

· 复杂性科学 ·

时效网络结构及动力学研究进展综述

楼凤丹^{1,2}, 周银座¹, 庄晓丹², 张新荣²

(1. 杭州师范大学阿里巴巴复杂科学研究中心 杭州 311121; 2. 国网浙江省电力公司信息通信分公司 杭州 310007)

【摘要】在时效网络中连边激活的时效特征能够显著影响相同时间尺度下网络系统的动力学行为,是当前网络研究的热点课题之一。该文从时效网络的建模方法、时效网络的结构特性及相关统计力学、时效网络中的传播动力学、时效网络与人类行为结合的统计特性及目前常用的处理时效网络的理论方法等多方面对时效网络的研究进展进行综述,并对目前的国内外研究现状进行分析,提出了时效网络面临的几个关键科学问题,展望了该领域未来的研究方向。

关键词 重要节点; 网络建模; 网络结构; 传播动力学; 时效网络

中图分类号 N94 **文献标志码** A **doi**:10.3969/j.issn.1001-0548.2017.01.017

Review on the Research Progress of the Structure and Dynamics of Temporal Networks

LOU Feng-dan^{1,2}, ZHOU Yin-zuo¹, ZHUANG Xiao-dan², and ZHANG Xin-rong²

(1. Alibaba Research Center for Complexity Sciences, Hangzhou Normal University Hangzhou 311121;

2. State Grid Zhejiang Electric Power Company Information & Telecommunication Branch Hangzhou 310007)

Abstract In temporal networks, the temporal structure of edge activations can remarkably affect dynamics of systems interacting through the network at the same time scale, which is one of hot research topics in complex networks. The research progress is reviewed in this paper, covering the temporal network modeling, temporal network structure and related statistical mechanics, temporal network propagation dynamics, the combination statistical characteristics of temporal network and human behaviors, as well as some theoretical analysis methods of dealing with temporal networks. In addition, some significant scientific problems are put forward by analyzing the current research situation at home and abroad. Finally, the future research direction and development trend of this field are prospected.

Key words key nodes; network modeling; network structure; propagation dynamics; temporal networks

复杂网络的研究已经持续了很多年,在网络研究的最初阶段,数据的获得相对困难,对网络的研究多数是抽象为静态网络来进行的。基于静态网络,研究者也开始考虑另一个维度——时间。时间是物质运动、变化的持续性、顺序性的表现,具有不可逆性。近些年随着数据获取越来越便利,获取带有时间属性标签的网络数据也变得容易,这使得人们对复杂网络的研究从拓扑结构固定的静态网络向带有时间标签的网络过渡,对复杂网络“实体”的关注也逐渐转移到“关系的建立”及“事物的发展”等时间不可逆的过程上。不同于静态拓扑结构的网络,加入时间维度的网络中的连边随着时间会间断

性地出现和消失,这样的网络被称为时效网络(temporal networks)^[1-6]。

2012年,文献[1]强调,现实世界里各种被复杂网络表征的物理、技术、社会和经济系统都是随时间动态变化的。由于之前的静态网络研究忽略了网络的时间属性,因此在研究时高估了节点间的有效连接,却低估了网络的最短路径。同时很多网络事件的发生具有非连续性、多次性等特点,静态网络不能很好地刻画网络事件的这些特点,造成研究结果的真实性存在偏差,进而影响传播预测、社团划分的准确性。引入时间维度后,最直接的变化在于网络连接拓扑结构决定的节点之间的相互作用被改

收稿日期: 2016-06-21; 修回日期: 2016-10-02

基金项目: 国家自然科学基金(61503110); 浙江省自然科学基金(LQ16F030006); 浙江省教育厅一般科技项目(Y201431653); 国网浙江省电力公司科技项目(5211XT14009G)

作者简介: 楼凤丹(1963-),女,高级工程师,主要从事复杂网络及复杂系统动力学等方面的研究。

变,从而导致以传播动力学为代表的复杂网络动力学过程的基础需要被重新审视。具体说来,由于时效网络引入了时间标签,网络中节点之间的(有效)连边与不考虑时效属性的静态网络相比,增加了不同连边的先后排序、连边的持续时间、个体的接触频率等新特征,导致信息在节点间的传递由静态拓扑决定延伸到由时效-拓扑共同决定的层面,因此,时效网络能够反映出静态网络所不具备的性质,如因果性、阵发性等^[7]。

时效网络数据获得的渠道很多。在过去的几十年中,人们花费大量时间,利用现代信息技术,诸如因特网、万维网和移动通讯网进行交流沟通、工作和娱乐。这个虚拟世界中,存在着大量的人类(实时)交互行为的电子记录,包括电子邮件、手机通话和短消息等,为时效复杂网络的研究提供了丰富的数据资源^[8-10]。此外,通过蓝牙、无线射频、无线感应和Wi-Fi等信息技术获得的人类线下交互时效网络也为成功分析人类线下交互行为规律提供了丰富的数据^[11-14]。随着高分辨率数据的出现,从各种复杂系统中获得的交互行为的时间戳或时间序列,为

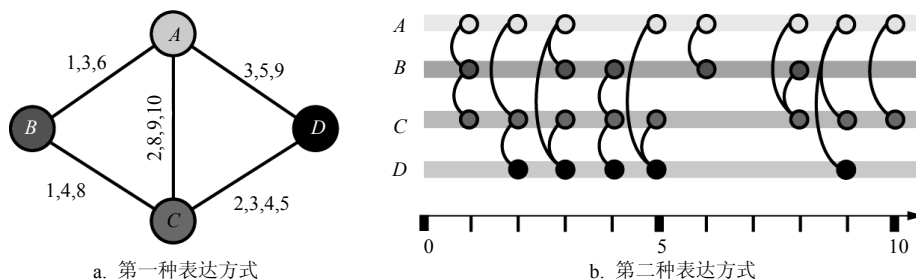


图1 时效网络两种不同的表示方法

考虑到连边激活的时间序列,时效网络的传递性与静态网络存在本质区别。在静态网络中,如果节点 A 直接与节点 B 相连,且 B 直接与 C 相连,那么 A 一定可以通过 B 与 C 间接相连;而在时效网络中,如果节点 A 与节点 B 之间的连边只在节点 B 与节点 C 之间有连边之后才会活跃,那么节点 A 与节点 C 是不连通的,即从节点 A 经过节点 B 到节点 C 不会发生任何传播行为。由于连边的激活时效及其关联性,经典的静态网络分析方法不能简单地类比到时效网络中。文献^[7]指出从静态或时间累积的角度来研究具有时效属性这个新维度的系统具有局限性。因此,目前对于时效网络的研究主要包括网络的建模^[16-19]、统计特性的分析^[20-23]以及此类网络上的传播动力学和相关的人类行为分析^[24-29]。值得一提的是,在过去几年间,复旦大学的李翔老师小组

研究时效网络的动态演化过程对网络性质的影响提供了条件,为分析人类交互行为特征和提出人类行为动力学的恰当模型提供了巨大的机遇,例如,已有研究成功表征了人类交互行为中的非泊松动力学特征^[15]。因此,研究时效网络自身变化的规律及对传播动力学过程的作用机制是亟待重视的科学问题。深入分析时效网络的时效拓扑特性与传播动力学的关系成为理解掌握现实世界中各种各样传播过程的理论基础,是设计合理有效干预控制手段的必要前提,这对整个社会安全、有效的运转有着重要的现实意义。

1 时效网络的描述

在时效网络中,网络的连边随着时间会间断性的出现和消失。将此类网络抽象成最简单的两种表达形式,如图1所示。在第一种表达方式中,连边上的数字代表所连接的两个节点之间发生联系的时刻;第二种表达方式更加直观,通过时间轴表示了每一个时刻节点之间发生的联系。此图结合了后续图5的线图和图6a的接触序列图这两种典型的描述方式,以便更简洁明晰地展示时效网络。

对时效复杂网络进行了全面的研究,他们通过分析基于校园Wi-Fi系统所采集的带有时间标签的无线用户Wi-Fi接入记录,分析了校园网络环境中人类交互行为的动力学特征^[23-25,30-32]。同时,利用时效网络的诸多工具,分析了交互行为中的同时性^[23]、节点层面的时效可达性^[24]、时效重要性^[23,25]、中观层面的时效交互顺序^[30]及时效交互行为中的聚类系数特征^[31],并在文献^[32]中进行综述。

此篇综述旨从时效网络的建模、结构特性及相关统计特性分析、传播动力学及人类行为分析等几个方面进行较为系统的概述。并在论文最后指出了时效网络研究的热点及目前存在的问题。

2 时效网络的建模方法

对时效网络的建模有多种方法。为了更加准确

地刻画时效网络, 研究者不断地提出各种模型来表征时效网络。在研究早期, 有研究者用权重来表示每条边上发生联系(或接触)的总次数, 这种方法强调了节点之间联系(或接触)的重要性, 但没有考虑节点之间产生联系(或接触)的时间。最初, 文献[33]用 Time-Varying Graphs 框架来研究时效网络(见图2), 在该模型中, 每条边代表了不同的物理含义, 例如如图2a, 这是个有向网, λ 代表了在不同的时间域内两个节点之间不同的出行方式, 例如公交、私家车、飞机、船; 图2b是历史移动节点之间无向的通讯连接, λ 代表两个节点之间不同的通讯方式, 例如 Wi-Fi、卫星。文献[34]先将时效网络划分出社团结

构, 观察窗口划分成一个个前后衔接的时间片段, 在每个时间片段内将网络抽象成静态网络(见图3)。不同色带的深度代表了社团的大小。这是一种比较粗略的方法, 因为当时间片段取得比较大的时候可能会发生在一个窗口中所显示的某条边上其两端的节点可能产生了多次连接的情况, 而这种情况却无法得到分辨。因此文献[35]提出了改进方法, 规定在切分网络时, 每个时间片段要足够的小以至于每条边上最多只有一个连接的事件发生, 同时每一个时间片段内的网络结构仍视为一个静态网络(见图4), A 、 C 节点的作用时间域为 $[1,1]$, A 、 D 节点的作用时间域为 $[2,2]$, B 、 D 节点的作用时间域为 $[2,3]$, C 、 D 节点的作用时间域为 $[3,3]$ 。

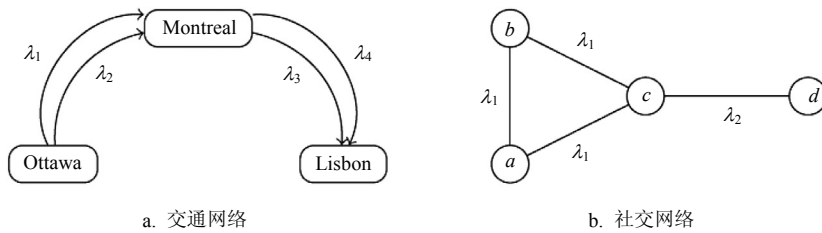


图2 Time-Varying Graphs示意图^[33]

