mathbf{S}$  在时间维和空间维均参数化, 但只

在空间具有稀疏分布的特征, 在时间维不稀疏。因此, 稀疏谱可在如下约束条件下通过优化  $l_{2,1}$  混合范数正好适应空间维稀疏但时间维不稀疏的特点。多快拍模型下的稀疏谱估计求解模型为:

$$\min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{S}\|_{2,1} \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{Y} - \mathbf{B}(\theta)\mathbf{S}\|_F \leq \gamma \quad (6)$$

### 1.2 非圆信源的DOA估计模型

当信源具有非圆特性时, 可将经典的接收信号模型(式(1))扩展成为非圆信源照射场景下的观测模型:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^*(\theta) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}^*(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}(t) \\ \mathbf{s}^*(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(t) \\ \boldsymbol{\varepsilon}^*(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中,  $(\cdot)^*$  表示复共轭运算。对应地, 非圆信源照射下的协方差矩阵可表示为:

$$\mathbf{R}_{\text{NC}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\} & \mathbf{E}\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)\} \\ \mathbf{E}\{\mathbf{x}^*(t)\mathbf{x}(t)\} & \mathbf{E}\{\mathbf{x}^*(t)\mathbf{x}^T(t)\} \end{bmatrix} \quad (8)$$

考虑到信源为不相关的非圆复随机变量, 其对应的椭圆协方差矩阵为  $\mathbf{E}\{\mathbf{ss}^T\} = \boldsymbol{\Gamma}_s \boldsymbol{\Psi}$ , 其中  $\boldsymbol{\Psi}$  为对角阵, 对角线上的元素是关于入射源的相位时延  $e^{j\nu_k}$ ,  $\boldsymbol{\Gamma}_s = \mathbf{E}\{\mathbf{ss}^H\}$ 。因此, 非圆信源条件下的协方差矩阵又可表示为:

$$\mathbf{R}_{\text{NC}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\theta) \\ \mathbf{A}^*(\theta)\boldsymbol{\Psi}^* \end{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_s \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\theta) \\ \mathbf{A}^*(\theta)\boldsymbol{\Psi}^* \end{bmatrix}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (9)$$

对式(9)进行特征分解:

$$\mathbf{R}_{\text{NC}} = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{U}_s^H + \sigma^2 \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \quad (10)$$

将噪声子空间  $\mathbf{U}_n$  进一步做如下划分:

$$\mathbf{U}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{n1} \\ \mathbf{U}_{n2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

用如下估计器求得非圆信源情况下的空间谱<sup>[8]</sup>:

$$f_{\text{NC}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}_{n1}\mathbf{U}_{n1}^H\mathbf{a}(\theta) - \|\mathbf{a}^T(\theta)\mathbf{U}_{n2}\mathbf{U}_{n2}^H\mathbf{a}(\theta)\|} \quad (12)$$

## 2 混合测向算法

本节给出一种同时利用信源稀疏特性和非圆特性的混合测向算法, 新的测向算法既增加了信源估计的准确性, 又提高了最终的测向精度, 具体实现流程如下。

### 2.1 混合测向算法描述

1) 参数初始化设置。设置离散化角度粗间隔为  $\Delta$ , 以  $\Delta$  为角度间隔将测向角度离散化; 根据阵列具体的配置确定导向矢量  $\mathbf{a}(\theta)$ , 并利用所有离散化角度上的导向矢量建立过完备表示矩阵  $\mathbf{B}(\theta)$ 。确定快拍次数  $T$ 、离散化角度细间隔  $\Delta'$ 、偏移角度  $\Delta\theta$ 、拟合误差  $\gamma$  以及信源数判决门限  $\tau$ 。

2) 根据阵列 $T$ 次快拍输出,在拟合误差 $\gamma$ 范围内求解式(6)重建稀疏的空间谱。根据判决门限 $\tau$ 确定信源数,并记录下超过门限值对应的所有示向度。

3) 根据阵列的 $T$ 次快拍输出,通过式(8)计算得到非圆条件下的协方差矩阵 $\mathbf{R}_{\text{NC}}$ ,并根据步骤2)中的信源数确定噪声子空间的维数。利用式(10)和式(11)得到噪声子空间 $\mathbf{U}_{n1}$ 和 $\mathbf{U}_{n2}$ 。

