

考虑端元差异性的协同稀疏高光谱解混算法

王蕊, 李恒超, 尹忠科

(西南交通大学信息科学与技术学院 成都 610031)

【摘要】因现有的高光谱协同稀疏解混模型忽略了不同像元所包含端元的差异性,影响到丰度估计的准确性。该文提出一种先对具有相同端元的像元进行无监督聚类的预处理,然后对预处理后的不同类高光谱像元进行协同稀疏解混算法。在无监督聚类过程中,由于具有相同原子集合的像元之间的协同稀疏编码值最小,将重构误差与协同稀疏编码约束之和作为距离测度,从而有效保证了同类像元中具有相同端元;再利用基于ADMM的优化算法对每类像元分别进行协同稀疏解混。仿真和实际高光谱数据实验结果表明,该算法能有效地进行真实端元识别,从而提高了丰度估计的准确性。

关键词 丰度估计; 协同编码; 端元; 高光谱图像; 稀疏解混

中图分类号 TP751.1

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2014.06.003

Collaborative Sparse Unmixing of Hyperspectral Data Considering the Difference of Endmembers

WANG Rui, LI Heng-chao, and YIN Zhong-ke

(School of Information Science and Technology, Southwest Jiaotong University Chengdu 610031)

Abstract In the current collaborative sparse unmixing of hyperspectral data, the fractional abundances can not be estimated accurately due to ignoring the differences of endmembers among different pixels. In this paper, a novel unsupervised clustering method is proposed as a preprocessing step to generate several classes of pixels with the same endmember bundles, and then for each class, the collaborative sparse unmixing technique is used to implement spectral unmixing. In terms that the pixels with the same set of active atoms have the smallest values of collaborative sparse coding, the sum of reconstruction errors and sparsity levels are introduced as the distance metric in the unsupervised clustering. As such, the same class pixels can be guaranteed to contain the same endmembers. Finally, the involving optimization problem can be solved by using the algorithm of alternating direction method of multipliers (ADMM). Experimental results on synthetic and real hyperspectral data demonstrate that the our proposed algorithm can identify the actual endmembers effectively and improve the accuracy of the fractional abundance estimation.

Key words abundance estimation; collaborative sparse code; endmember; hyperspectral imaging; sparse unmixing

由于地表物质的多样性和成像系统空间分辨率的限制,高光谱遥感图像中单个像元所对应的地表往往包含不同的覆盖类型,这些像元被称作混合像元。如何有效地从混合像元中分解出所包含的物质(端元),得到它们之间的混合比例(丰度),是高光谱图像研究领域的重要分支之一^[1]。

稀疏解混模型由于其有效性,成为该领域中的研究热点,典型的稀疏解混模型^[2-3]仅利用高光谱数据中的光谱信息,忽略了像元之间的空间关系,使得丰度估计的准确性降低。为了避免这一缺陷,文

献[4-5]根据高光谱数据中所有像元均共有相同的端元集,在典型稀疏解混模型中加入协同稀疏编码约束,以提高丰度估计准确度。但在真实的高光谱图像中,并不是每个像元中都包含相同的端元。高光谱协同稀疏解混模型并不完全符合实际情况,从而降低了协同编码约束在光谱解混中的效果。

为提高丰度估计的准确性,像元之间包含端元的差异性不应该被忽略,为此,本文提出一种考虑端元差异性的协同稀疏高光谱解混算法(Cluster_CLSUnSAL)。首先,该算法通过引入重构误差和协

收稿日期: 2013-06-27; 修回日期: 2014-08-18

基金项目: 国家自然科学基金(61371165); 教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-11-0711); 四川省青年科技创新研究团队“轨道交通信息传输与处理技术”(2011JTD0007); 中央高校基本科研业务费(SWJTU11CX038, SWJTU12CX004, SWJTU12ZT02)

作者简介: 王蕊(1979-), 女, 博士, 主要从事高光谱遥感图像处理、图像稀疏等方面的研究。

同稀疏编码约束来学习距离测度；然后，利用学习的距离测度将高光谱数据中具有相同端元的像元在子空间中进行无监督聚类；最后，对聚类后的不同类像元进行协同稀疏解混。学习距离测度中协同稀疏编码约束保证了同类像元具有相同端元，符合协同稀疏解混数据模型，有利于提高丰度估计的准确性。通过模拟数据和真实数据的实验结果，验证了Cluster-CLSUnSAL算法的有效性。

1 高光谱数据解混

1.1 线性光谱混合模型

通常情况下，高光谱图像中的每一个像元都可以近似认为是图像中各个端元的线性混合^[6]：

$$\mathbf{y} = \mathbf{M}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i = 1 \quad 0 \leq \mathbf{x}_i \leq 1 \quad (2)$$