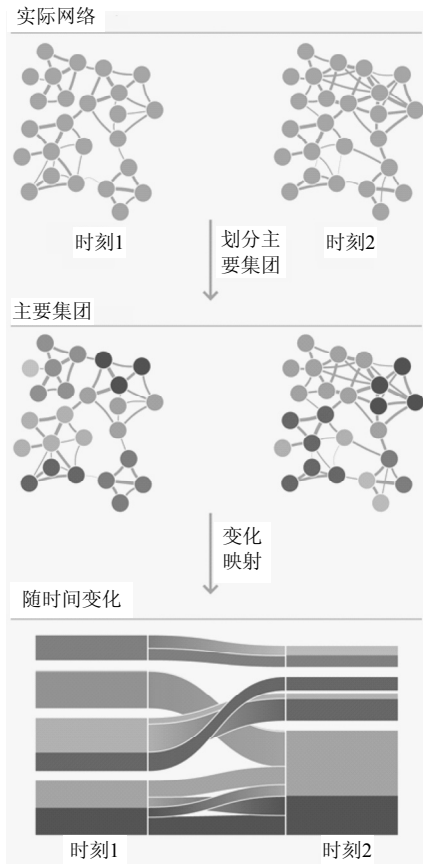


图3 社团大小随时间的演化图^[34]

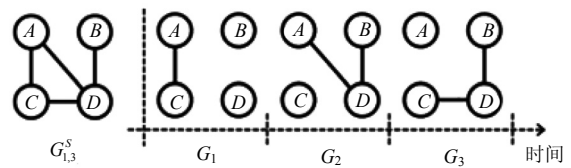


图4 左图为聚合网络, 右图为随时间的演化图^[35]

也有不少学者将网络切分成许多小网络, 然后将每个小网络抽象成时效图进行研究^[36-38]。但如何切分网络是个困难的问题, 所切分出的网络是作为静态网络还是时效网络也是一个难题, 而且并不是所有的网络都适合进行切分处理的。因此另一方面, 文献[1]提到有研究者利用线图对时效网络建模, 将时效网络划分成时间片的静态网络, 然后以线图为对象进行研究(见图5)。也有研究者利用活跃时间序列图来表征时效网络^[1]。在此方法中连边上标注的是这条边的活跃时间标签(见图6a, 称之为接触序列图, 线上的黑色标注代表边相连节点接触的时刻, 也就是活跃边发生的时刻)。该方法忽略了每次接触的持续时间(只有当活跃边的持续时间标签是连续才能体现持续时间), 时效网络中一些特殊的节点信息有可能会被遗漏。因此, 在有高分辨率数据的情况下, 持续时间序列图也经常用来表征时效网络, 图6b为接触间隔图, 图中连边上的黑色标注体现了

节点间接触的时间长度特征，包括建立连接和断开连接的时间以及作用持续的时间跨度。文献[39]采用多层网络(multilayer)模型来描述时效网络，该模型假设连边关系仅在某一时刻存在且会随时间流逝，因此忽略层内连边关系，用层间连边反映出个体间的交互关系(见图7)。文献[8]提出了能够反映交互等待时长的阵发性的人类空间偏好移动和随机交互模型，该模型将个体随时间的移动融合到了人类时效交互网络的研究中。此外，还有研究者通过可达图来研究时效网络^[1]，而文献[40]将整个时效网络直接

作为一个整体进行建模，从而较好的保持了网络整体的时效特性。连接频率图是另外一种常用的时效网络连边刻画方式，连边的标注体现了个体间交互的频率^[7]，某时间窗内的连接频率图可以用来研究时效网络的时效拓扑特性，如节点中心性等^[41]。文献[7]提出了二阶的时间积累时效网络模型，这种模型的节点代表了时效网络中的连边关系，目的是将具有非马尔可夫性的连边的关系转化为具有马尔可夫性的二阶时效网络模型。此方法是处理时效网络最常见的方法之一，本文将在第6章详细介绍。

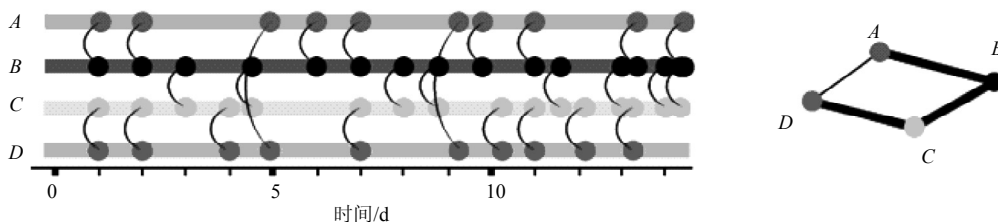


图5 A、B、C、D四个节点随时间接触的序列线图聚合为右侧的静态权重网^[1]

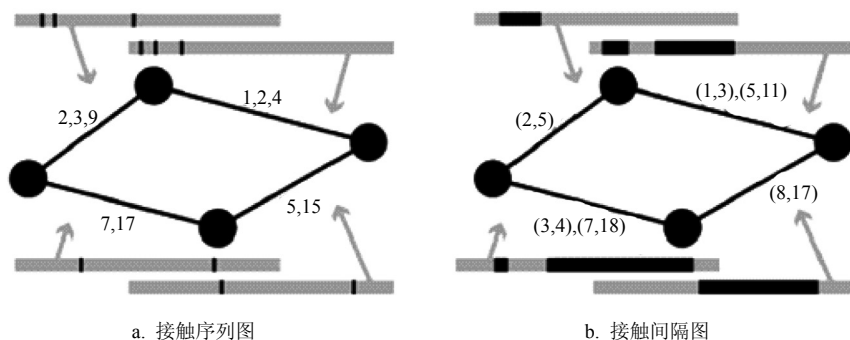


图6 两类基本的时效网络表达模型^[1]

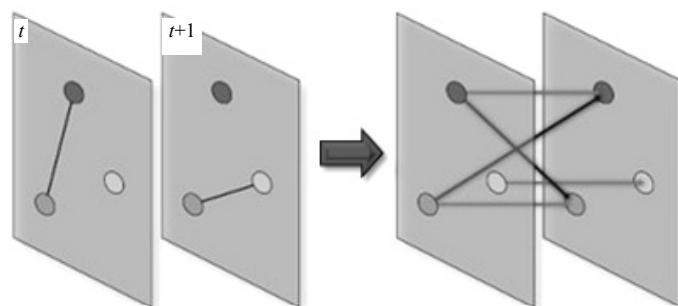


图7 用多层网络模型描述时效过程^[39]

3 时效网络结构特性及相关统计力学

关于时效网络的研究层出不穷，其中一些结果进一步拓展和加深了对时效结构特性参量及相关统计力学的理解。本文主要从以下两方面介绍时效网络的相关研究进展：1) 时效网络的时效模体和社团结构的研究^[7,26,42]；2) 时效网络重要节点挖掘及各

类指标研究^[1,35,43-44]。

3.1 时效模体及社团结构研究

近几年来，大量的研究集中于时效网络的中尺度特性上，包括网络的时效模体^[45]和社团结构^[26]。在时效模体方面，文献[27]引入了流模体的概念来量化模体(见图8)，以此区别此概念在静态网络和时效网络中的差异，并发现在电子邮件网络和面对面接

触网络中, 个体接触的规则性和持续性导致了两种表示框架下流模体的不同。图8中有10个三联图(序号1~10)和16个三角形(序号11~26), 深色连边对应于高流量和浅色连边对应于低流量。文献[28]分析了大量移动电话通话数据中与性别和年龄相关的时效模体, 通过跟参考零模型比较后发现时效同质性的存在: 相似用户更倾向于出现在时效通讯模式中。文献[29]提出了一种混合马尔科夫链的方法检测随机时效网络中的模体结构, 此方法相比于确定性检测方法具有更好的鲁棒性。

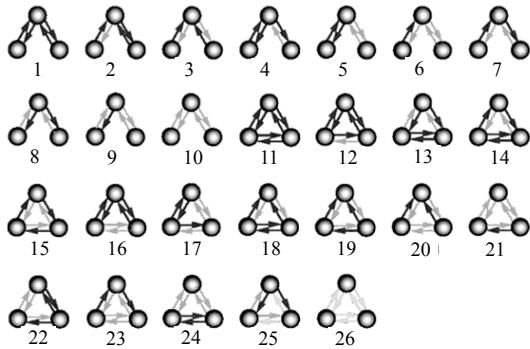


图8 26种类型的连接三节点图, 即具有3个顶点的子图^[27]

社团结构是复杂网络的一个基本拓扑特性, 影响网络中的信息传播, 对网络中的动力学过程有着重要的意义。社团结构的检测在静态网络中已经有了大量的研究, 其中包括谱平分检测法^[46-47]、模块度检测法^[48-49]和多片网络检测法^[50]等。谱平分检测法主要采用拉普拉斯矩阵的最小非零特征值所对应的特征向量的元素的正负作为评判标准。文献[48]提出的模块度检测法是每步寻找使模块度增大最大的节点, 进而得到具有最大模块度的社团分隔方法。模块度的方法也被推广到3个社团划分^[49]。多片网络检测其实是模块度检测法的另一种推广^[50]。然而, 时效网络的社团结构划分研究却相对较少。文献[20]通过优化时效网络在多层表示框架下的模块化函数评估了已有社团检测算法的鲁棒性。文献[22]提出了社团活力的概念, 表示社团结构在一个时间层内的生命强度, 并可以用于描述社团结构的时间演化过程。文献[26]指出如果将时效网络用多片网络表征(见图9, 实线代表层内的连接, 虚线代表层间的连接), 就可以采用多片网络社团检测法进行社团划分, 然而该论文中提出的多片网络社团检测法仅适用于网络片之间只有相同节点有连边的情况。文献[42]提出了利用时效网络随时间的改变量(例如连边或节点的增加或减少)和上一时刻的社团结构来判断下一时刻的社团划分方法。文献[51]提出一种基于

一致性聚类的社团检测算法, 不仅可以很好地发现静态网络中的社团结构, 也能用于检测时效网络中的社团结构及其演化过程。文献[52]运用了非负张量分解的方法来提取时效网络中的社团结构进而追踪其时效活动模式, 发现学校内的时效活动具有极强的相关性。

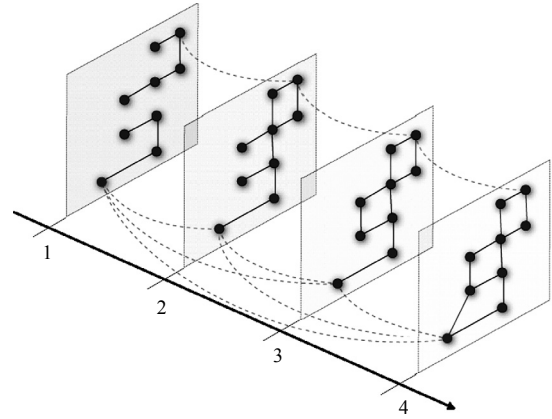


图9 多层网络示意图^[26]