4) 以步骤2)中的各个示向度为中心,在正负 $\Delta\theta$ 角度范围里,按照细角度间隔 $\Delta'$ ,通过式(12)计算空间谱,获得更精确的示向度。

## 2.2 算法补充说明

1) 上述步骤1)中 $\Delta$ 的取值不宜过大、也不宜过小,一般取 $1^\circ\sim 3^\circ$ 较为合适。偏移角度一般取值为 $\Delta\theta\geq\Delta$ 即可,限制 $\Delta\theta$ 的取值范围,可在精细的角度空间构造空间谱的同时有效地控制步骤4)的计算量;细角度间隔 $\Delta'$ 一般比粗角度间隔 $\Delta$ 小1~2个数量级,可根据实际的具体精度要求确定。判决门限 $\tau$ 可根据归一化的稀疏谱幅值确定,一般在0.3~0.6范围内取值可获得理想的信源数估计。拟合误差取值一般为 $\gamma=(10^{-2}\sim 10^{-4})\|\mathbf{Y}\|_F$ 即可。

2) 步骤2)中,虽然可以采用AIC信息准则或MDL准则估计信源数。但AIC准则在低快拍数情况下存在过估计,即使在大快拍数的场合中仍有较大的估计误差;MDL准则在低快拍数和低信噪比的情况下存在欠估计问题。在小快拍数和低信噪比条件下,要想利用特征值的大小采用AIC信息准则和MDL准则实现信源数准确判断并不容易,尤其在信源信号强度差异明显时更是如此。在步骤2)中,利用信源在空间上稀疏分布这一先验信息,通过归一化稀疏谱峰值的大小确定信源个数的准确性更高,这在下一节仿真验证中得到验证。在后续讨论中,将利用谱峰值的大小确定信源数的方法称为门限法。

## 3 计算机仿真验证

所有仿真实验中均采用8个全向阵元( $M=8$ )构成均匀线阵接收信号,阵元间距为半波长。阵列轴线设为直角坐标的横轴;阵列快拍数 $T=20$ ;两个AM信源远场照射阵列;测角范围为 $[-60^\circ 60^\circ]$ ;信号的中心频率为2 kHz,采样频率为20 kHz。

实验1:设离散化角度粗间隔 $\Delta=3^\circ$ ,进行两个分实验:

1) 两个等功率信源分别从 $-12^\circ$ 和 $9^\circ$ 入射阵列,阵列输出信噪比 $\text{SNR}=5\text{ dB}$ ,利用式(6)重建空间谱,并对所有的谱峰值降序排列如图1a所示;同时,对

阵列输出数据的协方差矩阵的奇异值降序排列如图1b所示。调整阵列输出信噪比 $\text{SNR}=15\text{ dB}$ ,其余参数设置保持不变条件下,利用式(6)对重建的稀疏谱峰值降序排列后图1c所示;对应的阵列输出数据的协方差矩阵的奇异值降序排列如图1d所示。