式中， $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^{L \times 1}$ 、 $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{L \times q}$ 和 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{q \times 1}$ 分别代表观测像元向量、端元矩阵、丰度向量； \mathbf{n} 为噪声或误差项。

在线性高光谱混合像元解混模型中用已知的光谱库 \mathbf{A} 代替端元集合 \mathbf{M} ，根据高光谱混合像元解混的机理， \mathbf{A} 中谱线数 p 远大于端元个数 q ，即 \mathbf{x} 中非零系数的个数 $p \gg q$ ，这样 \mathbf{y} 在 \mathbf{A} 中的丰度向量 \mathbf{x} 就具有“稀疏性”。这种稀疏性能够提高混合像元解混模型的精度和解的稳定性。基于稀疏性的混合像元解混模型可以表示为：

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1 \quad \mathbf{x} \geq 0 \quad (3)$$

1.2 高光谱数据协同稀疏解混模型

文献[4-5]假定高光谱数据中所有像元都具有相同的端元，其丰度矩阵效果如图1所示，在传统的稀疏解混模型中加入协同稀疏编码约束得到解混模型为：

$$\min_{\mathbf{X}} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \lambda \sum_{i=1}^M \|\mathbf{x}_i\|_2 \quad \mathbf{X} \geq 0 \quad (4)$$

式中， $\mathbf{Y} \in \mathbf{R}^{L \times N}$ 、 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{M \times N}$ 和 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{L \times M}$ 分别表示观测数据矩阵、丰度矩阵和光谱库； $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^{1 \times N}$ 是 \mathbf{X} 的第 i 行向量。

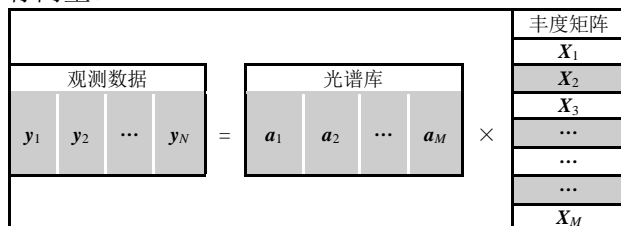


图1 在参考丰度矩阵上加入协同稀疏编码约束的效果图
(丰度矩阵中灰色色块表示非零系数)

2 基于聚类的高光谱数据协同稀疏解混

2.1 协同稀疏距离测度学习的聚类

由于不同地物的影响，不同高光谱混合像元中包含的端元不尽相同，文献[4-5]假设所有像元都具有相同的端元集，忽略像元之间的差异，造成模型有一定误差，降低了丰度估计的准确性。因此在对高光谱数据进行协同稀疏解混算法之前，将高光谱数据中具有相同端元的像元进行无监督聚类，不同类像元分别进行协同稀疏解混，以提高光谱解混的准确性。

对数据进行聚类，以测试样本到聚类中心的距离判定是否为目标类，如 k -means等算法。通常在高光谱数据处理中采用经典欧氏距离测度^[6]和光谱夹角余弦^[6-7]来描述像元之间的相似关系，但欧氏测度和光谱夹角余弦测度忽略了样本分布的统计特性，从而影响这些方法对数据的描述能力。文献[8-9]提出 L_1 范数稀疏距离测度，测度函数为：

$$\mathbf{x}^*(\mathbf{y}, \mathbf{A}) = \arg \min \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 \quad \text{s.t.} \|\mathbf{x}\|_0 \leq L \quad (5)$$

$$R^*(\mathbf{y}, \mathbf{A}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}^*(\mathbf{y}, \mathbf{A})\|_2^2 + \|\mathbf{x}\|_1 \quad (6)$$

式中， $\mathbf{x}^*(\mathbf{y}, \mathbf{A})$ 表示 \mathbf{y} 在固定字典 \mathbf{A} 上的稀疏编码； $R^*(\mathbf{y}, \mathbf{A})$ 表示 L_1 范数稀疏距离测度函数，该测度函数包含了重构误差和基于字典 \mathbf{A} 的稀疏表示约束。重构误差测量了重构表示的质量，而最优 \mathbf{x} 的 L_1 范数测量了稀疏表示的复杂性，有着强大的类别判别能力，但根据测度函数 $R^*(\mathbf{y}, \mathbf{A})$ 不能确定同类像元之间是否含有相同的端元。

