基于信赖域的无线传感器网络节点定位算法

周　亮，肖婷婷，李广军

(电子科技大学通信与信息工程学院　成都　611731)

【摘要】在无线传感器网络中，基于测距的无线定位方法通常基于各类测距模型，以最小二乘法估计位置初值，再利用优化算法提高定位精度。由于测距过程受到各类噪声及其分布变化的影响，在低信噪比情况下传统优化算法存在精度降低、收敛性差等性能恶化的问题，通常导致估计的结果不是最优。针对这一问题，将信赖域算法用于迭代优化过程，使用锥模型函数逼近定位目标函数，将目标函数的优化过程转变为一系列最优化子问题。仿真结果表明，该方法性能稳定，收敛速度快，在低信噪比环境下比传统算法具有更好的定位性能。

关　键　词　锥模型;　定位;　测距;　信赖域;　无线传感器网络

中图分类号　TP39　　文献标志码　A　　doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2014.05.007

Node Localization Based on Trust Region Algorithm in Wireless Sensor Networks

ZHOU Liang, XIAO Ting-ting, and LI Guang-jun

(School of Communication and Information Engineering, University of Electronic Science and Technology of China　Chengdu　611731)

Abstract　In traditional localization methods based on distance measurement in wireless sensor networks, a lot of optimization algorithms are employed to improve the precision of location. However, the optimization performance may degrade because of the low SNR environment and the non-Gaussian noise distribution. To overcome this problem, the trust region (TR) algorithm based on the conic model is employed for iterative localization. The cone model is used for approximating the objective function of localization, and the optimization process is converted into a series of optimization sub-problems. Simulation results show that the TR based method acquires better performance, especially in low SNR environment.

Key words　conic model;　location;　ranging;　trust region;　wireless sensor networks

近年来，在无线通信中基于位置的服务受到了极大的关注，它可以实现定位、跟踪、导航并为用户提供周边环境信息等服务，具有很高的实用价值和广阔的应用前景。无线传感器网络作为一种新兴的无线自组织网络，其节点的位置信息在网络组织、拓扑控制及各类应用中起着至关重要的作用。

在目前的各类定位系统中，基于测距的定位具有较高的定位精度。它主要是利用无线电波的传播信息来反演距离，常用的传播信息包括接收信号强度(RSS)、信号到达时间(TOA)、达到时间差(TDOA)或信号到达方向(DOA)等[1-6]，获得距离信息后，利用三边/角定位、双曲线导航等方式即可求得目标位置。在实际应用中，由于无线信号的传播及测量过程通常存在噪声，常用最小二乘法等估计目标位置。在某些环境下，为提高定位精度，需进一步使用泰勒级数最小二乘法、拟牛顿法等优化算法来更新位置的估计。它们的复杂度有所增加，且某些算法由于初值的不准确而可能导致不收敛的问题。

信赖域算法是一种最优化算法，它已被证明具有很好的稳定性和收敛速度[7-8]。本文利用TOA测量模型获取节点间的距离估计，使用最小二乘法进行粗定位以提供初始估计位置，然后使用锥模型信赖域[9-10]算法实现精确定位。

1　系统模型

假设在某有限范围二维空间中设定有 $n(n\geqslant 3)$ 个锚节点和一个盲节点，盲节点在任意时刻均能与各锚节点进行通信。利用节点之间进行无线通信的信号传播往返时间及电波传播速度可以计算距离。

设盲节点B在时刻t_0向锚节点A_N发送一个信号，

收稿日期：2013 – 12 – 20；修回日期：2014 – 04 – 10

基金项目：国家自然科学基金(61301155，61176025)

作者简介：周亮(1979 –)，男，博士，主要从事通信信号处理、无线传感器网络等方面的研究.