2) 调整两信源的相对功率强度差为10 dB入射阵列,重复上述过程,所得结果如图2所示。

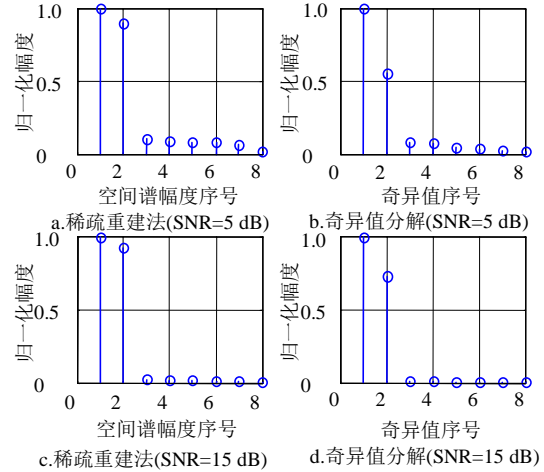


图1 等功率信源条件下的归一化谱峰值

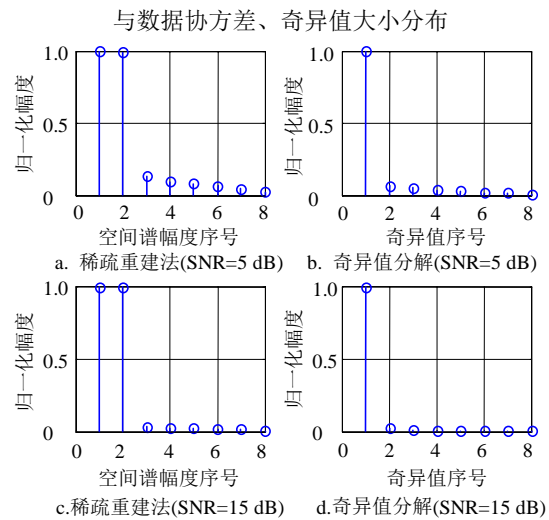


图2 信源相对功率强度相差10 dB条件下的归一化谱峰值  
与数据协方差、奇异值大小分布

结论:由图1可知,在等功率信号照射阵列时,无论是根据奇异值大小还是依据稀疏谱峰值大小,均可确定信源个数。而对比图1和图2可知,当信源强度差10 dB时,根据奇异值大小准确判定信源数的难度增大,而采用稀疏谱峰值的相对大小同样容易判断出信源个数。

实验2:在实验1基础上,针对不同SNR的阵列输出条件,通过200次Mont Carlo仿真进一步统计了基于特征值大小确定信源数的AIC准则和MDL准

则, 以及利用谱峰归一化峰值估计的正确概率, 在归一化谱峰值的信源数判决中, 判决门限设为0.5; 两个等功率信源入射阵列的仿真结果如表1所示; 两信源入射强度相差10dB的仿真结果如表2所示。其中AIC论准则和MDL准则计算公式如下<sup>[12]</sup>:

$$k_{AIC} = \arg \min_k AIC(k) \quad (13)$$

$$k_{MDL} = \arg \min_k MDL(k) \quad (14)$$

式中,  $AIC(k) = -2T(M - k) \ln \eta(k) + 2k(2M - k)$ ;  $MDL(k) = -T(M - k) \ln \eta(k) + k(M - k/2) \ln T$ , 且

$$\eta(k) = \frac{(\lambda_{k+1} \lambda_{k+2} \cdots \lambda_M)^{1/(M-k)}}{(\lambda_{k+1} + \lambda_{k+2} + \cdots + \lambda_M)/(M - k)}$$
;  $\lambda_{k+1}, \lambda_{k+2}, \dots,$

$\lambda_M$  为 $(M-k)$ 个小特征值。

由表1可知, 等强度信源到达阵列时, MDL准则的性能整体上优于AIC准则; 而由表2知, 在信源强度相差10 dB的场景中, 在低快拍数、低SNR条件下, AIC和MDL准则判断信源的准确性均下降; 对比表1和表2可知, 门限法对信源间入射阵列时的相对强度差异不敏感, 从而验证了利用稀疏信息确定信源数的正确性。

表1 不同判决准则的信源数估计性能 (信源强度相等)

SNR/dB	AIC准则/%	MDL准则/%	门限法/%
5	84.8	99.4	100
8	85.2	99.4	100
11	86.8	99.4	100
14	87	99.6	100

表2 不同判决准则的信源数估计性能 (信源强度不等)

SNR/dB	AIC准则/%	MDL准则/%	门限法/%
5	7	1	98
8	38	3	100
11	83	51	100
14	83	99	100

实验3: 本实验中, 离散化角度粗间隔  $\Delta = 1^\circ$ ; 两个等功率信源来分别从 $6^\circ$ 和 $15^\circ$ 入射阵列, 利用式(6)(即稀疏重建法)、Capon法<sup>[2,4]</sup>、MUSIC法<sup>[7,13]</sup>; 以及利用非圆特性的MUSIC法(MUSIC-NC), 在输出SNR=15 dB条件下的测向结果的局部放大图如图3所示; 输出SNR=5 dB条件下的测向结果的局部放大图如图4所示。

