

太赫兹波纹圆波导模式变换器的优化设计

兰 峰, 杨梓强, 史宗君

(电子科技大学物理电子学院 成都 610054)

【摘要】提出一种基于复功率守恒技术(CCPT)的广义散射矩阵(GSM)优化方法设计太赫兹波纹圆波导模式变换器。与传统的基于耦合波理论(CWT)的优化方法不同,广义散射矩阵法对模式变换系统进行准确的全波分析,避免了耦合波方程组在计算反向波幅值时的数值计算困难,缩短了计算时间。广义散射矩阵法、耦合波法和HFSS仿真法结果吻合很好,前者耗费时间远小于后两者。该研究为太赫兹源的径向渐变波纹圆波导模式变换器研究提供了一种重要的理论分析手段。

关键词 波纹圆波导; 耦合波理论; 广义散射矩阵; 太赫兹

中图分类号 O44; TM15

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2015.04.011

Optimization Design of Terahertz Corrugated Circular Waveguide Mode Converter

LAN Feng, YANG Zi-qiang, and SHI Zong-jun

(School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

Abstract This paper presents the optimized design of THz ripple-wall mode converters in circular waveguide using generalized scattering matrix (GSM) method based on conservation of complex power technique (CCPT). The GSM method, which is different from the traditional method of solving coupled mode equations, could give full-wave analysis for optimal design of the converter, thereby avoid difficulty in solving backward wave amplitude and shorten calculating time. The numerical result of GSM is in agreement with that of coupled wave theory (CWT) and HFSS simulation result. The elapsed time of the former is much less than the latter two. This work provides important theoretical reference and analytical method for designing ripple-wall mode converters in circular waveguide for millimeter wave and submillimeter wave sources.

Key words corrugated circular waveguide; coupled wave theory; generalized scattering matrix; Terahertz

为了获得低损耗传输的圆波导模式及可以直接发射的天线馈源、高功率太赫兹源,如工作在TE_{0n}模式的回旋管、工作在TM_{0n}模式的虚阴极振荡器、相对论返波管,需要设计TE_{0n}-TE₀₁或TM_{0n}-TM₀₁模式变换器。圆波导模式变换器大都是根据Kovalev^[1-3]提出的周期波导扰动理论进行设计,国内外许多学者基于模式耦合理论研究此类问题^[4-6]。

1 圆波导模式变换器基本原理

圆波导模式变换器的径向扰动几何周期 λ_p 大致由输入与输出模式的未扰动传播常数决定:

$$\lambda_p = (1 + \delta)\lambda_b = (1 + \delta)2\pi / |\beta_n - \beta_m| \quad (1)$$

式中, λ_b 是两相互作用模式的拍波波长; δ 是几何周期因子。

绝大多数的波纹圆波导模式变换器都是通过求解耦合波方程组的边值问题来获得最优化设计参数,即有:

$$\begin{aligned} \frac{dA_{mn'}^+}{dz} &= -\frac{1}{2} \frac{d(\ln \gamma_{mn'})}{dz} A_{mn'}^- - \gamma_{mn'} A_{mn'}^+ + \\ &\sum_{+mn} A_{mn}^+ C_{(mn')(mn)}^+ + \sum_{-mn} A_{mn}^- C_{(mn')(mn)}^- \\ \frac{dA_{mn'}^-}{dz} &= -\frac{1}{2} \frac{d(\ln \gamma_{mn'})}{dz} A_{mn'}^+ + \gamma_{mn'} A_{mn'}^- + \\ &\sum_{+mn} A_{mn}^+ C_{(mn')(mn)}^- + \sum_{-mn} A_{mn}^- C_{(mn')(mn)}^+ \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} A_{mn}^+ |_{z=0} &= [(1, 0), (0, 0), \dots, (0, 0)]^T \\ A_{mn}^- |_{z=L} &= [(0, 0), (0, 0), \dots, (0, 0)]^T \end{aligned} \quad (3)$$

收稿日期: 2013-10-21; 修回日期: 2015-05-13

基金项目: 国家自然科学基金重大项目培育项目(91438118); 中央高校基本科研业务费专项资金(ZYGX2014J037)