经过信道传播延时 τ 后锚节点A_N在时刻 t_1 接收到该信号，则 $t_1 = t_0 + \tau$，锚节点A_N经过一个延迟 δ 后在时刻 t_2 将该信号回复给盲节点B，经信道传播延时 τ 后盲节点B在时刻 t_3 接收到该信号。其中，锚节点A_N的延迟 δ 可以预先设定并告知盲节点B。因此，两节点间的单次传播时间为：

$$\tau = \frac{1}{2}(t_3 - t_0 - \delta) \tag{1}$$

式中，t_0 和 t_3 均由盲节点B记录，设 $\Delta t = t_3 - t_0$，由于各节点均存在计时测量噪声，设总和的测量噪声为 ε，通常符合正态分布，则估计的传播时间为：

$$\hat{\tau} = \frac{1}{2}(\Delta t - \delta) + \varepsilon \tag{2}$$

在自由空间中，电波的传播速度为光速 $c \approx 0.3$ m/ns，则两节点间的距离估计为：

$$\hat{d} = \hat{\tau} c \tag{3}$$

类似的，通过测量不同信号的传播时间差，或测量信号强度，利用电波传播模型也可以估计节点间的距离。将各类测量的结果归结为统一的距离估计，并在盲节点与多个锚节点之间进行多次估计后即可进行盲节点的位置估计。

2　利用最小二乘法估计目标粗略位置

在二维平面中，当盲节点与多个锚节点进行测距定位时，系统的定位方程是超定的，因此常用最小二乘法以充分利用冗余的测量数据，获得更优的目标估计位置。

设各锚节点的位置已知，它们的坐标分别为 (x_i, y_i)，$i = 1, 2, \cdots, n$，盲节点真实位置为 (x, y)，则盲节点与各锚节点的估计距离为：

$$\hat{d}_i = d_i + v_i \tag{4}$$

式中，$d_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$ 表示真实距离；v_i 表示测量噪声。

将式(4)两边取平方得：

$$x^2 + y^2 - 2xx_i - 2yy_i = (\hat{d}_i - v_i)^2 - (x_i^2 + y_i^2) \tag{5}$$

令 $R^2 = x^2 + y^2$，$R_i^2 = x_i^2 + y_i^2$，则得：

$$R^2 - 2xx_i - 2yy_i = \hat{d}_i^2 - 2d_i v_i + v_i^2 - R_i^2 \tag{6}$$

整理后得：

$$R_i^2 - \hat{d}_i^2 = 2xx_i + 2yy_i - R^2 + v_i^2 - 2d_i v_i \tag{7}$$

用矩阵形式表示为：

$$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{v} \tag{8}$$

其中，

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} x & y & R^2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{N} = \begin{bmatrix} R_1^2 - \hat{d}_1^2 \\ R_2^2 - \hat{d}_2^2 \\ \vdots \\ R_n^2 - \hat{d}_n^2 \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} 2x_1 & 2y_1 & -1 \\ 2x_2 & 2y_2 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 2x_n & 2y_n & -1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} v_1^2 - 2\hat{d}_1 v_1 & v_2^2 - 2\hat{d}_2 v_2 \cdots v_n^2 - 2\hat{d}_n v_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

通过最小二乘法可以求解得到：

$$\hat{\boldsymbol{\omega}} = (\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{M})^{-1}\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{N} \tag{13}$$

式中，$\boldsymbol{W} = \mathrm{cov}^{-1}(\boldsymbol{v})$ 是加权矩阵，设置为高斯噪声协方差矩阵 $\boldsymbol{v}$ 的逆矩阵[11]，通常情况下它的统计特性难以掌握，所以一般简化设置为单位矩阵，则：

$$\hat{\boldsymbol{\omega}} = (\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M})^{-1}\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N} \tag{14}$$

由于以上过程通过取平方实现线性化操作，且噪声的统计特性在计算中被简化处理，因此求得的盲节点位置估计值 $(\hat{x}, \hat{y})$ 并非最优，仅能作为粗略的估计，需要通过其他的优化方法进一步处理。

3　基于信赖域的定位优化算法

无线传感器网络中的定位旨在估计盲节点的最优化坐标 $\boldsymbol{\theta} = (x, y)$，该问题可视为求解 $\arg\min\limits_{\theta \in R^2} f(\boldsymbol{\theta})$ 问题，其中：

$$f(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{n}\left(\hat{d}_i - \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)}\right)^2 \tag{15}$$