本文采用协同稀疏表示误差来表示任一像元与类中心之间包含相同端元的测度：

$$R_x(\mathbf{Y}, \mathbf{A}) = \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_F^2 + \lambda \sum_{i=1}^M \|\mathbf{x}_i\|_2 \quad (7)$$

式中， $\mathbf{Y} = [\mathbf{y} \ \mathbf{c}_k]$ ， \mathbf{y} 表示观测像元， \mathbf{c}_k 表示第 k 类中心； \mathbf{X} 表示 \mathbf{Y} 在 \mathbf{A} 中对应的丰度矩阵； R_x 中包含了重构误差和协同稀疏编码约束；重构误差 $\|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_F^2$ 测量了重构表示的质量；协同稀疏编码约束 $\lambda \sum_{i=1}^M \|\mathbf{x}_i\|_2$ 表示系数矩阵中行的稀疏度，测量了样本集合在字典 \mathbf{A} 中是否具有相同非零系数。 \mathbf{Y} 的每个像元在 \mathbf{A} 中均具有稀疏表示，同时包含相同的原子，则对应稀疏编码系数矩阵中相同的行，通过计算两个像元间的协同稀疏表示误差表征两个像元之间具有相同端元的测度， $R_x(\mathbf{y}, \mathbf{c}_k)$ 误差值越小表示观测像元与该类中心

之间具有相同原子的可能性越大。无监督聚类中, 类中心点的初始化对算法的成功是非常重要的, 在本文中, 测度矩阵由两两像元之间的协同稀疏表示误差构成, 测度矩阵中最大值对应的两两像元作为类中心。

将学习的距离测度代替欧氏距离嵌入到基于欧氏距离的聚类算法k-means中, 按照式(7)计算每个像元与K个类中心之间的距离 $R_x(\mathbf{y}, \mathbf{c}_k)$, 即由:

$$k = \arg \min_{k=1,2,\dots,K} R_x(\mathbf{y}, \mathbf{c}_k) \quad (8)$$

判断像元所属类。

2.2 针对类的协同稀疏解混

对不同类高光谱像元 \mathbf{Y}_k 分别采用协同稀疏解混, 得到基于类的协同稀疏解混模型为:

$$\min_{\mathbf{X}_k} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X}_k - \mathbf{Y}_k\|_F^2 + \lambda \sum_{i=1}^M \|\mathbf{x}_k^i\|_2 \quad (9)$$

$$\mathbf{X}_k \geq 0 \quad k \in 1, 2, \dots, K$$

式中, \mathbf{Y}_k 、 \mathbf{X}_k 分别表示不同类高光谱数据矩阵以及对应的丰度矩阵; \mathbf{x}_k^i 是 \mathbf{X}_k 的第*i*行向量。式(9)可以等价于无约束优化问题:

$$\min_{\mathbf{X}_k} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X}_k - \mathbf{Y}_k\|_F^2 + \lambda \sum_{i=1}^M \|\mathbf{x}_k^i\|_2 + l_{R^+}(\mathbf{X}_k) \quad (10)$$

$$k \in 1, 2, \dots, K$$

引入辅助变量 \mathbf{z}_k , 构造增强拉格朗日表达式为:

$$L_\rho(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k, \mathbf{u}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X}_k - \mathbf{Y}_k\|_F^2 + \lambda \sum_{i=1}^M \|\mathbf{z}_k^i\|_2 + l_{R^+}(\mathbf{X}_k) + \sum_{i=1}^M \mathbf{u}_i^T (\mathbf{z}_k^i - \mathbf{x}_k^i) + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^M \|\mathbf{z}_k^i - \mathbf{x}_k^i\|_2^2 \quad (11)$$

利用ADMM^[10]算法更新 \mathbf{x}_k 、 \mathbf{z}_k 和 \mathbf{u} 得:

$$\mathbf{x}_k = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \text{diag} \left(\rho \sum_{i=1}^M \tilde{e}_i(i, 1) \right))^{-1} \times \left(\mathbf{A}^T \mathbf{Y}_k + \sum_{i=1}^M (\tilde{\mathbf{u}}_i)^t + \rho \sum_{i=1}^M (\tilde{\mathbf{z}}_k^i)^t \right) \quad (11)$$

$$(\mathbf{z}_k^i)^{t+1} = \frac{\max \left\{ \left\| (\mathbf{x}_k^i)^{t+1} \right\| - \tilde{\lambda}_i, 0 \right\}}{\left\| (\mathbf{x}_k^i)^{t+1} \right\|} (\tilde{\mathbf{x}}_k^i)^{t+1} \quad (12)$$

$$\mathbf{u}_i^{t+1} = \mathbf{u}_i^t + \rho \left[(\mathbf{z}_k^i)^{t+1} - (\mathbf{x}_k^i)^{t+1} \right] \quad (13)$$