作者简介: 兰峰(1977-), 男, 博士, 副教授, 主要从事太赫兹传输功能器件方面的研究。

式中, A_{mn}^+ 和 A_{mn}^- 分别是前向波和反向波的第 mn 个模式的幅值; $C_{(mn)'(mn)}^+$ 和 $C_{(mn)'(mn)}^-$ 分别是前向波和反向波的第 mn 个模式与第 $m'n'$ 个模式的耦合系数; $\gamma_{mn} = \alpha_{mn} + j\beta_{mn}$ 是第 mn 个模式的传播常数, β_{mn} 为波数, α_{mn} 为衰减常数。联立式(2)和式(3)进行数值求解, 得到变换器的正反向波模式幅值。对于 0.215 THz 回旋管 TE₀₃-TE₀₁ 变换器和 0.32 THz 相对论返波管 TM₀₃-TM₀₁ 变换器, 平均半径分别为 5 mm 和 3 mm, 可传输的模式数 n 均为 6, 需要数值求解带有边界条件的耦合波微分方程数为 12。为避免数值计算较大微分方程组边值问题的困难并减少计算时间, 本文采用基于复功率守恒技术的散射矩阵优化法对上述变换器进行设计。复功率守恒技术是一种能对波导突变问题进行全模式分析的可靠方法^[7-8]。利用波导突变处的横向电场模式匹配与复功率守恒, 推导出圆-圆波导接头处的散射矩阵, 再结合阶梯近似与周期级联算法可得到模式变换系统的广义散射矩阵。

2 散射矩阵优化设计方法

采用相位重匹配技术的波纹圆波导模式变换器的半径渐变为^[9]:

$$a(z) = a_0 \frac{[1 - \varepsilon_1 \cos(2\pi z / \lambda_p) - \varepsilon_2 \cos(4\pi z / \lambda_p)]}{1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2} \quad (4)$$

式中, a_0 是平均半径; ε_1 和 ε_2 是半径扰动幅值系数。TE₀₃-TE₀₁ 变换器由 TE₀₃-TE₀₂ 和 TE₀₂-TE₀₁ 两段结构组成, TM₀₃-TM₀₁ 变换器由 TM₀₃-TM₀₂ 和 TM₀₂-TM₀₁ 两段结构组成, 优化后的几何结构如图 1 所示。

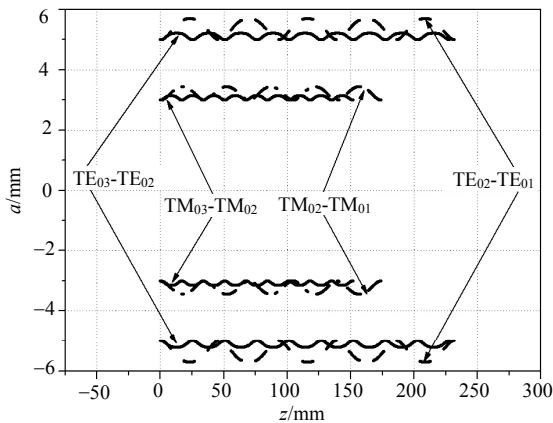


图1 模式变换器的几何结构

为了便于分析, 本文采用特定步长建立变换器的阶梯近似模型。变换器分解为数个高度微小突变的圆波导接头, 如图 2 所示。每个独立接头处的散射矩阵通过复功率守恒技术推导得到, 接头矩阵不断级联得到系统的总散射矩阵, 从而计算出各个传输模