尽管如此, 中尺度层次上的时效网络的模体和社团结构的检测还处于探索阶段, 许多问题仍困扰着研究学者, 例如模体和社团的快速检测算法和结构特征分类等。

3.2 时效网络重要节点挖掘及各类指标研究

复杂网络中的重要节点是指相比网络其他节点而言, 能够在更大程度上影响网络的结构与功能的一些特殊节点。科学家研究时效网络的结构特征, 提出各类指标的一个主要应用就是挖掘网络中的重要节点。挖掘网络中重要节点的研究受到越来越多的关注, 不仅因为其重大的理论研究意义, 更因为其广泛的实际应用价值。在得到网络的重要节点相关信息后, 可以更加准确地预测和控制网络上的动力学过程^[53], 例如流行病传播中哪些节点最具有传播力; 在流行病疫苗中如何考虑接种重点人群^[54-55]; 在社会传播网络中怎样通过关键人物控制谣言的扩散^[56]; 在对一个无标度网络的蓄意攻击中, 少量重要节点被攻击就会导致整个网络瓦解^[57]; 在商业市场中如何制定宣传策略、开拓市场; 在工程中哪些节点需要优先控制等。同时已有许多通过分析网络中重要节点而取得成功的例子, 如2012年美国大学生数学建模竞赛中, 利用犯罪克星建立模型寻找出犯罪头目; google搜索引擎利用Pagerank算法给每个网页打分, 将网页按重要性进行排序等。由于应用领域极广, 且不同类型的网络中节点的重要性评价方法各有侧重, 研究者从不同的实际问题出发设计出各种各样的方法包括社交网络分析、交通网络搜

索、复杂网络分析等。

节点重要性评价的方法有很多种,不同的评价方法的侧重点各有不同,这些方法都是从不同的实际问题出发所设计得到的^[58-60]。静态网络中已有大量参量被用来描述网络的拓扑特性,例如考虑连边关系的度参量和聚类参量;考虑节点间距离的最小路径参量、介数中心性参量和接近度中心性参量;考虑图谱特性的邻接矩阵主特征向量和拉普拉斯向量等。文献[61]从基于节点近邻的排序方法,基于路径的排序方法,基于特征向量的排序方法,基于节点移除和收缩的排序方法4个方面对静态网络中常用的30多种排序指标的计算思路、应用场景和优缺点进行了系统地比较、归纳与总结^[61]。在此不再赘述。

尽管对于节点重要性排序的研究在静态网络上已经取得一定进展,但时效网络中,由于时间维度的引入,节点中心性参量的定义及排序需要重新审视和改进。经过近几年的广泛研究,人们已经发展出一套时效结构测度^[1,6,45],如时效路径、可达性、连通性、平均等待时间、网络效率、最小生成树、邻近中心性、介数中心性和边持续模式等。时效网络有其独特的特征,对其统计特性的研究主要分为两大类。一类是在整个观察窗口内将网络作为一个整体进行研究。文献[1]将网络作为一个整体,提出了时效网络中平均时效距离等概念,并在此基础上定义了时效网络节点的接近中心度;另一类是将网络先进行切片,然后分别研究每个小网络内部的统计特性,然后再根据每个切片的特性归纳出整个网络的统计特性。文献[36-38]则是将网络进行切片,提出了在切片研究中网络的最短时效路径、接近中心性、介数中心性、聚类系数等各类统计特性,并提出了节点重要性预测以及网络切片方法等。

目前时效网络特征向量中心性的研究主要采用的方法是在初始时刻给每个节点分一个值为1的中性量值,然后在每次连接建立的时候,参加交互的个体按一定比例共享中心性量值,最后进行归一化处理^[1,61]。此方法存在的问题是这个比例值反映了最近一次有效连接对中心性量值影响的程度,是需要额外数据支持或者随机设定的。另外,某些节点在很长一段时间内没有和其他节点建立连接,会使这些节点的中心性量值远大于或远小于其他节点。文献[43]提出为使中心性量值随时间更加均匀分布,可以在每一步都进行中心性量值的归一化处理。文献[35]证明经常移动的节点很难定义它们的各种特点,但可以定义节点的中心度(temporal degree),节点的

时效中心度和它引起的传播比例、或者移除它以外其他节点引起的传播比例成正比。节点时效中心度可以定位一个时间窗内的有效连边的个数,且随时间的推演不断变化,节点 $v \in V$ 的时效中心度的表达式如下:

$$D_{i,j}(v) = \frac{\sum_{t=i}^j D_t(v)}{(|V|-1)(j-i)}$$

式中, $D_t(v)$ 为聚合网络 G_t 在时间段 $[i,j]$ 的度。同时文献[35]提出了时效接近中心度参量(temporal closeness):

$$C_{i,j}(v) = \sum_{i \leq t < j} \sum_{u \in V \setminus v} \frac{1}{A_{t,j}(v,u)}$$

式中, $A_{t,j}(v,u)$ 为节点 v 到节点 u 在时间段 $[t,j]$ 的最短时效路径,如果节点 v 到节点 u 在时间段 $[t,j]$ 之间不存在的最短时效路径,则定义 $A_{t,j}(v,u)$ 为 ∞ 。

此后,文献[40]对时效网络中的接近中心度做了研究,发现具有较高中心度的节点离其他节点越近,越是在信息传播中不依赖于其他节点。除此之外,文献[35]还提出了时效的介数中心度参量(temporal betweenness):

$$B_{i,j}(v) = \sum_{i \leq t < j} \sum_{\substack{s \neq v \neq d \in V \\ \sigma_{t,j}(s,d) > 0}} \frac{\sigma_{t,j}(s,d,v)}{\sigma_{t,j}(s,d)}$$

式中,定义 $S_{x,y}(u,v)$ 为在时间段 $[x,y]$ 中从源节点 s 到目标节点 d 的所有最短时效路径集合; $S_{x,y}(s,d,v)$ 为 $S_{x,y}(s,d)$ 的子集,表示这些路径中包含节点 v 的所有路径。在定义时效的介数中心度的公式中 $\sigma_{t,j}(s,d) \equiv |S_{t,j}(s,d)|$, $\sigma_{t,j}(s,d,v) \equiv |S_{t,j}(s,d,v)|$ 。基于此,文献[18]验证了介数偏好性广泛存在于真实的时效网络中,影响着最短时效路径的长度,对于介数偏好性的忽视将得出错误的传播动力学结论。

需要说明的是,大部分时效网络的拓扑结构参量,如时效的接近度参量和时效的介数参量,都是基于时间相关路径提出的^[1,44]。时效网络中的时间相关路径(time-respecting path)是需要遵从于不同连边的先后排序的。例如在时效网络中,信息可以从节点 i 经过节点 k 最终传到节点 j ,但并不代表节点 i 和节点 j 之间存在一条真实的路径,仅需要在时间维度上表明从节点 k 到节点 j 的有效连接是发生在从节点 i 到节点 k 的有效连接之后。时效路径的有效连接都是临时的,会在某个特定的时间点建立或断开,所以时间窗的选择对时效网络路径的研究至关

重要。

此外,文献[16]提出了一个衡量单个交互事件的重要性测度,发现阵发活动模式导致了接触事件的重要性具有极强的异质性,且少量的重要性事件在维持时效网络的连通性和提高效率方面具有显著作用。文献[17]定义了一个新的时效鲁棒性测度,用于评估单个节点的移除对于时效连通性的影响,发现高连接节点与高影响力节点之间存在一定的相关性。文献[19]提出了一个基于随机游走的中心性测度,发现节点的稳态粒子密度依赖于等效网络的入度强度和游走者的逗留概率。文献[63]在研究时效网络可控性的同时,提出了控制中心度指标。文献[65]在静态网中基于节点边缘贡献值评价节点重要性的基础上^[64],考虑网络的时间属性并提出事件相关节点感染方式,将改进算法应用到时效社交网络中。文献[23]提出一个刻画个体重要性的新指标“参与活动潜力”来替代对应聚合网络中的度中心指标,能够非常准确地预测出面对面接触网络中的中心节点。此外,他们也基于复旦大学校园内交互式无线用户数据比较了时效网络与聚合网络的可达性和路径长度分布等指标,展示了时效网络所特有的结构特征^[24-25]。

这些已有的工作强调了连边的前后顺序对特征向量中心性的作用,基于其他时效特征的节点中心性指标及时效网络中重要节点挖掘的方法仍然有待深入研究。

4 时效网络上的传播动力学研究

复杂网络研究的一个重要领域是理解网络结构对其上动力学行为的影响。在流行病、观点、知识与创新的扩散等传播动力学的研究中,大多采用相似的基本传播模型,如典型的易感-感染-易感(SIS(susceptible-infected-susceptible)模型、易感-感染-恢复(SIR(susceptible-infected-recovered)模型^[66]。传统的平均场理论(mean-field theory)被广泛地用来解析研究静态复杂网络上的动力学过程^[67-68]。简单的低阶近似方法是基于均质网络结构假设的平均场(homogeneous mean-field approximation)方法。考虑到网络中度分布的非均匀性不能被简单的忽略或近似,文献[67]提出了基于分布非均匀的异质网络的异质平均场(heterogeneous mean-field approximation)方法,简称HMF近似法。而后,个体在传播中的作用逐渐被考虑进来,基于每个节点状态的传播模型(N-intertwined mean-field approximation, NIMFA)被

进一步地建立^[68-69]。随着研究的深入,传播动力学的研究扩展到了有向网络^[70-71]。对具有小世界、幂律度分布、权重分布、同配属性、连边中心性、节点中心性、社团属性、层次结构等网络拓扑结构特征与传播临界值之间定性与定量关系的刻画引发了研究人员的广泛思考^[72-78]。

随着时效网络理论的兴起,更多的研究者开始关注于连边激活的时间序列及其关联性等因素对于传播动力学行为的影响^[1,45,79-80]。目前大部分研究集中于接触事件的非泊松时空特性在传播过程中的效应。一般情况下,时效活动主要分为事件间隔时间(也被称为等待时间)和事件响应时间,前者为同一个体发起的两个连续活动之间的时间间隔,后者是用户从收到消息到回复(或转发)的时间间隔。时效复杂网络上的传播动力学过程研究主要包括如下3个方面:1)从网络结构动态变化角度研究结构演化和社团结构的涌现对传播动力学过程的作用^[26,81-85];2)从时间角度研究时效复杂网络传播过程中事件时间间隔分布、先后顺序等对传播动力学过程的影响^[23-25,30-32,39,41];3)从个体层面研究时效网络上的重要节点选取方法^[23],进一步探索时效网络传播动力学过程中的免疫或者激励策略^[41,86-87]。