得到Cluster_CLSUnSAL算法如下:

1) 求出观测数据矩阵 \mathbf{Y} 在光谱库 \mathbf{A} 上的稀疏编码矩阵 \mathbf{U} ;

2) 利用 \mathbf{U} 作为先验, 根据 $R_x(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{U}\|_F^2 + \lambda \sum_{i=1}^M \|\mathbf{U}_i\|_2$ 计算高光谱数据矩阵中两两像元之间协同稀疏表示误差构成的测度矩阵 $\mathbf{R}_x \in \mathbf{R}^{N \times N}$;

3) 根据测度矩阵 \mathbf{R}_x 找出两两之间协同稀疏表示误差最大的K个点作为K类中心, 记作 $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_K$;

4) 对于待测试的像元 \mathbf{y} , 计算像元 \mathbf{y} 与K个不同类中心之间的协同稀疏表示测度值 $R_x(\mathbf{y}, \mathbf{c}_k)$, $k=1, 2, \dots, K$;

5) 根据式(8)判定像元 \mathbf{y} 所属类;

6) 对具有不同端元的高光谱像元类利用式(14)进行协同稀疏解混, 得到丰度矩阵 \mathbf{X} 。

3 实验结果与讨论

本文采用模拟和真实高光谱数据进行算法的性能测试, 为了衡量稀疏解混的准确性和可靠性, 定义丰度重建误差SRE(signal-to-reconstruction error):

$$\text{SRE} = 10 \lg(E[\|\mathbf{x}\|_2^2] / E[\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|_2^2]) \quad (15)$$

式中, \mathbf{x} 是真实的丰度向量; $\hat{\mathbf{x}}$ 是估计出的丰度向量。实验结果分别给出了本文算法、NCLS^[2]、SUnSAL+^[2]和CLSUnSAL^[4-5]的实验结果。

3.1 模拟数据实验

模拟数据实验采用美国地质勘探局USGS光谱库, 并从中随机选取240种物质(不同矿物质类型), 构成光谱库 \mathbf{A} , $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{224 \times 240}$ 。利用光谱库 \mathbf{A} 构造含有500个像元的数据立方体。模拟数据DC₁、DC₂和DC₃分别包含2、4、6个端元, 丰度矩阵由Dirichlet分布^[11]得到, 它满足非负(ANC)以及和为1(ASC)的约束。模拟数据的前250个和后250个像元分别具有相同的端元。丰度矩阵构成如图2所示。

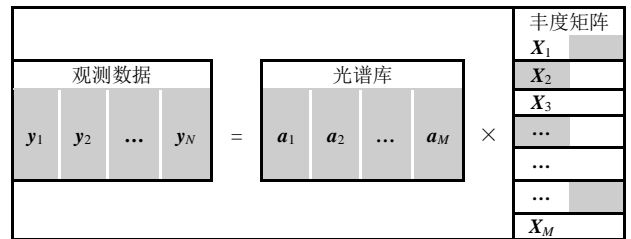


图2 本文方法的参考丰度矩阵效果图 (灰色块表示端元, 白色块表示非端元)

在每组模拟数据中都加入不同噪声来研究算法的抗噪声性能, 同时测试端元个数不同对算法性能的影响。

表1是NCLS、SUnSAL+、CLSUnSAL和Cluster_CLSUnSAL几种算法分别对3组模拟数据进行解混的SRE值。从表中可以看出, 在相同的模拟数据下, SUnSAL+性能始终优于NCLS, CLSUnSAL利用了高光谱数据中的端元集中在低维子空间中的信息, 在SUnSAL+中加入协同编码约束, 使得解混得到丰度的准确性优于SUnSAL+。另外, 分类预处理后再

进行CLSunSAL算法解混,在不同信噪比和不同的端元个数下,解混效果均有明显的提高。同时可以看出在信噪比为40 dB时,SRE值有显著的提高是由于进行像元分类时,精确的分类使得所有像元都具有相同的端元,充分发挥了协同稀疏编码约束的效果;并且可以看到随着噪声增加,端元个数增多,分类的准确性受到影响,使解混的准确性降低。

表1 几种不同算法得到的SRE值

模拟数据	SNR /dB	NCLS	SUnSAL+	CLSunSAL	Cluster_CLSUnSAL
DC ₁ k ₁ =2	20	0.8775	2.798	4.56	5.11
	30	6.689	10.224	11.235	14.595
	40	16.160	17.418	20.72	28.14
DC ₂ k ₁ =4	20	0.051	2.832	2.94	4.80
	30	3.588	5.082	5.51	6.647
	40	9.138 6	10.584	12.51	16.11
DC ₃ k ₁ =6	20	-2.184 8	1.158 5	1.562	2.032
	30	2.0435	3.758	5.136	5.638
	40	3.973	4.590	8.17	9.29