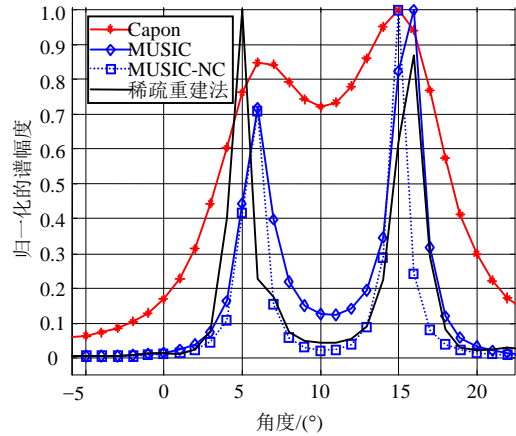


图3 不同算法的DOA估计(SNR=15 dB)

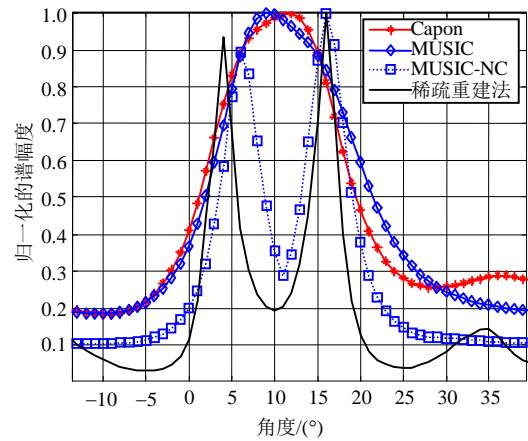


图4 不同算法的DOA估计(SNR=5 dB)

由图3和图4可知, 无论是SNR=15 dB或5 dB时, 引入信源的非圆特性均有助于改善测向性能; 此外, 图4还显示了SNR=5 dB条件下利用信源的稀疏性的稀疏重建法比MUSIC法具有更强的分辨能力, 但其估计性能仍然比利用信号非圆特性的MUSIC方法差。

实验4: 该实验中, 离散化角度粗间隔  $\Delta = 3^\circ$ ; 两信源间隔 $10^\circ$ 入射阵列。设混合测向法中的离散化角度细间隔  $\Delta' = 0.05^\circ$ ; 偏移角度  $\Delta\theta = 3^\circ$ 。通过200次( $L=200$ )Mont Carlo仿真实验, 计算了几种方法在不同SNR条件下的均方根误差(RMSE)及CRLB。每次仿真中, 均假设信源数估计正确。图5显示了等功率信源照射条件下的仿真结果; 图6给出了在两信源照射强度差10 dB条件下的仿真结果。实验所采用的均方根误差计算公式为:

$$RMSE(\theta) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \|\theta_i - \bar{\theta}\|^2} \quad (15)$$

式中,  $\bar{\theta}$  表示  $L$  次随机试验估计的示向度的算术平均;  $\theta_i$  表示第  $i$  次实验估计得到的示向度。CRLB采用如下计算<sup>[13]</sup>:

$$\text{CRLB}(\theta) = \left( \frac{2}{\sigma} \sum_{t=1}^T \text{Re}\{X(t)^H T^H \times [I - A(\theta)(A(\theta)^H A(\theta))^{-1} A(\theta)^H] T X(t) \} \right)^{-1} \quad (16)$$

式中,

$$T = [T_1^T, T_1^T, \dots, T_M^T]^T; T_i = \left[ \frac{\partial A_{i1}(\theta)}{\partial \theta_1}, \frac{\partial A_{i2}(\theta)}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial A_{id}(\theta)}{\partial \theta_d} \right]; \text{且 } X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & x_2(t) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & x_d(t) \end{bmatrix}; \sigma \text{ 为噪声功率。}$$