4.1 基于网络结构的时效变化

最早用来描述动力学过程与网络结构的共同演化现象的模型被称为自适应SIS模型(简称ASIS模型)^[82-83]。该模型演化过程中,个体对流行病传播做出的反应是以一定的概率断开与已感染节点的联系,随后完全随机的与其他未感染节点建立联系。文献[82]发现,在该模型下有效传播速率在临界值以上的时候出现双稳态,并且伴随着非连续的相变和滞后。在此之后,这类网络结构与节点状态耦合的动态网络上流行病传播动力学被广泛研究^[88-103],如在ASIS模型的基础上考虑了节点之间连边的权重,发现了在对已感染节点采取隔离之后还是无法有效地遏制流行病的蔓延的原因^[88]。此外,文献[26]探讨了自适应模型中社团结构对传播动力学的影响。文献[84]提出基于社团结构的自适应网络的流行病控制策略。文献[104]和文献[105]采用了移动模型(mobility model)从时间角度将时效网络刻画成一系列不同时刻的邻接子图,随后将不同时刻的邻接子图对应的感染-恢复矩阵连续相乘,得到随时间演化网络的感染-恢复系统矩阵,并证明了感染-恢复系统矩阵的最大特征值 L_s 是传播临界值的一阶近似值,且当 $L_s < 1$ 时,感染百分比会呈指数级迅速下降。

文献[106]进一步证明了时效网络的平均图(这里的平均图是通过累加不同时刻的邻接子图取平均值获得的)的最大特征值是传播临界值的一阶近似值。文献[107]将时效网络映射成多分图,通过研究学校里的性接触网络(romantic network)来模拟流行病在静态网络和时效网络上的传播情况,发现节点与外部受感染的节点接触会使得网络更接近于全连通网络,度大的初始感染节点会加速疫情的爆发,疫情影响和单位时间内接触次数成正相关,并推导出相应的传播临界值的表达式。文献[81]则讨论了人类移动对流行病传播的影响。

另一方面,为了描述面对面接触的时效网络,文献[108]提出了非常简单的活跃驱动网络模型(activity driven networks)。该模型作为时效网络的典型代表之一,研究者对其网络拓扑结构及其上的动力学行为进行了一系列的研究^[109]。文献[108]基于SIS模型,利用异质平均场理论研究了活跃驱动网络上的流行病传播,发现该网络的流行病爆发阈值高于与之相对应的聚合网络。文献[110]将SIR模型对应到边渗流,发现流行病爆发阈值与聚合网络中出现最大连通簇的时间相同。为了理解农场动物等类似的流行病传播,文献[111]利用活跃驱动网络表示结构种群之间的连接关系,通过异质平均场理论分析,他们发现流行病传播速率低于所对应的聚合网络,并且流行病爆发阈值高于聚合网络爆发阈值两个数量级(是聚合网络入侵阈值的100倍)。文献[112]研究了活跃驱动网络上的自适应传播行为,发现此类网络存在一个自适应阈值(adaptive threshold):当流行病传播概率和恢复概率的比值低于此阈值时,自适应行为可以阻止流行病爆发;反之,任何自适应行为都不能阻止流行病爆发。文献[113]还研究了该网络上的搜索和游走,发现了异于淬灭网络上的结论。文献[114]在实证网络上利用SI传播模型对到达时间(指定节点被感染的时间)分布所形成的原因进行了详细分析,发现异质间隔时间和每条边接触能力的差异性决定了传播的到达时间分布,不同类型边之间的强关联性还会极大地影响该分布。文献[31]考虑了时效聚类系数对于实际面对面接触网络中传播过程的影响,发现爆发阈值随着时效聚类系数的增加而降低,这完全不同于聚合网络中的结论。此外,文献[115]讨论了时效网络中的基本再生数与流行病爆发时网络中被感染节点数占总节点数的比例之间的关系。与流行病传播类似,文献[116]利用Twitter网1个月的动态数据做研究,发现信息传播一

方面通过网络中的链路传递,另一方面通过网络之外的媒体传递(如Twitter网络中信息传播只有79%是来自网络传播,剩下的是来自外部的影响)。

4.2 基于事件时效间隔分布

正如传播过程必须遵从事件的时间排序,时效异质性将极大影响传播动力学行为^[117]。文献[118]首次发现事件间隔时间的异质性会明显减慢信息的扩散。文献[119]提供了一个理论解析方法,并得出胖尾的幂律等待时间分布导致了传播晚期新感染节点数目的幂律衰减,这意味着极其缓慢的流行度衰减。此外,他们也展示了接触动力学中的异质等待时间能够有效阻止流行病传播,尤其是足够强的时效异质性能够完全抑制流行病的爆发;同时他们基于SIR模型,运用更新理论研究了传播动力学行为,并推导得到流行病爆发的阈值随时间异质性的增大而增大^[120]。文献[121]通过与不同参考零模型比较后发现传播行为的减慢现象主要是由权重与拓扑的关联性和间隔时间的异质分布引起的。与以上研究结果相反,文献[122]发现在性接触网络中事件间隔时间的时效关联性将会加速流行病的爆发,他们也在人工合成网络中发现了当感染时间或感染概率足够大时异质间隔时间可以促进流行病的蔓延^[123]。文献[124]也报道了异质的间隔时间分布促进了流行病传播。

以上大部分的研究集中于事件间隔时间的效应,忽视了响应时间的异质性所带来的影响。文献[125]和文献[126]进行了一个流行病式营销策略转发电子邮件的实验,得到了响应时间的极大异质性在集发层次上减慢了信息的扩散。然而,以上的研究工作仅关注于集发层次上的时效效应,即每条边的时间间隔均遵循同样的非泊松分布,均忽略了局域拓扑结构与时效活动之间的关联性。考虑到个体时间和活性的限制性,文献[127]假设个体的响应时间与其度具有正相关性,研究了异质响应时间对于信息扩散的影响,并发现在传播的早期和中期,异质性越强,信息扩散越快,而在传播的末期由于异质响应时间的有效配置将会出现一个最优的扩散现象。

4.3 时效网络上的流行病传播的免疫策略研究

随着人们对于时效网络中传播行为的深入认识与理解,如何控制流行病的传播和爆发的免疫策略研究也得到了一定的关注^[80]。基于可获知节点的局域信息,文献[86]研究了采取免疫最近接触的个体的策略对传播过程的影响,发现对于直接反映可能接触事件的数据集,随机选取一个节点并免疫其最近

接触的节点是最为有效的免疫策略, 这一免疫策略是根据某一时间窗口内的数据集来获得节点的局域信息的。在此基础上, 文献[41]研究了免疫一定比例的个体对传播延迟率和传播范围的影响, 主要采用了基于节点度的免疫策略和基于节点介数的免疫策略等就时间窗口大小对于传播过程的影响, 发现免疫效果并非随时间窗口的大小一直增加, 而是到一定时间窗口后免疫效果将维持不变。文献[128]分析了活跃驱动网络上随机免疫、目标免疫和以自我为中心免疫3种不同的免疫策略, 通过异质平均场理论分析和大量的数值模拟发现目标免疫策略更有利于抑制流行病的传播。文献[87]研究了时效网络上多种节点中心性参量, 从而得出不同节点对传播范围的影响, 进而分析相应的免疫策略。

受限于时效传播动力学机制的认识与理解不足, 当前传播的控制研究还远远不够, 需要更为广泛而深入的研究。

综上所述, 尽管时效网络中的传播动力学已有了一些初步的解析工作, 但是仍然缺乏一个准确而普适的理论分析框架, 尤其是如何求解时效传播动力学的爆发阈值和时空演化斑图。

5 时效网络结合人类行为的统计力学

在现代社会中, 移动设备及在线社交网络的广泛使用已经为研究者提供了数以百万计个体的实时活动数据, 极大推动了网络科学^[129]和人类动力学^[79]两个研究领域的蓬勃发展。网络科学集中于复杂网络的结构和动力学, 能够抓住个体之间相互作用的整体统计性质, 例如度分布的异质性和社区结构等。相比之下, 人类动力学更关注于个体活动模式的时空特性, 如个体行为的阵发性与记忆性等。虽然大多数情况下网络科学和人类动力学所研究的系统和数据是相同的, 但是一直以来却在两种不同的框架下被分别研究了; 人们对于它们各自所表示的各种参量之间的联系缺乏必要的认识和理解。而在时效网络中, 连边上接触事件的时间序列反映了个体活动的动力学行为, 这种个体行为与网络时效结构之间的内在关联恰好沟通了网络科学与人类动力学这两个研究领域, 目前已经成为时效网络研究的新热点^[130]。

5.1 基于人类行为的传播动力学研究

阵发性是人类行为学的一大特点, 有很多学者针对阵发性对信息传播的影响做了研究, 结果显示对不同的数据集、不同的节点感染方式, 阵发性所

起的作用也会不同(见图10)。文献[131]指出个体行为的阵发性与群组对话在信息扩散上有着截然相反的效应: 阵发性在大尺度上范围能够阻碍信息的扩散, 而群组对话更有利于局域范围内的信息传播。鉴于时间的阵发性可以体现在个体与群体两个层面上, 文献[132]进一步比较了二者对于流行病传播速度的影响。群体层面上时间的异质性对传播速度的影响非常大, 相比之下, 个体层面上时间的异质性对传播影响较小; 而且与个体层面上时间间隔异质性越强, 传播越慢的结论相反, 从群体层面来说, 时间的异质性越强, 传播越快。此外, 考虑到个体间的空间距离将不可避免地阻碍或延滞接触活动, 文献[133]研究了空间层次网络中异质间隔时间对于传播的影响; 实验结果表明, 与同质随机的接触过程相比, 因层次结构和距离相关联而导致的时延能够显著地降低传播速度, 并呈现逐级递增的波峰现象。文献[134]基于节点感染方式为接触即感染的SI传播模式, 通过构建网络的泊松分布, 提出泊松分布与幂律分布的信息传播比值的计算公式。由于常见的社交网络幂律指数都介于 $3\sim 3.4$ ^[135], 因此对这种节点感染方式, 常见社交网络的时效阵发性的特征会减缓信息传播。但是文献[124]认为, 这种传播被缓解现象是因为网络胖尾现象(幂律分布)的存在, 导致信息从一个节点传到另一个节点所需要的平均时间比服从指数型的网络更长。不过也有研究表明, 对不同的网络和不同的信息传播模型, 时效阵发性可能有增强信息传播的作用^[122]。然而, 对于时效异质性在信息传播中的加快或减缓效应, 人们仍然不清楚导致这些不同结论的本质原因^[80]。