式在变换器任意位置处的传输与反射系数。

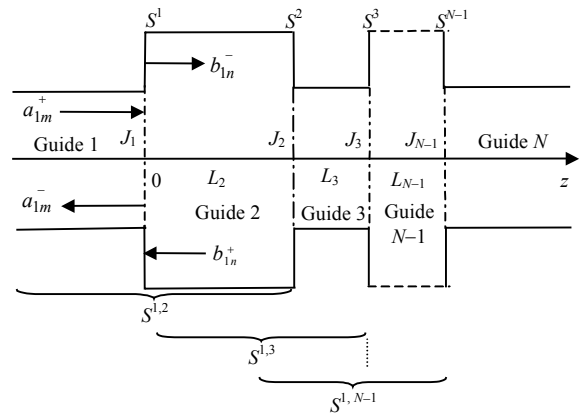


图2 模式变换器阶梯近似模型的散射矩阵级联示意图

基于模式正交性与复功率守恒可以得到电场和磁场的匹配方程^[10]:

$$b_{2n}^- + b_{2n}^+ = [\mathbf{M}_{nm}^1](a_{1m}^+ + a_{1m}^-) \quad (5)$$

$$[\mathbf{M}_{nm}^1]^H [\mathbf{Y}_{2n}](b_{2n}^- - b_{2n}^+) = [\mathbf{Y}_{1m}](a_{1m}^+ - a_{1m}^-) \quad (6)$$

式中, $a_{\pm 1m}$ 和 $b_{\pm 2m}$ 分别是接头 1 处两侧波导 1 和波导 2 的入射与出射模式矩阵; $[\mathbf{M}_{nm}^1]$ 是接头 1 处的 m 阶模式与 n 阶模式的电场模式匹配矩阵; “H” 是 Hermitian 转置。 $[\mathbf{Y}_{1m}]$ 和 $[\mathbf{Y}_{2n}]$ 分别是波导 1 和 2 的波导纳。通过式(5)和式(6)可以得到接头 1 和 2 处的散射矩阵。首先需要推导接头 1 左右两边圆波导的电场模式匹配矩阵 $[\mathbf{M}^1]$ 。根据模式耦合原则, 对于周期性径向扰动 TE _{mn} -TE _{$m'n'$} 和 TM _{mn} -TM _{$m'n'$} 模式变换器: $\Delta m = 0$, $\Delta n = \pm 1$ 。当 $m=0$ 时, $[\mathbf{M}^1]$ 矩阵的可以表示为:

$$\mathbf{M}^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ee} & \mathbf{M}_{eh} \\ \mathbf{M}_{he} & \mathbf{M}_{hh} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{M}_{ee} = \frac{-2k_{2n}^2}{k_{2n}^2 - k_{1m}^2} \frac{J_0\left(\frac{v_{2n}}{a_2} a_1\right)}{v_{2n} J_1(v_{2n})} \quad (8)$$

$$\mathbf{M}_{eh} = 0, \mathbf{M}_{he} = 0 \quad (9)$$

$$\mathbf{M}_{hh} = \frac{2k_{1m}^{\prime 2}}{k_{1m}^{\prime 2} - k_{2n}^{\prime 2}} \frac{a_1}{a_2} \frac{J_1\left(\frac{\mu_{2n}}{a_2} a_1\right)}{J_0(\mu_{2n}) \mu_{1m}} \quad (10)$$

式中, $[\mathbf{M}_{ee}]$ 和 $[\mathbf{M}_{eh}]$ 分别表示接头处 TM-TM 和 TM-TE 的模式匹配矩阵; $[\mathbf{M}_{hh}]$ 和 $[\mathbf{M}_{he}]$ 分别表示接头处 TE-TE 和 TE-TM 的模式匹配矩阵; $K = v/a$ 和 $K' = \mu/a$ 是临界波数; v 是 $J_0(x)$ 的第 m 或第 n 个模式的根; μ 是 $J'_0(x)$ 的第 m 或第 n 个模式的根; a_1 是波导 1 的半径; a_2 是波导 2 的半径, 下标 “ $1m$ ” 和 “ $2n$ ” 分别表示波导 1 和 2 的第 m 和第 n 个模式。接头 1 处的散射矩阵为:

$$\begin{aligned} [\mathbf{S}_{11}^1] &= ([\mathbf{Y}_{L1}] + [\mathbf{Y}_1])^{-1}([\mathbf{Y}_1] - [\mathbf{Y}_{L1}]) \\ [\mathbf{S}_{21}^1] &= [\mathbf{M}^1]([\mathbf{I}] + [\mathbf{S}_{11}^1]) \\ [\mathbf{S}_{12}^1] &= 2([\mathbf{Y}_1] + [\mathbf{Y}_{L1}])^{-1}[\mathbf{M}^1]^{-H}[\mathbf{Y}_2] \\ [\mathbf{S}_{22}^1] &= [\mathbf{M}^1][\mathbf{S}_{12}^1] - \mathbf{I} \end{aligned} \quad (11)$$