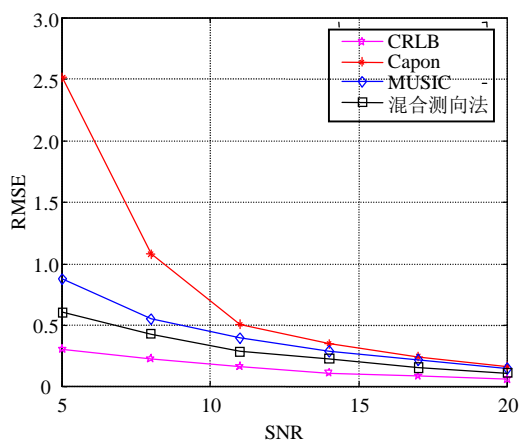


图5 不同测向方法测向性能(信源强度相等)

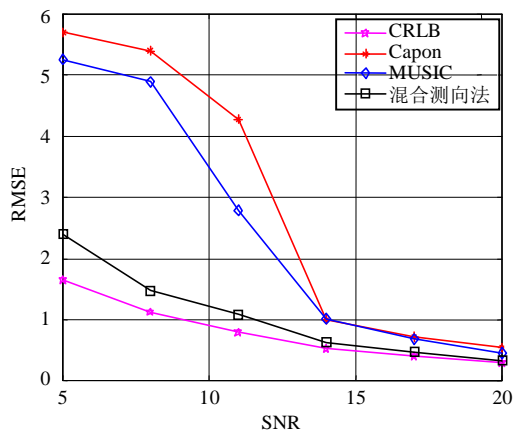


图6 不同测向方法测向性能(信源强度差10 dB)

## 4 结束语

本文通过引入信源在空域呈稀疏分布的特性及信源的非圆特性,结合现有的测向算法,提出了一种混合测向算法。该方法可以在阵列小快拍数、低信噪比且入射信源间强度差异明显场景下,比传统的AIC信息准则和MDL准则更能准确地判定信源数。利用信源的非圆特性,提高了测向性能。

## 参考文献

- [1] 谢菊兰,李会勇,何子述.均匀圆阵相干信源DOA估计的差分算法[J].电子科技大学学报,2012,41(4):516-521. XIE Ju-lan, LI Hui-yong, HE Zi-shu. DOA estimation of coherent sources using difference algorithm with the uniform circular arrays[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2012, 41(4): 516-521.
- [2] 王永良,陈辉,彭应宁,等.空间谱估计理论与算法[M].北京:清华大学出版社,2004. WANG Yong-liang, CHEN Hui, PENG Ying-ning, et al. Spatial spectrum estimation theory and algorithm[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [3] KRIM H, VIBERG M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4): 67-94.
- [4] CAPON J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[J]. Proceedings of the IEEE, 1969, 57(8): 1408-1418.
- [5] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameters estimation[J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 1986, 34(3): 276-280.
- [6] HASSEN S B, BELLILI F, SAMET A, et al. DOA estimation of temporally and spatially correlated narrowband noncircular sources in spatially correlated white noise[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2011, 59(9): 4108-4121.
- [7] ABEIDA H, DELMAS J P. MUSIC-like estimation of direction of arrival for noncircular sources[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(7): 2678-2689.
- [8] GOUNON P, ADNET C, GALY J. Localisation angulaire de signaux non circulaires, angular localisation for noncircular signals[J]. Traitement du Signal, 1998, 15(1): 17-23.
- [9] YIN J, CHEN T. Direction-of-arrival estimation using a sparse representation of array covariance vectors[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2011, 59(9): 4489-4493.
- [10] HYDER M M, MAHATA K. Direction-of-arrival estimation using a mixed norm approximation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(9): 4646-4655.
- [11] MALIOUTOV D, CETIN M, WILLISKY A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [12] 李京华,许家栋,李红娟.战场多目标混合声信号源数盲估计算法研究[J].兵工学报,2008,29(5):596-601. LI Jing-hua, XU Jia-dong, LI Hong-juan. Source number blind estimation algorithm of battlefield multiple target acoustic signal mixture[J]. Acta Armament Aarii, 2008, 29(5): 596-601.
- [13] STOICA P, NEHORAI A. MUSIC, maximum likelihood and Cramer-Rao bound[J]. IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Process, 1989, 37(5): 720-741.

编辑 税红