本文使用锥模型信赖域算法求解，即在给定初始位置点 $\boldsymbol{\theta}^{(m)}$ 以及信赖域半径 $\varDelta^{(m)}$ 后，在范围 $\boldsymbol{C}^{(m)} = \left\{\boldsymbol{\theta} \in R^2 \,|\, \|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^{(m)}\| \leqslant \varDelta\right\}$ 内采用如式(16)所示的锥模型 $G^{(m)}(\cdot)$ 对函数 $f(\cdot)$ 进行逼近，并将极小值优化问题转换为一系列如式(17)所示的子问题。

$$G^{(m)}(\boldsymbol{\theta}^{(m)} + \boldsymbol{s}) = f(\boldsymbol{\theta}^{(m)}) + \frac{(\boldsymbol{g}^{(m)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}}{1 - (\boldsymbol{b}^{(m)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}} + \frac{\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{(m)}\boldsymbol{s}}{2[1 - (\boldsymbol{b}^{(m)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}]^2} \tag{16}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{s}^{(m)} = \arg\min \psi^{(m)}(\boldsymbol{s}) \\ \psi^{(m)}(\boldsymbol{s}) = \dfrac{(\boldsymbol{g}^{(m)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}}{1 - (\boldsymbol{b}^{(m)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}} + \dfrac{\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{(m)}\boldsymbol{s}}{2[1 - (\boldsymbol{b}^{(m)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}]^2} \\ \text{s.t.} \quad 1 - (\boldsymbol{b}^{(m)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s} > \varepsilon_0 \text{且} \|\boldsymbol{s}\| \leqslant \varDelta^{(m)},\ 0 < \varepsilon_0 < 1 \end{cases} \tag{17}$$

式中，$\psi^{(m)}(\boldsymbol{s})$ 是对 $G^{(m)}(\boldsymbol{\theta}^{(m)} + \boldsymbol{s}) - f(\boldsymbol{\theta}^{(m)})$ 的逼近；$\boldsymbol{B}^{(m)}$ 是 $f(\boldsymbol{\theta})$ 在 $\boldsymbol{\theta}^{(m)}$ 点处的Hessian矩阵逼近；$\boldsymbol{g}^{(m)} = \nabla_{\theta} f(\boldsymbol{\theta}^{(m)})$；$\boldsymbol{b}^{(m)}$ 是锥模型中的水平向量。

通过求解式(17)所示的信赖域子问题，可得到 $\boldsymbol{s}^{(m)}$，然后计算目标函数下降量 $\mathrm{ared}^{(m)}$ 与模型下降量 $\mathrm{pred}^{(m)}$ 的比值：

$$r^{(m)}=\frac{\mathrm{ared}^{(m)}}{\mathrm{pred}^{(m)}}=\frac{f(\boldsymbol{\theta}^{(m)})-f(\boldsymbol{\theta}^{(m)}+\boldsymbol{s}^{(m)})}{G^{(m)}(\boldsymbol{\theta}^{(m)})-G^{(m)}(\boldsymbol{\theta}^{(m)}+\boldsymbol{s}^{(m)})} \tag{18}$$

当 $r^{(m)}$ 较小时，可认为锥模型 $G^{(m)}(\cdot)$ 对函数 $f(\cdot)$ 的逼近并不成功，则令下一轮迭代的初始位置 $\boldsymbol{\theta}^{(m+1)}=\boldsymbol{\theta}^{(m)}$；否则，令 $\boldsymbol{\theta}^{(m+1)}=\boldsymbol{\theta}^{(m)}+\boldsymbol{s}^{(m)}$ 。信赖域半径 $\Delta^{(m+1)}$ 也根据 $r^{(m)}$ 值的大小进行调整。

下面是采用信赖域方法进行无线定位的优化算法步骤。

1) 令 $m=0$，取最小二乘法获得的位置作为初始位置值 $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$。设定信赖域初始半径 $\Delta^{(0)}>0$。设定参数 $0<\eta_1<\eta_2<1$，$0<\gamma_1<1<\gamma_2$，其中，η_1 和 η_2 用于评估锥模型对目标函数的逼近程度，γ_1 和 γ_2 用于更新信赖域半径，以决定下一轮迭代的搜索区域范围。设定精度要求 $\varepsilon>0$，用于比对目标函数每次迭代的下降量大小，以判断是否结束迭代。