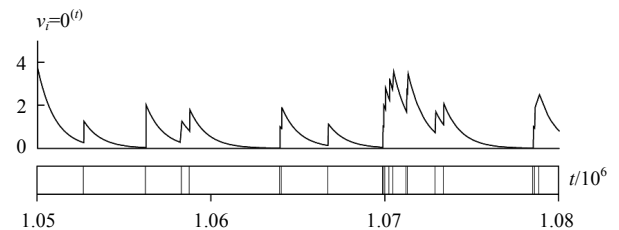


图10 Email数据集中处于 $1.05\times 10^6\sim 1.08\times 10^6$ 之间某一节点随时间的阵发行为^[134]

对于传统的马尔科夫传播过程, 可以运用异质平均场、渗流、点对近似等理论方法分析传播动力学; 然而, 由于时效网络中连边激活时间序列的阵发性和记忆性, 再加上信息/流行病传播内在的动力学机制, 传统的分析方法很难描述时效网络中的非马尔科夫传播过程。文献[136]利用信息传递方法

(message passing approach)对复杂网络上的具有任意感染时间和恢复时间的流行病传播进行了研究,然而他们未能给出流行病的爆发阈值。为了能对非马尔科夫传播过程进行更准确地描述,文献[137-138]利用更新过程理论方法进行分析。假设感染过程的时间分布服从Weibullian分布,恢复时间服从指数分布,他们发现爆发阈值随Weibullian分布中的幂律指数增大而增加。这是因为指数越大,需要更多时间感染一个邻居节点,而在这段时间内恢复的节点数量也越多。文献[139]将马尔科夫过程中的Gillespie模拟算法推广到非马尔科夫传播过程中,也得到了上述结论。文献[7]和文献[140]运用图论方法描述时效网络,利用记忆节点邻接矩阵的谱特性来解释传播的加快和减缓现象,并在实证网络中得到了验证。

此外,文献[141]在研究大规模在线社交网络中人类情绪波动时发现,人类行为对信息传播的影响很大。作者使用统计方法来衡量大量关于社交网络统计变量的个体时间效应,研究积极和消极情绪在Twitter网上的传播走向。文献[50]在研究了时效网络中的SIS模型的基础上又研究了时效网络中的人类行为模式^[30]。

5.2 基于人类行为的其他动力学研究

文献[12]分析了面对面接触网络中个体相互作用的时间模式,发现了接触时间呈胖尾的幂律分布,并且节点连接数目与接触时间之间呈现超线性的关系,即度越大的节点在一次相互作用时具有更长的平均接触时间,这意味着超级传播者的存在。文献[142]揭示了在通讯网络中阵发性行为仅仅针对于一对节点,而与其他邻居无关,具有一定的局域性;同时也发现短信网络比手机通话网络具有更平衡的连边交互性。文献[143]首次分析了社会网络和人类动力学中一些参量的标度律,证明了社会网络的度与权重分布能够通过人类活动模式的动力学指数(活性指数和间隔时间指数)来表示,暗示了网络结构与人类行为之间存在必然的内在联系。文献[144]分析了大都市中人们面对面偶遇的时效模式,发现近距离接触表现出了一个重复的时间模式,这种现象来源于网络行为的集体规律性;这表明反复邂逅是很平常的事情,即所谓的“熟悉的陌生人”。文献[145]通过观察通讯网络中连边激活的时效行为发现了个体有限的通讯能力,这限制了单位时间内连边的激活数目;平均而言,男性比女性具有更高的通讯能力,而通讯能力的异质性也决定了个体的不同连边激活策略:稳定型或探索型。此外,通过对两

千万手机用户的通讯数据进行分析,他们还发现个体的通讯时效模式与其社会拓扑结构之间存在很大的关联性,从动力学角度来看中心节点的社会关系一般比那些度小的节点更弱些^[146]。文献[147]引入了一种基于聚类系数的偏好连接模型,这一简单的机制导致了一些丰富的现象,包括老化、非泊松阵发动力学以及社区结构的形成。文献[15]给出了一个在二维平面中的随机游走模型,其中当前邻居节点的吸引能力能够减慢个体的移动速度,定量再现了面对面接触网络中的许多重要时效特征,如接触间隔和接触时间的异质分布。文献[148]验证了在时效网络中个体接触的时间加强效应,这也导致了强连接和弱连接关系的出现。文献[149]提出了一个简单的接触模型,揭示了泊松阵发网络中个体阵发行为的涌现机制。文献[21]发现社区内部节点的时间活动行为具有较强的一致性。

综上,可以看到网络时效结构与人类动力学之间存在着各种各样的内在联系,比如结构指数与动力学指数的关系、个体活性的有限性与异质性、点对之间的阵发模式和交互性、接触活动与度的关联性、邻居对于个体活动的吸引效应以及社区内个体行为的一致性等等。进一步分析与研究它们之间的关联性,尤其是在微观、中尺度以及宏观不同尺度下研究这一问题,有助于人们对于时效网络及其动力学行为的深入理解。

6 时效网络的理论方法

在时效网络理论分析处理方面,本文介绍 n 阶聚合网络近似理论和多层耦合网络分析方法,这两种方法一般用于描述实证网络及配置网络中的传播过程,有望从本质上理解不同时效结构-个体行为关联性在传播过程中的影响效应。

6.1 n 阶聚合网络近似理论

在时效网络中,由于两个节点之间的联系不仅依赖于上一个时间片段内的信息,还可依赖于之前多个片段内的信息,因此其具有非马尔科夫特性^[7],这就需要用新的方法来描述时效网络。一个简单而直接的方法是把时间表示成网络的另一个维度,即时间展开表示方式(time-unfolded representations)(见图11)。利用时间展开表示法,就可以将时效结构的非马尔科夫过程近似为一个马尔科夫过程。为此,首先考虑最简单的一种近似,即两个节点在这一时段内的联系只依赖于时效网络在上一时段和上时段内的连接信息。为了方便理论上的分析处

理, 将两个节点在一个时间片段内的连接定义为一个节点, 如图11b中一个时间片段内的一条连边可视为一个节点。如果网络的大小为 N , 那么可能的节点数就为 C_N^2 。如果两条连边在相邻两个时间片段内首尾相连, 那么就认为这两条连边所对应的节点相连(例如在时间片段 t 内节点 a 和节点 b 相连, 在时间片段 $t+1$ 内节点 b 和节点 c 相连, 那么按照这里的定义, 连接节点 a 和节点 b 以及节点 b 和节点 c 的两条连边被视为两个节点, 并且这两个节点相连)。由于上述过程将一条连边合成了一个节点以及将多条边合成了一条边, 因此以这种方式所构成的网络被形象地称为聚合网络。以图11为例, 图11a显示的是一阶聚合网络 $G^{(1)}$, 即原始网络结构, 连边上的数字

表示相对应的两端节点之间连接的次数, 但并没有提供具体的时效信息。图11b是对 $G^{(1)}$ 做的时间展开表示(横坐标为时间轴), G^T 和 \hat{G}^T 表示的是 $G^{(1)}$ 可能所具有的两种时效结构, 显然 G^T 和 \hat{G}^T 包含了时效网络的所有结构信息。图11c中, $G^{(2)}$ 和 $\hat{G}^{(2)}$ 分别对应于 G^T 和 \hat{G}^T 这两种时效结构下的二阶聚合网络。由于这里只考虑了相邻的两个时间片段, 因此此处为二阶聚合网络。这个方法可以方便地推广到 n 阶聚合网络的情形。显然, 阶数越高越逼近原始的时效结构。通过这个方法, 具有非马尔科夫性质的时效网络结构, 就近似成了一个马尔科夫模型。如此就能利用传统的成熟的统计学理论对时效网络进行进一步分析研究了。

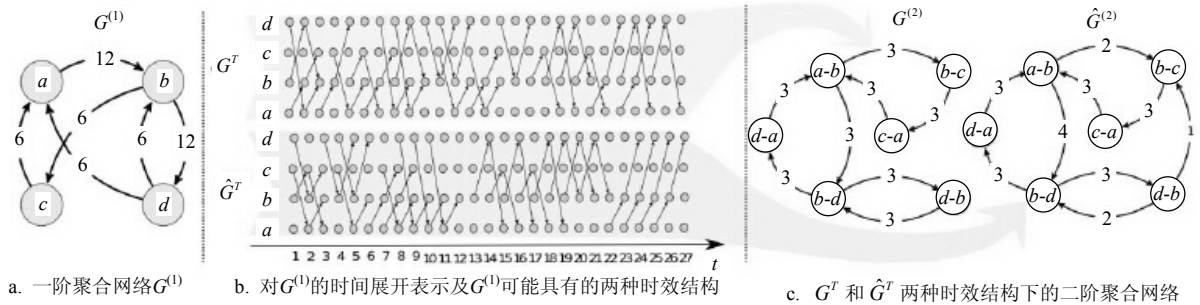


图11 二阶聚合网络生成过程^[7]

6.2 多层耦合网络分析方法

此方法也是将网络分成许多时间片段, 进而记录下每个时间片段的邻接矩阵 A_t 。然而为了完整地表示时效网络的结构演变以及其上的传播动力学, 只定义了时间片段的邻接矩阵 A_t 是不够的。还需要考虑不同的时间片段之间的关系。这种关系可以是因果关系或者某种关联。由于这种关系发生于两个邻接矩阵之间, 因此必须引入张量代数的方法来进行描述^[150]。为此, 本文将某个时间 t 的连接张量定义为 $W_\beta^\alpha(t)$, 这等价于之前所述的邻接矩阵 A_t 表示为四阶的含时连接张量。此外, 定义不同时间片段 s, t 之间的相互关系张量为 $C_\beta^\alpha(s, t)$ 。 $C_\beta^\alpha(s, t)$ 是这个理论方法中的重要参量, 其取值取决于具体所研究的问题, 例如可以通过节点的某种因果性作用进行设定, 或者是对实际数据作大时间尺度内的统计关联而得。在定义了 $W_\beta^\alpha(t)$ 和 $C_\beta^\alpha(s, t)$ 之后, 可以将整个时效网络所包含的信息统一成四阶含时连接张量 $M_{\beta\delta}^{\alpha\gamma}$, 其满足如下关系:

$$M_{\beta\delta}^{\alpha\gamma} = \sum_{t,s=1}^T C_\beta^\alpha(s, t) e^\gamma(s) e_\delta(t) = \sum_{t,s=1}^T \sum_{i,j=1}^N w_{ij}(s, t) \epsilon_{\beta\delta}^{\alpha\gamma}(ijst)$$