式中, $[\mathbf{I}]$ 是单位矩阵; $\mathbf{Y}_{L1} = (\mathbf{M}^1)^H \mathbf{Y}_2 \mathbf{M}^1$; $[\mathbf{Y}_{L1}]$ 为接头 1 网络的输入导纳矩阵。对 N 个波导有 $N-1$ 个突变接头, 每个接头处的散射矩阵 $[\mathbf{S}^1], [\mathbf{S}^2], \dots, [\mathbf{S}^{N-1}]$ 通过相关传输矩阵 \mathbf{L} 联系, 可以得到模式变换器总的散射矩阵。接头 1 和 2 联立得到的级联散射矩阵为^[11]:

$$\begin{aligned} [\mathbf{S}_{11}^{1,2}] &= [\mathbf{S}_{11}^1] + [\mathbf{S}_{12}^1] \mathbf{A} \mathbf{L}_2 [\mathbf{S}_{11}^2] \mathbf{L}_2 [\mathbf{S}_{12}^1] \\ [\mathbf{S}_{12}^{1,2}] &= [\mathbf{S}_{12}^1] \mathbf{A} \mathbf{L}_2 [\mathbf{S}_{12}^2] \\ [\mathbf{S}_{21}^{1,2}] &= [\mathbf{S}_{21}^2] \mathbf{L}_2 \mathbf{B} [\mathbf{S}_{21}^1] \\ [\mathbf{S}_{22}^{1,2}] &= [\mathbf{S}_{22}^2] + [\mathbf{S}_{21}^2] \mathbf{L}_2 \mathbf{B} [\mathbf{S}_{22}^1] \mathbf{L}_2 [\mathbf{S}_{21}^2] \end{aligned} \quad (12)$$

式中, \mathbf{L}_2 是波导 2 的传输矩阵; $\exp(-j\beta_2 \Delta l)$ 是矩阵对角元素; β_2 是波导 2 的模式传播常数; Δl 是单个阶梯长度; $\mathbf{A} = (\mathbf{I} - \mathbf{L}_2 \mathbf{S}_{11}^2 \mathbf{L}_2 \mathbf{S}_{11}^1)^{-1}$; $\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}^1 \mathbf{L}_2 \mathbf{S}_{22}^2 \mathbf{L}_2)^{-1}$ 。模式变换器入射模式为 TE_{03} 或 TM_{03} , 相对入射模式归一化的波导反向波和传输模式功率分别为:

$$P_{1,m}^R = |\mathbf{S}_{11}^1|^2 \frac{\mathbf{Y}_{1,m}^*}{\mathbf{Y}_{1,03}^*} \quad (13)$$

$$P_{N,n}^T = |\mathbf{S}_{N1}^1|^2 \frac{\mathbf{Y}_{N,n}^*}{\mathbf{Y}_{1,03}^*} \quad (14)$$

式中, 上标 R 和 T 分别代表反向波和前向波; * 表示复共轭变化。

基于复功率守恒原理可得:

$$R_e \left[\sum_m P_{1,m}^R + \sum_n P_{N,n}^T \right] = 1 \quad (15)$$

3 数值计算与模拟结果

综合考虑计算速度和精度, 根据径向微扰变化量设定单个阶梯长度 Δl 随径向曲线梯度函数的变化值。 $f_c = 0.215 \text{ THz}$, $a_0 = 5 \text{ mm}$, TE_{03} - TE_{02} 变换时, 阶梯长度和模式数对收敛精度与计算时间的影响如图 3 所示。图 3a 为阶梯长度与收敛精度和计算时间的关系, 当 $\lambda/\Delta l \leq 3$ 时模式传输系数不收敛; $\lambda/\Delta l = 4 \sim 7$ 时模式传输系数收敛, 且处于一个稳定的区间 (0.995 80~0.995 81); $\lambda/\Delta l \geq 8$ 时由于阶梯数增多导致累积误差增大, 模式传输系数出现逐渐减小的趋势。功率守恒精度保持在 $1\text{E}-15$ 量级, 计算时间随阶梯长度的减小呈线性增长的趋势。综合考虑收敛精度和计算时间, 确定阶梯长度为 $\lambda/4$ 。另一个影响收敛精度和计算时间的重要因素是模式数的选择, 如图 3b 所示。太赫兹波纹圆波导周期性的径向微扰