2) 若 $\|\boldsymbol{g}^{(m)}\|<\varepsilon$，则将迭代结果 $\boldsymbol{\theta}^{(m)}$ 作为最终定位结果，定位结束；否则跳至步骤3)。

3) 解决式(17)所示子问题，得子问题最优解 $\boldsymbol{s}^{(m)}$。子问题求解方法可参考文献[12]。

4) 若 $r^{(m)}\geqslant\eta_1$，$\boldsymbol{\theta}^{(m+1)}=\boldsymbol{\theta}^{(m)}+\boldsymbol{s}^{(m)}$；否则令 $\boldsymbol{\theta}^{(m+1)}=\boldsymbol{\theta}^{(m)}$。

5) 更新信赖域半径，若 $r^{(m)}\geqslant\eta_2$，$\Delta^{(m+1)}=\max(\Delta^{(m)},\gamma_2\|\boldsymbol{s}^{(m)}\|)$；若 $\eta_1<r^{(m)}<\eta_2$，$\Delta^{(m+1)}=\Delta^{(m)}$；否则 $\Delta^{(m+1)}=\gamma_1\|\boldsymbol{s}^{(m)}\|$。

6) 更新 $\boldsymbol{b}^{(m+1)}$ 及 $\boldsymbol{B}^{(m+1)}$，更新方法可参考文献[13]；$m=m+1$，跳至步骤2)。

4 仿真结果与分析

假设仿真区域为10 m×10 m的平面，以左下角为原点，布置5个锚节点，分别位于坐标(0,0)、(0,10)、(10,0)、(10,10)、(5,10)5个位置，盲节点随机分布于区域内。采用前节描述的测距模型，将各类噪声转换为统一的测距噪声 $\nu_i\sim N(0,\sigma_i^2)$ 服从正态分布。假设盲节点在任意位置均能与5个锚节点进行通信，利用获取的5个测距信息，采用最小二乘法获得初始位置，然后再使用泰勒级数最小二乘法和信赖域算法分别进行位置优化，对两种优化方法及优化前后的定位性能进行对比。在信赖域算法中，设定仿真参数为 $\eta_1=0.25$，$\eta_2=0.75$，$\gamma_1=0.25$，$\gamma_2=2$，$\varepsilon=0.1$。

信噪比分别为15 dB和5 dB且盲节点随机位于20个位置的定位效果图如图1和图2所示。在图2中由于信噪比较低，最小二乘法估计的初始位置偏差太大，故在图中没有绘出。

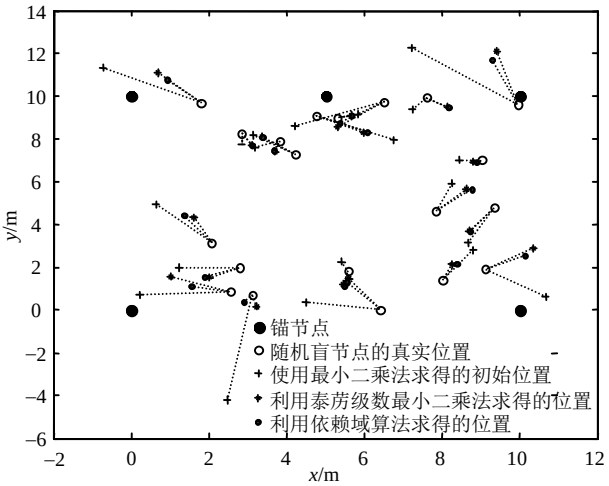

图1 定位效果图(SNR=15 dB)