式中, $w_{ij}(s, t)$ 是 $C_\beta^\alpha(s, t)$ 的表示矩阵元, $e^\gamma(s)$ 定义为 R^T 空间中的反协变正则向量, $\epsilon_{\beta\delta}^{\alpha\gamma}(ijst) = e^\alpha(i) e_\beta(j) e^\gamma(s) e_\delta(t)$ 为 $R^{N \times N \times T \times T}$ 空间中正则基的四阶向量。在这样一个理论框架下, 许多含时网络的统计量就可以用张量的形式方便的给出。

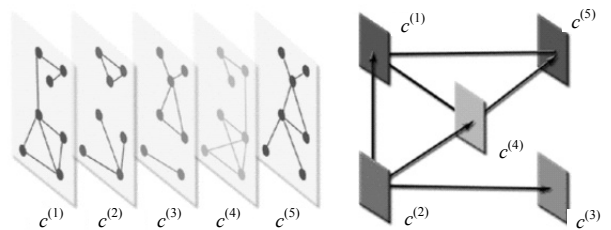


图12 时效网络用耦合的多层网络表示^[150]

7 国内外研究现状分析

尽管时效网络的研究已经取得了一定的进展, 但仍然处于初期探索的阶段, 尚有待形成完整的理论和技术支撑, 仍有诸多挑战性问题亟待解决。

7.1 如何构建能够全面描述时效特性网络模型

在静态网络的特性描述中, 大部分静态网络可以用网络的度分布、集团系数等基本结构参数来分类描述。然而, 由于时间维度的引入, 时效网络具

有大量的静态网络所没有的时效新特性,如连边的先后顺序、连边的起始和终止时间、连边的持续时间、连边出现的频率等,这些时效特性必然会影响网络的拓扑结构的描述和传播动力学过程的分析,因此时效网络不再像静态网络一样被单一的或者少量的网络特性准确描述。要研究某一种时效属性对网络拓扑和传播动力学的影响,需要在同时控制其他时效属性不变的条件下研究,才更具有理论意义。因此,迫切地需要一种能够兼具多种时效特性的时效网络模型来开展进一步的研究。然而,从国内外的研究现状看,迄今为止,尚没有此类模型被提出。构建能够全面描述时效特性的时效网络模型是一个亟待解决并具有挑战性的问题,需要深入研究。

7.2 如何基于图谱理论研究时效网络

现有的关于时效网络拓扑结构的描述基本上都是考虑将一个时间窗内的拓扑属性进行时间维度的累加,从而得到时间相关的拓扑特性,如度和路径等。然而由于时间窗选择的不同,往往得到完全不同的研究结果,而且这种方法很可能丢失重要的网络时间拓扑特征,这并不是大家所期望得到的结果。因此需要一种更好的技术或方法来描述时效网络的拓扑特性。

在信号处理领域,很难准确描述的时域信号需要用傅里叶变换变到频域上,用不同频率和振幅的信号累加表达。这是一类思路。另一类思路可采用图谱理论的方法,将随时间变化的连边关系转化到用不同特征值和特征向量累加表达。在静态网络中,图谱理论已经被广泛地用来研究网络的拓扑特性^[32,48,56],例如:网络的拉普拉斯矩阵的零特征值的个数被用来分析网络中的连通分量的个数;邻接矩阵的最大特征向量用来描述网络节点的中心性;模块矩阵被用来进行网络社团划分等。然而,时效网络上采用图谱理论来系统的研究时间-拓扑特性还很少,同样也是亟待解决的挑战性问题。

除了网络拓扑结构方面,同样虽然在静态网络中图谱理论被广泛地用来研究网络的传播动力学过程,但时效网络上采用图谱理论系统的研究传播动力学过程也非常的少。文献[7]分析具有非马尔科夫时变性时效复杂网络,通过特征值谱函数的理论工具,发现非马尔科夫时变性所表征的因果性对于传播动力学具有加速和延缓的两面性作用。文献[39]在不考虑带有时间标签子图自身的拓扑结构的情况下,将时效网络映射到有向多分图(multipartite),采用图谱理论研究时效网络上的离散传播过程的传播

临界值。

总之,由于时效网络在时间演化和拓扑可变等多方面的复杂因素,基于图谱理论来研究时效网络的拓扑结构及相关传播动力学规律非常具有挑战性。

7.3 如何基于人类动力学研究时效网络

一直以来,时效网络理论和人类动力学研究往往被隔离开来,而它们之间的内在关联却是实际存在且无法忽视的。人们对其缺乏必要的认识和理解,例如连边上的时间特性(如阵发性和记忆性)与个体、邻居、模体和社区结构特征之间的内在关联和相互影响,这种不足一方面来自于以往研究的疏忽,另一方面也受限于真实数据的获取。因此,进一步挖掘它们之间的关联性,尤其是在微观、中尺度以及宏观等不同尺度下研究这一问题,有助于人们对于时效网络及其动力学行为的深入理解。

同时由于无法很好地认识时效网络中的时效结构特征,这极大阻碍了人们对于其上传播动力学行为及其控制策略的研究。再者,鉴于时效网络的非马尔科夫本质,连边和路径上的记忆效应是无法回避的问题,如何利用数学形式准确描述这种非马尔科夫过程是当前面临的一大挑战。这一难题也限制了人们对其传播过程的理论分析,难以得到更为准确而深入的认识与理解。时效结构与人类行为之间的关联性将给传播建模、预测和控制等带来哪些不一样的结论和理解?研究这些关联性在传播过程中的效应,不但有助于深入理解时效网络中的传播机制,也将为传播的预警与防控提供更有价值的借鉴。

8 结束语

时效网络作为这几年一个新兴的研究领域已经受到国内外众多研究者的关注,也取得了一定的研究进展。然而,各种尺度层次上的时效网络研究还处于起步阶段,许多问题仍困扰着研究学者,例如模体和社区的快速检测算法和结构特征分类等。同时,可以看到网络时效结构与人类动力学之间存在着各种各样的内在联系,比如结构指数与动力学指数的关系、个体活性的有限性与异质性、点对之间的阵发模式和交互性、接触活动与度的关联性、邻居对于个体活动的吸引效应以及社区内个体行为的一致性等等。对它们之间的关联性的深入研究,尤其是在微观、中尺度以及宏观不同尺度下的研究和分析,有助于人们对于时效网络拓扑结构及其动力学行为的深入理解。如上所述,目前时效网络尽管已有了一些初步的解析工作,但是仍然缺乏一个准

确而普适的理论分析框架, 还有很多开放性问题需要我们去一一攻克。

本文研究工作还得到杭州师范大学启动基金(PF15002004010)的资助, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] HOLME P, SARAMAKI J. Temporal networks[J]. *Physics Reports*, 2012, 519(3): 97-125.
- [2] VESPIGNANI A. Modelling dynamical processes in complex socio-technical systems[J]. *Nature Physics*, 2012, 8: 32-39.
- [3] PERUANI F, TABOURIER L. Directedness of information flow in mobile phone communication networks[J]. *PLoS ONE*, 2011, 6(12): e28860.
- [4] BARRAT A, CATTUTO C, COLIZZA V, et al. Empirical temporal networks of face-to-face human interactions[J]. *The European Physical Journal Special Topics*, 2013, 222(6): 1295-1309.
- [5] KOREN Y. Collaborative filtering with temporal dynamics[J]. *Communications of the ACM*, 2010, 53(4): 89-97.
- [6] BLONDER B, WEY T W, DOMHAUS A, et al. Temporal dynamics and network analysis[J]. *Methods in Ecology and Evolution*, 2012, 3(6): 958-972.
- [7] SCHOLTES I, WIDER N, PFITZNER R, et al. Slow-down vs. speed-up of diffusion in non-Markovian temporal networks[J]. *Nature Communications*, 2014, 5: 5024.
- [8] ZHANG Y Q, LI X, LIANG D, et al. Characterizing bursts of aggregate pairs with individual poissonian activity and preferential mobility[J]. *IEEE Communications Letters*, 19(7): 1225-1228.
- [9] BARABASI A L. The origin of bursts and heavy tails in human dynamics[J]. *Nature*, 2005, 435: 207-211.
- [10] WU Y, ZHOU C, XIAO J, et al. Evidence for a bimodal distribution in human communication[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2010, 107(44): 18803-18808.
- [11] EAGLE N, PENTLAND A. Reality mining: Sensing complex social systems[J]. *Personal and Ubiquitous Computing*, 2006, 10(4): 255-268.
- [12] CATTUTO C, BROECK W V D, BARRAT A, et al. Dynamics of person-to-person interactions from distributed RFID sensor networks[J]. *PLoS ONE*, 2010, 5(7): e11596.
- [13] STEHLE J, VOIRIN N, BARRAT A, et al. High-resolution measurements of face-to-face contact patterns in a primary school[J]. *PLoS ONE*, 2011, 6(8): e23176.
- [14] CHAINTREAU A, HUI P, CROWCROFT J, et al. Impact of human mobility on opportunistic forwarding algorithms[J]. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2007, 6(6): 606-620.
- [15] STARNINI M, BARONCHELLI A, PASTOR-SATORRAS R. Modeling human dynamics of face-to-face interaction networks[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(16): 168701.
- [16] TAKAGUCHI T, SATO N, YANO K, et al. Importance of individual events in temporal networks[J]. *New Journal of Physics*, 2012, 14: 093003.
- [17] TRAJANOVSKI S, SCELLATO S, LEONTIADIS I. Error and attack vulnerability of temporal networks[J]. *Physical Review E*, 2012, 85(6): 066105.
- [18] PFITZNER R, SCHOLTES I, GARAS A, et al. Betweenness preference: Quantifying correlations in the topological dynamics of temporal networks[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(19): 198701.
- [19] ROCHA L E C, MASUDA N. Random walk centrality for temporal networks[J]. *New Journal of Physics*, 2014, 16: 063023.
- [20] BASSETT D S, PORTER M A, WYMBS N F, et al. Robust detection of dynamic community structure in networks[J]. *CHAOS*, 2013, 23: 013142.
- [21] GAUVIN L, PANISSON A, CATTUTO C. Detecting the community structure and activity patterns of temporal networks: a non-negative tensor factorization approach[J]. *PLoS ONE*, 2014, 9(1): e86028.
- [22] FU C, LI M, ZOU D, et al. Community vitality in dynamic temporal networks[J]. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 2013: 281565.
- [23] ZHANG Y Q, LI X. Characterizing large-scale population's indoor spatio-temporal interactive behaviors[C] // *Proceedings of the ACM SIGKDD International Workshop on Urban Computing*. [S.l.]: ACM, 2012: 25-32.
- [24] ZHANG Y, WANG L, ZHANG Y Q, et al. Towards a temporal network analysis of interactive WiFi users[J]. *Europhysics Letters*, 2012, 98(6): 68002.
- [25] ZHANG Y Q, LI X. Temporal dynamics and impact of event interactions in cyber-social populations[J]. *CHAOS*, 2013, 23: 013131.
- [26] MUCHA P J, RICHARDSON T, MACON K, et al. Community structure in time-dependent, multiscale, and multiplex networks[J]. *Science*, 2010, 328(5980): 876-878.
- [27] ROCHA L E C, BLONDEL V D. Flow motifs reveal limitations of the static framework to represent human interactions[J]. *Physical Review E*, 2013, 87(4): 042814.
- [28] KOVANEN L, KASKI K, KERTESZ J, et al. Temporal motifs reveal homophily, gender-specific patterns, and group talk in call sequences[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2013, 110(45): 18070-18075.
- [29] LIU K, CHEUNG W K, LIU J. Detecting stochastic temporal network motifs for human communication patterns analysis[C] // *Proceedings of 2013 IEEE/ACM International Conference on Advances in Social Networks Analysis and Mining (ASONAM)*. [S.l.]: IEEE, 2013: 533.
- [30] ZHANG Y, LI X, XU J, et al. Human interactive patterns in temporal networks[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, Cybernetics: Systems*, 2015, 45(2): 214-222.
- [31] CUI J, ZHANG Y Q, LI X. On the clustering coefficients of temporal networks and epidemic dynamics[C] // *Proceedings of 2013 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*. [S.l.]: IEEE, 2013: 2299.
- [32] LI X, ZHANG Y Q, VASILAKOS A V. Discovering and predicting temporal patterns of WiFi-interactive social