带来很小的形变, 即 $a_2/a_1 \approx 1$, 在每个接头处都只会发生少量的模式变换, 因此可选择每个波导段的模式数相等, 模式数大于或等于可传播模式数。当 $n \leq 5$ 时, 由于忽略了部分可传输模式的影响, 模式传输系数误差较大。当 $n \geq 6$ 时, 模式传输系数保持在 $0.995\ 80 \pm 0.000\ 01$ 范围内。随着模式数的变大, 系统散射矩阵运算量增大, 计算时间线性增加, 同时引入的收敛误差导致功率守恒精度呈下降趋势。当 $n \leq 6$ 时, 功率守恒精度达到 10^{-15} ; 当 $n \geq 6$ 时, 功率守恒精度为 10^{-6} 。根据上述分析, 选择阶梯长度为 $\lambda/4$ 、模式数为 6 时可很好地兼顾计算精度和时间。

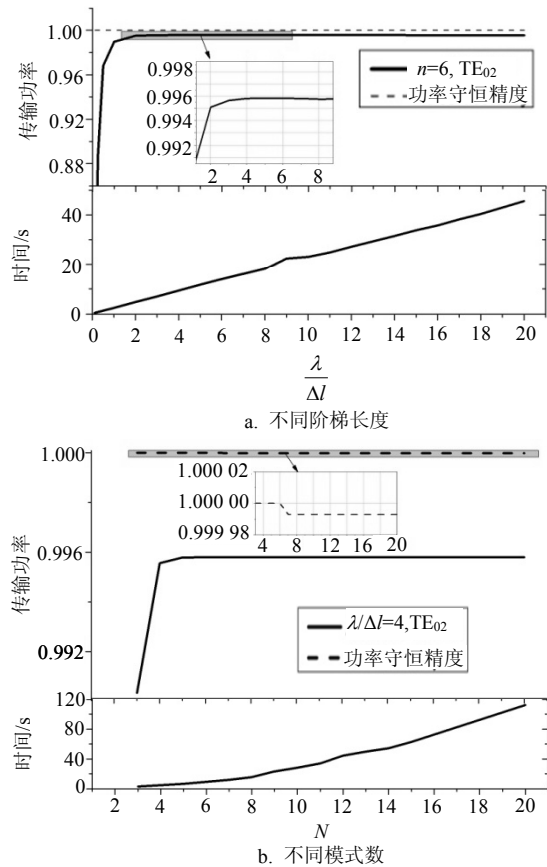


图3 阶梯长度与模式数对收敛精度和计算时间的影响

要得到最大模式转换效率, 需要对变换器的周期因子、几何波长、周期数和半径扰动幅值系数等进行优化。与毫米波源器件相比, 太赫兹源器件输出波导高度过模, 要得到很高的模式变换效率, 变换器电长度更长, 形变比例系数更小。根据太赫兹波纹模式变换器的特点, 参考毫米波段变换器参数, 对几何周期因子和半径扰动幅值系数设定变量边界约束, 以目标模式输出功率最大化为目标函数, 采用Nelder-Mead型简单搜寻法进行数值优化。

表1给出了优化模型参数及分别利用Matlab自编的散射矩阵计算程序、打靶法求解耦合波方程组

程序和商业电磁软件HFSS对变换器的计算结果, $f_c=0.215$ THz, $a_0=5$ mm; $f_c=320$ GHz, $a_0=3$ mm, 3种方法结果基本一致。对于TE03-TE02、TE02-TE01、TM03-TM02和TM02-TM01变换器, 3种方法计算的基本单位数比较为: 散射矩阵法计算的波导接头数分别为654、666、648和743; 耦合波法计算的微分方程组的轴向点数分别为4 993、5 073、3 289和3 773; HFSS仿真法计算的有限元网格数分别为434 007、464 958、462 186和533 143。计算时间排序为散射矩阵法最短, 耦合波法其次, HFSS仿真法最长。