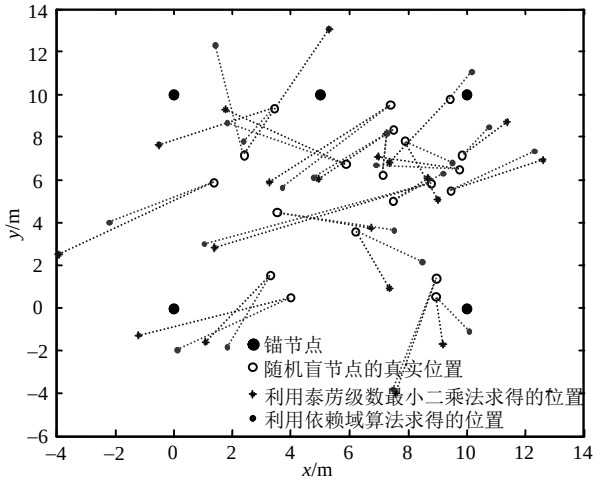

图2 定位效果图(SNR=5 dB)

从图中可以看出，优化后的位置精度有了很大提高，信赖域算法相比泰勒级数最小二乘法有一定优势，且随着信噪比的降低，各种算法的性能都有所下降。

少量的结果不能反映算法的统计性能，因此在SNR=10 dB情况下进行了100个独立随机位置的实验，对3种算法的估计位置与真实位置的欧氏距离误差进行统计，其累积分布函数结果如图3所示。其中LS表示最小二乘法；TS表示泰勒级数最小二乘法；TR表示信赖域算法。

从图中可以看出采用TR方法在87%的情况下满足低于3 m的精度要求，而TS方法为75%，LS仅为59%。从分布概率的角度看，在90%的情况下TR算法能达到低于3.2 m的精度，而TS算法精度为3.8 m，未优化的LS算法高达6.2 m。

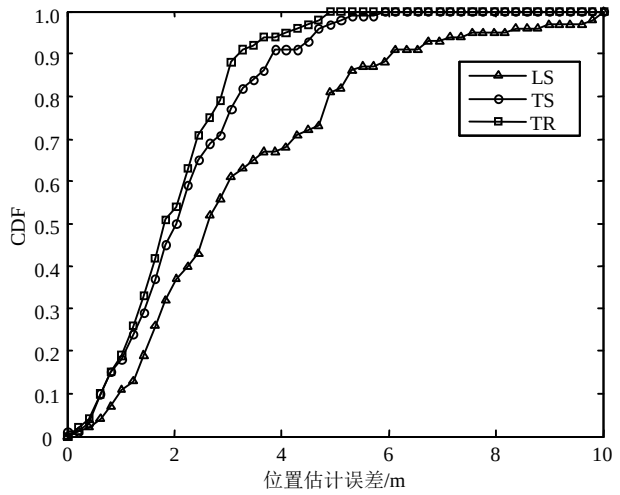

图3　定位误差累计分布函数CDF(SNR=10 dB)

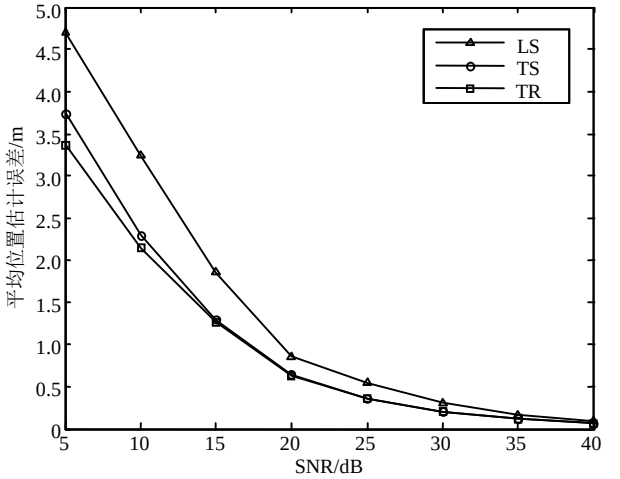

图4　不同信噪比下的定位精度统计分析

为分析在不同信噪比下各算法的定位性能，在SNR=5,10,15,20,25,30,35,40 dB等情况下分别进行100个独立随机位置实验，对各信噪比下的欧氏距离误差分别进行统计平均，得出的平均位置估计误差曲线如图4所示。

从图中可以看出，在信噪比较高的情况下，各算法的性能差别较小。而随着信噪比的降低，各算法的位置估计误差会迅速增大。当SNR=5 dB时，TR算法的平均位置估计误差为3.37 m，TS算法为3.75 m，LS算法为4.7 m，说明TR算法在低信噪比下更具优势。