3.2 真实数据实验

采用真实高光谱数据测试本文算法的有效性。真实数据采用AVIRIS标准高光谱图像Cuprite子图,该图像大小为250×191像素,共224谱带。图3为AVIRIS Cuprite子图第30谱带的图像。首先剔除了水吸收和低SNR波段,将剩下的188个波段用于验证算法。光谱库采用美国地质勘探局USGS光谱库A, $A \in R^{224 \times 498}$ 。为了比较,使用CLSunSAL和本文算法对真实数据进行光谱解混。

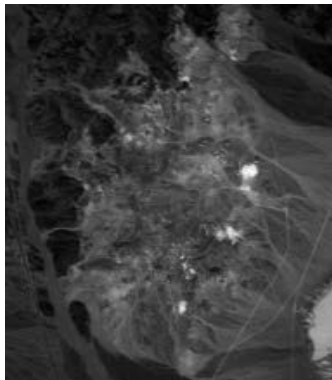
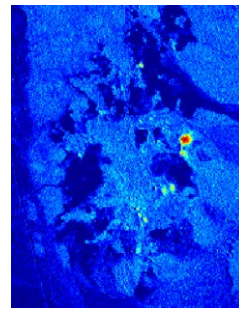
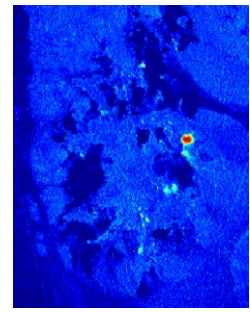


图3 AVIRIS Cuprite子图第30谱带

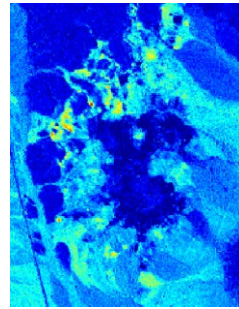
Muscovite和Dumortierite两种不同矿物质对应CLSunSAL和Cluster_CLSUnSA算法的丰度图如图4所示,可以看到两种算法得到的同一矿物质丰度图很相似,与真实的地理分布有很高的吻合度,同时可以看出图4b和图4d中噪声点明显少于图4a和图4c,说明在丰度图中出现的错误丰度值较少,对高光谱数据经过无监督聚类预处理再进行协同稀疏解混,使得到的丰度更贴近于真实丰度。



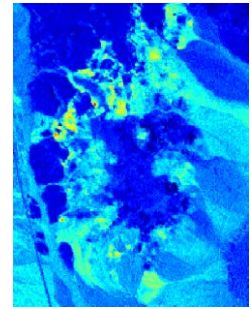
a. Muscovite(CLSUnSAL算法)



b. Muscovite(Cluster_CLSUnSAL算法)



c. Dumortierite(CLSUnSAL算法)



d. Dumortierite(Cluster_CLSUnSAL算法)

图4 不同方法估计两种矿物质的丰度图

4 结束语

本文提出一种距离测度学习算法,该距离测度通过引入多个像元在光谱库上稀疏表示的重构误差和协同稀疏编码约束来构造,能有效区分具有不同端元的像元。利用该距离测度对高光谱数据进行无监督聚类进行协同稀疏解混,这种无监督聚类预处理使得数据对象更加符合协同稀疏解混的数据模型,避免了原协同稀疏解混算法中,高光谱数据不满足约束条件而造成的丰度估计误差。通过模拟和真实数据实验表明,本文算法能够提高丰度估计的准确性和可靠性。

参考文献

- [1] 普晗晔,王斌,张立明.基于单形体几何的高光谱遥感图像解混算法[J].中国科学,2012,42(8):1019-1033.
PU Han-ye, WANG Bin, ZHANG Li-ming. Simplex geometry-based abundance estimation algorithm for hyperspectral unmixing[J]. Scientia Sinica Informationis, 2012, 42(8): 1019-1033.
- [2] IORDACHE M D, BIUCAS-DIAS J M, PLAZA A. Sparse unmixing of hyperspectral data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(6), 2014-2039.
- [3] BIUCAS-DIAS J M, FIGUEIREDO M A T. Alternating direction algorithms for constrained sparse regression: application to hyperspectral unmixing[C]//Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing. Grenoble, France: IEEE Press, 2010: 1-4.

(下转第828页)