表1 TE₀₃-TE₀₁ & TM₀₃-TM₀₁变换器优化结果

参数	TE ₀₃ -TE ₀₂	TE ₀₂ -TE ₀₁	TM ₀₃ -TM ₀₂	TM ₀₂ -TM ₀₁
λ_b /mm	24.03	39.67	15.92	30.02
λ_p /mm	25.34	46.40	16.86	34.83
周期数	9	5	9	5
长度/mm	228.03	231.98	151.70	174.13
ϵ_1/ϵ_2	0.021 5/ 0.003 9	0.065 0/ 0.009 2	0.023 6/ 0.004 6	0.068 4/ 0.005 1
δ	0.054 6	0.169 5	0.058 8	0.159 9
95%带宽/GHz	4.3	8.4	6.6	12.9
转换效率/%	99.58 (GSM)	99.72 (GSM)	99.53 (GSM)	99.75 (GSM)
	99.56 (CWT)	99.87 (CWT)	99.43 (CWT)	99.79 (CWT)
	99.61 (HFSS)	99.80 (HFSS)	99.43 (HFSS)	99.77 (HFSS)
功率守恒精度	1×10^{-15}	1×10^{-14}	1×10^{-15}	1×10^{-15}
接头数量	654	666	648	743
	9.41 (CCPT)	9.53 (CCPT)	9.14 (CCPT)	10.14 (CCPT)
计算时间/s	200.45 (CWT)	213.42 (CWT)	150.65 (CWT)	183.10 (CWT)
	4 825 (HFSS)	5 013 (HFSS)	6 545 (HFSS)	7 594 (HFSS)

图4是TE₀₃-TE₀₁变换器的轴向模式变换情况, 插图是TE_{0n}模反射功率的轴向分布。两段变换器分别得到的TE₀₂和TE₀₁模式占比为99.58%和99.71%。末端寄生模式功率占比分别为0.42%和0.28%。反射波功率占比很小, 两段分别为 $1.39 \times 10^{-6}\%$ 和 $3.63 \times 10^{-7}\%$ 。

图5是TM₀₃-TM₀₁变换器的轴向模式变换情况, 插图是TM_{0n}模反射功率的轴向分布。两段变换器后得到的TM₀₂和TM₀₁模式占比分别为99.53%和99.75%。寄生模式功率占比分别为0.47%和0.25%。反射波功率占比很小, 两段分别为 $1.22 \times 10^{-6}\%$ 和