- populations, in opportunistic mobile social networks[M]. [S.l.]: CRC, 2014.
- [33] CASTEIGTS A, FLOCCINI P, QUATTROCIOCCI W, et al. Time-varying graphs and dynamic networks[J]. *Ad-hoc, Mobile, and Wireless Networks*, 2011, 6811: 346-359.
- [34] ROSVALL M, BERGSTROM C T. Mapping change in large networks[J]. *PLoS ONE*, 2010, 5(1): e8694.
- [35] KIM H, ANDERSON R. Temporal node centrality in complex networks[J]. *Physical Review E*, 2012, 85(2): 26107.
- [36] TANG J, LEONTIADIS L, SCELLATO S, et al. Temporal network metrics and their application to real world networks[EB/OL]. (2013-05-09). <http://arxiv.org/abs/1305.6974>.
- [37] TANG J, MUSOLESI M, MASCOLO C, et al. Temporal distance metrics for social network analysis[C]//*Proceedings of the 2nd ACM Workshop on Online Social Networks*. [S.l.]: ACM, 2009: 31-36.
- [38] TANG J, MUSOLESI M, MASCOLO C, et al. Analyzing information flows and key mediators through temporal centrality metrics[C]//*Proceedings of the 3rd ACM Workshop on Social Network Systems*. [S.l.]: ACM, 2010: 1-6.
- [39] VALDANO E, FERRERI L, POLETTI C, et al. Analytical computation of the epidemic threshold on temporal networks[J]. *Physical Review X*, 2015, 5(2): 021005.
- [40] PAN R K, SARAMAKI J. Path lengths, correlations, and centrality in temporal networks[J]. *Physical Review E*, 2011, 84(1): 16105.
- [41] STARNINI M, MACHENS A, CATTUTO C, et al. Immunization strategies for epidemic processes in time-varying contact networks[J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2013, 337: 89-100.
- [42] NGUYEN N P, DINH T N, XUAN Y, et al. Adaptive algorithms for detecting community structure in dynamic social networks[C]//*INFOCOM, Proceeding IEEE*. [S.l.]: IEEE, 2011: 2282-2290.
- [43] GRINDROD P, PARSONS M C, HIGHAM D J, et al. Communicability across evolving networks[J]. *Physical Review E*, 2011, 83(4): 046120.
- [44] SCHOLTERS I, WIDER N, GARAS A. High-order aggregate networks in the analysis of temporal networks: Path structures and centralities[J]. *The European Physical Journal B*, 2016, 89: 61.
- [45] HOLME P, SARAMAKI J. *Temporal networks*[M]. [S.l.]: Springer, 2013.
- [46] POTHEN A, SIMON H D, LIOU K P. Partitioning sparse matrices with eigenvectors of graphs[J]. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 1990, 11(3): 430-452.
- [47] 卢鹏丽. 图谱理论与复杂网络相关算法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013.
LU Peng-li. *Spectral graph theory and some related algorithms in complex network*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013.
- [48] NEWMAN M E J. Modularity and community structure in networks[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2006, 103(23): 8577-8582.
- [49] RICHARDSON T, MUCHA P J, PORTER M A. Spectral tripartitioning of networks[J]. *Physical Review E*, 2009, 80(3): 036111.
- [50] ZHANG Y, LI X. When susceptible-infectious-susceptible contagion meets time-varying networks with identical infectivity[J]. *Europhysics Letters*, 2014, 108(2): 28006.
- [51] LANCICHINETTI A, FORTUNATO S. Consensus clustering in complex networks[J]. *Scientific Reports*, 2012, 2: 336.
- [52] GAUVIN L, PANISSON A, CATTUTO C. Detecting the community structure and activity patterns of temporal networks: a non-negative tensor factorization approach[J]. *PLoS ONE*, 2014, 9: e86028.
- [53] CHEN D, LU L, SHANG M S, et al. Identifying influential nodes in complex networks[J]. *Physica A*, 2012, 391(4): 1777-1787.
- [54] LI C, WANG H, MIEGHEM P V. Bounds for the spectral radius of a graph when nodes are removed[J]. *Linear Algebra and Its Applications*, 2012, 437: 319-323.
- [55] LI C, WANG H, MIEGHEM P V. Degree and principal eigenvectors in complex networks[J]. *Networking*, 2012, 7289: 149-160.
- [56] LI C, LI Q, MIEGHEM P V, et al. Correlation between centrality metrics and their application to the opinion model[J]. *European Physical Journal B*, 2015, 88(3): 65.
- [57] GALLAWAY D S, NEWMAN M E J, STROGATZ S H, et al. Network robustness and fragility: Percolation on random graphs[J]. *Physical Review Letters*, 2000, 85(25): 5468.
- [58] 赫南, 李德毅, 涂文燕, 等. 复杂网络中重要性节点发掘综述[J]. *计算机科学*, 2007, 34(12): 1-5.
HE Nan, LI De-yi, GAN wen-yan, et al. Mining vital nodes in complex networks[J]. *Computer Science*, 2007, 34(12): 1-5.
- [59] 孙睿, 罗万伯. 网络舆论中节点重要性评估方法综述[J]. *计算机应用研究*, 2012, 29(10): 3606-3608.
SUN Rui, LUO Wang-bo. Review on evaluation of node importance in public opinion[J]. *Application Research of Computers*, 2012, 29(10): 3606-3608.
- [60] 刘建国, 任卓明, 郭强, 等. 复杂网络中节点重要性排序的研究进展[J]. *物理学报*, 2013, 62(17): 179801.
LIU Jian-guo, REN zhuo-ming, GUO Qiang, et al. Review on evaluation of node importance in complex networks[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(17): 179801.
- [61] 任晓龙, 吕琳媛. 网络重要节点排序方法综述[J]. *科学通报*, 2014, 59(13): 1175-1197.
REN Xiao-long, LÜ Lin-yuan. Review on vital nodes mining in complex networks[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2014, 59(13): 1175-1197.
- [62] TAYLOR D, MYERS S A, CLAUSET A, et al. Eigenvector-based centrality measures for temporal networks[EB/OL]. (2016-02-21). <http://arxiv.org/abs/1507.01266>.
- [63] PAN Y J, LI X. Structural controllability and controlling centrality of temporal networks[J]. *PLoS ONE*, 2014, 9(4):

- e94998.
- [64] NARAYANAM R, NARAHARI Y. A shapley value-based approach to discover influential nodes in social networks[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2010, 8(1): 130-147.
- [65] 邓冬梅, 朱建, 陈端兵, 等. 时效阵发性对信息传播的影响[J]. *计算机科学*, 2013, 40(s2): 26-28.
DENG Dong-mei, ZHU Jian, CHEN Duan-bing, et al. Influence of bursty on information diffusion[J]. *Computer Science*, 2013, 40(s2): 26-28.
- [66] ANDERSON R M, MAY R M. *Infectious diseases of humans: Dynamics and control*[M]. Oxford: Oxford University Press, 1991.
- [67] CASTELLANO C, PASTOR-SATORRAS R. Thresholds for epidemic spreading in networks[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(21), 218701.
- [68] MIEGHEM P V, OMIC J S, KOUIJ R E. Virus spread in networks[J]. *IEEE/ACM Transaction on Networking*, 2009, 17(1):1-14.
- [69] LI C, BOVENKAMP R V D, MIEGHEM P V. Susceptible-infected-susceptible model: a comparison of N-intertwined and heterogeneous mean-field approximations[J]. *Physical Review E*, 2012, 86(2): 026116.
- [70] PARK S M, KIM B J. Dynamic behaviors in directed networks[J]. *Physical Review E*, 2006, 74(2): 026114.
- [71] LI C, WANG H. MIEGHEM P V. Epidemic threshold in directed networks[J]. *Physical Review E*, 2013, 88(6): 062802.
- [72] ZHANG Z Z, LIN Y, GUO X Y. Eigenvalues for transition matrix of a small-world scale-free network: Explicit expressions and application[J]. *Physical Review E*, 2015, 91(6): 062808.
- [73] FU X C, SMALL M, WALKER D M, et al. Epidemic dynamics on scale-free networks with piecewise linear infectivity and immunization[J]. *Physical Review E*, 2008, 77(3): 036113.
- [74] WANG W, TANG M, ZHANG H F, et al. Epidemic spreading on complex networks with general degree and weight distributions[J]. *Physical Review E*, 2014, 90(4): 042803.
- [75] MIEGHEM P V, WANG H, GE X, et al. Influence of assortativity and degree-preserving rewiring on the spectra of networks[J]. *European Physical Journal B*, 2010, 76(4): 643-652.
- [76] MIEGHEM P V, STEVANOVIC D, KUIPERS F A, et al. Decreasing the spectral radius of a graph by link removals[J]. *Physical Review E*, 2011, 84(1): 016101.
- [77] WU X, LIU Z H. How community structure influences epidemic spread in social networks[J]. *Physica A*, 2008, 387(2): 623-630.
- [78] WANG H, LI Q, AGOSTINO G D, et al. Effect of the interconnected network structure on the epidemic threshold[J]. *Physical Review E*, 2013, 88(2): 022801.
- [79] 周涛, 韩筱璞, 闫小勇, 等. 人类行为时空特性的统计力学[J]. *电子科技大学学报*, 2013, 42(4): 481-540.
ZHOU Tao, HAN Xiao-pu, YAN Xiao-yong, et al. Statistical mechanics on temporal and spatial activities of human[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2013, 42(4): 481-540.
- [80] MASUDA N, HOLME P. Predicting and controlling infectious disease epidemics using temporal networks[J]. *F1000 Prime Reports*, 2013, 5: 6.
- [81] RUAN Z Y, WANG C Q, HUI P M, et al. Integrated Travel network model for studying epidemics: Interplay between journeys and epidemic[J]. *Scientific Report*, 2015, 5: 11401.
- [82] GROSS T, LIMA C J D, BLASIUS B. Epidemic dynamics on an adaptive network[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(20): 208701.
- [83] GUO D, TRAJANOVSKI S, BOVENKAMP R V D, et al. Epidemic threshold and topological structure of susceptible-infectious-susceptible epidemics in adaptive networks[J]. *Physical Review E*, 2013, 88(4): 042802.
- [84] YANG H, TANG M, ZHANG H F. Efficient community-based control strategies in adaptive networks[J]. *New Journal of Physics*, 2012, 14(12): 123017.
- [85] GHOSHAL G, CHI L P, BARABASI A L. Uncovering the role of elementary processes in network evolution[J]. *Scientific Reports*, 2013, 3: 2920.
- [86] LEE S, ROCHA L E C, LILJEROS F, et al. Exploiting temporal network structures of human interaction to effectively immunize populations[J]. *PLoS ONE*, 2012, 7: e36439.
- [87] HABIBA, YU Y, BERGER-WOLF T Y, et al. Finding spreading blockers in dynamic networks[C]//*Advances in Social Network Mining and Analysis*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010, 5498: 55-76.
- [88] ZHOU Y Z, XIA Y J. Epidemic spreading on weighted adaptive networks[J]. *Physica A*, 2014, 399: 16-23.
- [89] ZHOU J, XIAO G X, CHEN G R. Link-based formalism for time evolution of adaptive networks[J]. *Physical Review E*, 2013, 88(3): 032808.
- [90] ZHOU J, YAN G, LAI C H. Efficient routing on multilayered communication networks[J]. *Europhysics Letters*, 102(2): 28002.
- [91] ZHOU Y Z, LIU Z H, ZHOU J. Periodic wave of epidemic spreading in community networks[J]. *Chinese Physics Letters*, 2007, 24(2): 581.
- [92] ZHOU J, CHUNG N N, CHEW L Y, et al. Epidemic spreading induced by diversity of agents' mobility[J]. *Physical Review E*, 2012, 86(2): 026115.
- [93] ZHOU J, ZHOU Y Z, LIU Z H. Amplification of signal response at an arbitrary node of a complex network[J]. *Physical Review E*, 2011, 83(4): 046107.
- [94] ZHOU Y Z, WANG X F. Epidemic spreading on dualistic social networks[C]//*Proceedings of the 34th Chinese Control Conference*. Hangzhou, China: [s.n.], 2015: 1252-1255.
- [95] ZHOU Y Z, XU X. Analysis of telecom fraud users behavior based on human dynamics[C]//*Proceedings of the 34th Chinese Control Conference*. Hangzhou, China: [s.n.], 2015: 1351-1355.
- [96] ZHOU Y Z, ZHOU J. Epidemic spreading in partial dynamic networks[C]//*Proceedings of the 31st Chinese*