5　结　论

本文介绍了基于测距的定位算法，在通过最小二乘法求得粗略位置后，以锥模型信赖域算法进行优化，得到了更优的位置估计。仿真结果表明，基于信赖域的算法具有较强的收敛性，在低信噪比情况下能获得比其他算法更好的定位性能。但由于信赖域算法需要基于最小二乘法来提供初始估计位置，并使用迭代过程以逐步逼近目标函数极值，所以相比最小二乘法和不需要迭代的泰勒级数最小二乘法来说，它的复杂度更高，更适合于要求精度较高且计算资源受限较小的场合。

参　考　文　献

[1] ALHASANT A I, SHARIF B S, TSIMENIDIS C C, et al. Low complexity least-square estimator for RSS-based localization in wireless sensor networks[C]//Proc 2012 International Conference on Communications and Information Technology(ICCIT). Hammamet, Tunisia: IEEE, 2012: 331-335.

[2] LI X R, PAHLAVAN K. Super-resolution TOA estimation with diversity for indoor geolocation[J]. IEEE Trans on Wireless Communications, 2004, 3(1): 224-234.

[3] MARTIN R K, VELOTTA J S, RAQUET J F. Bandwidth efficient cooperative TDOA computation for multicarrier signals of opportunity[J]. IEEE Trans on Signal Process, 2009, 57(6): 2311-2322.

[4] SHAHBAZPANAHI S, VALAEE S, BASTANI M H. Distributed source localization using ESPRIT algorithm[J]. IEEE Trans on Signal Process, 2001, 49(10): 2169-2178.

[5] GUSTAFSSON F, GUNNARSSON F. Mobile positioning using wireless networks: Possibilities and fundamental limitations based on available wireless network measurements[J]. IEEE Signal Process Magazine, 2005, 22(4): 41-53.

[6] GOLDEN S A, BATEMAN S S. Sensor measurements for Wi-Fi location with emphasis on time-of-arrival ranging[J]. IEEE Trans on Mobile Computing, 2007, 6(10): 1185-1198.

[7] 袁亚湘. 信赖域方法的收敛性[J]. 计算数学, 1994(3): 333-346.
YUAN Ya-xiang. On the convergence of trust region algorithms[J]. Mathematica Numerica Sinica, 1994(3): 333-346.

[8] 李正峰, 邓乃扬. 基于锥模型的一般信赖域算法收敛性分析[J]. 系统科学与数学, 1998, 18(2): 247-252.
LI Zheng-feng, DENG Nai-yang. Convergence properties of general trust region algorithms based on the conic model [J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 1998, 18(2): 247-252.

[9] 陆晓平, 倪勤, 刘浩. 解新锥模型信赖域子问题的折线法[J]. 应用数学学报, 2007, 30(5): 855-871.
LU Xiao-ping, NI Qin, LIU Hao. A dogleg method for solving new trust-region subproblems of conic model[J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 2007, 30(5): 855-871.

[10] 孙文瑜, 徐东. 解无约束最优化的基于锥模型的过滤集–信赖域方法[J]. 中国科学: 数学, 2012, 42(5): 527-543.
SUN Wen-yu, XU Dong. A filter-trust-region method based on conic model for unconstrained optimization[J]. Scientia Sinica Mathematica, 2012, 42(5): 527-543.

[11] 余科根, 夏伊恩, 郭英杰. 地面无线定位技术[M]. 崔逊学, 汪涛, 译. 北京: 电子工业出版社, 2012.
YU Ke-gen, SHARP I, GUO Ying-jie. Ground-based wireless positioning[M]. Translated by CUI Xun-xue, WANG Tao. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2012.

[12] RAYDAN M. The Barzilai and Borwein gradient method for the large scale unconstrained minimization problem[J]. SIAM Journal on Optimization, 1997, 7(1): 26-33.

[13] QU S J, JIANG S D. A trust-region method with a conic model for unconstrained[J]. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2008, 31(15): 1780-1808.

编　辑　张　俊