$3.46 \times 10^{-6}\%$ 。

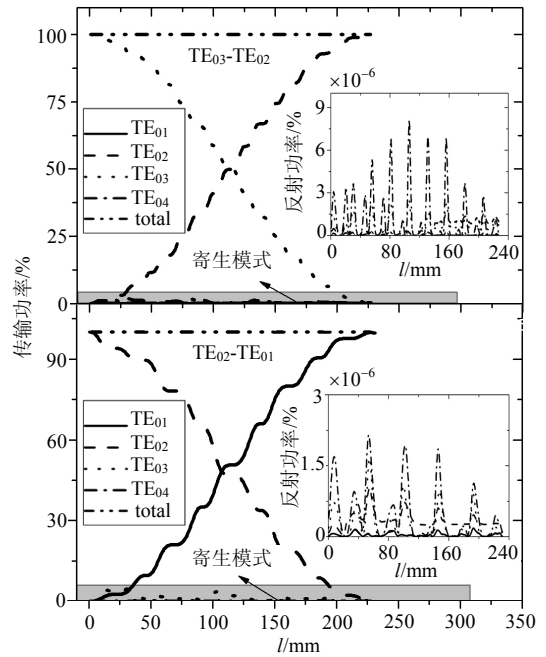


图4 TE₀₃-TE₀₁变换器功率轴向分布

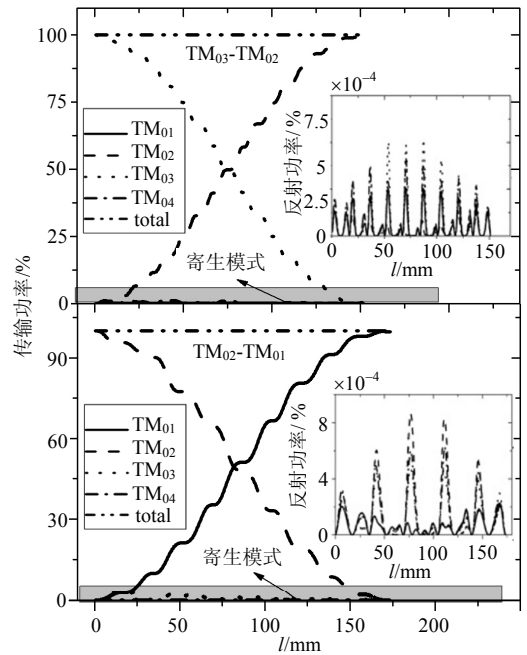


图5 TM₀₃-TM₀₁变换器功率轴向分布

本文研究了太赫兹波纹圆波导模式变换器, 目标模式转换效率的影响主要来自寄生模式, 努力消除寄生模可以有效提高模式转换效率。在需要计算模式变换器反向波模式幅值时, 采用广义散射矩阵优化法、耦合波法和 HFSS 仿真法的结果基本一致, 但前者的计算速度更快, 耗费的时间更短。

4 结论

本文提出采用广义散射矩阵技术结合Nelder-

Mead优化算法对太赫兹波纹圆波导模式变换器进行优化设计。分析表明基于电场匹配和复功率守恒的散射矩阵法,可以对圆波导径向扰动模式变换进行准确的全波分析。对于太赫兹波纹波导高过模结构,散射矩阵法的计算结果与HFSS仿真结果和耦合波法计算结果吻合很好,计算时间小于后两种方法。

参 考 文 献

- [1] THUMM M. High-power millimetre-wave mode converters in overmoded circular waveguides using periodic wall perturbations[J]. *International Journal of Electronics*, 1984, 57(6): 1225-1246.
- [2] KOVALEV N F, ORLOVA I M, PETELIN M I. Wave transformation in a multimode waveguide with corrugated walls [J]. *Radio Physics Quantum Electronics*, 1968, 11(1): 783-786.
- [3] BUCKLEY M J, STEIN D A, VERNON R J. A single-period TE_{02} - TE_{01} mode converter in a highly overmoded circular waveguide[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1991, 39(8): 1301-1306.
- [4] LEVINE J S. Rippled wall mode converters for circular waveguide[J]. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 1984, 5(7): 937-952.
- [5] LAWSON W, ESTEBAN M, RAGHUNATHAN H, et al. Bandwidth studies of TE_{0n} - $TE_{0(n+1)}$ ripple-wall mode converters in circular waveguide[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2005, 53(1): 372-379.
- [6] 兰峰, 杨梓强, 史宗君. 非均匀扰动结构 TE_{0n} 模式变换器[J]. *物理学报*, 2012, 61(15): 155201.
- [7] LAN Feng, YANG Zi-qiang, SHI Zong-jun. Study on TE_{0n} nonuniform ripple-wall mode converters in circular waveguide[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(15): 155201.
- [8] MACPHIE R H, RIES C R. Input impedance of a coaxial line probe feeding a circular waveguide in the TM_{01} mode [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1990, 38(3): 334-337.
- [9] NIU X J, LI H F, YU S, et al. Study on high power circular waveguide TE_{0n} - TE_{11} mode conversion[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2002, 14(6): 911-914.
- [10] WADE J D, MACPHIE R H. Conservation of complex power technique for waveguide junctions with finite wall conductivity[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1990, 38(4): 373-378.
- [11] OMAR A S, SCHUNEMANN K. Transmission matrix representation of finline discontinuities[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1985, 33(9): 765-770.

编辑 黄 莘