- Control Conference. Hefei, China: [s.n.], 2012: 1190-1194.
- [97] ZHOU Y Z, ZHOU J, WANG X F. Epidemic spreading on complex networks with weighted adaptive strategy[C]// Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation. Beijing, China: [s.n.], 2012: 3491-3496.
- [98] ZHOU J, XIAO G X, CHEONG S A, et al. Epidemic reemergence in adaptive complex networks[J]. *Physical Review E*, 2012, 85(3): 036107.
- [99] ZHOU J, LIU Z H. Epidemic spreading in communities with mobile agents[J]. *Physica A*, 2009, 388: 1228.
- [100] ZHOU J, LIU Z H. Epidemic spreading in complex networks[J]. *Frontiers of Physics in China*, 2008, 3: 331.
- [101] ZHOU J, LIU Z H, LI B W. Influence of network structure on rumor propagation[J]. *Physics Letters A*, 2007, 368(6): 458-463.
- [102] CELLAI D, LOPEZ E, ZHOU J, et al. Percolation in multiplex networks with overlap[J]. *Physical Review E*, 2013, 88(5): 052811.
- [103] CHUNG N N, CHEW L Y, ZHOU J, et al. Impact of edge-removal on the centrality betweenness of the best spreaders[J]. *Europhysics Letters*, 2012, 98(5): 58004.
- [104] PARKASH B A, TONG H, VALLER N, et al. Virus propagation on time-varying networks: Theory and immunization algorithms[C]// Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases. Berlin, Germany: Springer, 2010: 99-114.
- [105] SANATKAR M R, WHITE W N, NATARAJAN B, et al. Epidemic threshold of an SIS model in dynamic switching networks[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2016, 46(3): 345-355.
- [106] VALLER N C, PARKASH B A, TONG H, et al. Epidemic spread in mobile Ad Hoc networks: Determining the tipping point[C]// Proceedings of 10th International IFIP TC 6 Networking Conference. Valencia, Spain: Springer, 2011: 266-280.
- [107] ISHIKAWA S, TATEYA I, HAYASAKA T, et al. Epidemics scenarios in the "romantic network"[J]. *PLoS ONE*, 2012, 7(11): e49009.
- [108] PERRA N, GONÇALVES B, PASTOR-SATORRAS R, et al. Activity driven modeling of time varying networks[J]. *Scientific Reports*, 2012, 2: 469.
- [109] STARNINI M, PASTOR-SATORRAS R. Topological properties of a time-integrated activity driven network[J]. *Physical Review E*, 2013, 87(6): 062807.
- [110] STARNINI M, PASTOR-SATORRAS R. Temporal percolation in activity driven networks[J]. *Physical Review E*, 2014, 89(3): 032807.
- [111] LIU S Y, BARONCHELLI A, PERRA N. Contagion dynamics in time-varying metapopulation networks[J]. *Physical Review E*, 2013, 87(3): 032805.
- [112] KOTNIS B, KURI J. Stochastic analysis of epidemics on adaptive time varying networks[J]. *Physical Review E*, 2013, 87(6): 062810.
- [113] PERRA N, BARONCHELLI A, MOCANU D. Random walks and search in time-varying networks[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(23): 238701.
- [114] GAUVIN L, PANISSON A, CATTUTO C, et al. Activity clocks: Spreading dynamics on temporal networks of human contact[J]. *Scientific Reports*, 2013, 3: 3099.
- [115] HOLME P, MASUDA N. The basic reproduction number as a predictor for epidemic outbreaks in temporal networks[J]. *PLoS ONE*, 2015, 10(3): e0120567.
- [116] MYERS S A, ZHU C, LESKOVEC J. Information diffusion and external influence in networks[C]// Proceedings of the 18th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. [S.l.]: ACM, 2012: 33-41.
- [117] LAMBIOTTE R, TABOURIER L, DELVENNE J C. Burstiness and spreading on temporal networks[J]. *The European Physical Journal B*, 2013, 86: 320.
- [118] VAZQUEZ A, RACZ B, LUKACS A, et al. Impact of non-Poissonian activity patterns on spreading processes[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 98(15): 158702.
- [119] MIN B, GOH K I, VAZQUEZ A. Spreading dynamics following bursty human activity patterns[J]. *Physical Review E*, 2011, 83(3): 036102.
- [120] MIN B, GOH K I, KIM I M. Suppression of epidemic outbreaks with heavy-tailed contact dynamics[J]. *Europhysics Letters*, 2013, 103(5): 50002.
- [121] KARSAI M, KIVELA M, PAN R K, et al. Small but slow world: How network topology and burstiness slow down spreading[J]. *Physical Review E*, 2011, 83(2): 025102.
- [122] ROCHA L E C, LILJEROS F, HOLME P. Simulated epidemics in an empirical spatiotemporal network of 50,185 sexual contacts[J]. *PLoS Computational Biology*, 2011, 7(3): e1001109.
- [123] ROCHA L E C, BLONDEL V D. Bursts of vertex activation and epidemics in evolving networks[J]. *PLoS Computational Biology*, 2013, 9(3): e1002974.
- [124] TAKAGUCHI T, MASUDA N, HOLME P. Bursty communication patterns facilitate spreading in a threshold-based epidemic dynamics[J]. *PLoS ONE*, 2013, 8(7): e68629.
- [125] IRIBARREN J L, MORO E. Impact of human activity patterns on the dynamics of information diffusion[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(3): 038702.
- [126] IRIBARREN J L, MORO E. Branching dynamics of viral information spreading[J]. *Physical Review E*, 2011, 84(4): 046116.
- [127] CUI A X, WANG W, TANG M, et al. Efficient allocation of heterogeneous response times in information spreading process[J]. *Chaos*, 2014, 24: 033113.
- [128] LIU S, PERRA N, KARSAI M, et al. Controlling contagion processes in time-varying networks[EB/OL]. (2013-09-26). <http://arxiv.org/abs/1309.7031>.
- [129] COHEN R, HAVLIN S. Complex networks: Structure, robustness and function[M]. Cambridgeshire: Cambridge University Press, 2010.
- [130] MIRITELLO G. Temporal patterns of communication in social networks[M]. Berlin: Springer, 2013.
- [131] MIRITELLO G, MORO E, LARA R. Dynamical strength of social ties in information spreading[J]. *Physical Review E*, 2011, 83(2): 045102.
- [132] YANG Z, CUI A X, ZHOU T. Impact of heterogeneous

- human activities on epidemic spreading[J]. *Physica A*, 2011, 390(23-24): 4543-4548.
- [133] ZHAO Z D, LIU Y, TANG M. Epidemic variability in hierarchical geographical networks with human activity patterns[J]. *Chaos*, 2012, 22: 023150.
- [134] KARSAI M, KIVELÄ M, PAN R K, et al. Small but slow world: How network topology and burstiness slow down spreading[J]. *Physical Review E*, 2011, 83(2): 25102.
- [135] 郭进利, 汪丽娜. 幂律指数在1与3之间的一类无标度网络[J]. *物理学报*, 2007, 56(10): 5635-5639.
GUO Jin-li, WANG Li-na. A class of scale free networks with power law exponent between 1 and 3[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(10): 5635-5639.
- [136] KARRER B, NEWMAN M E J. Message passing approach for general epidemic models[J]. *Physical Review E*, 2010, 82(1): 016101.
- [137] MIEGHEM P V, BOVENKAMP R V D. Non-markovian infection spread dramatically alters the Susceptible-Infected-Susceptible epidemic threshold in networks[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(10): 108701.
- [138] CATOR E, BOVENKAMP R V D, MIEGHEM P V. Susceptible-infected-susceptible epidemics on networks with general infection and cure times[J]. *Physical Review E*, 2013, 87(6): 062816.
- [139] BOGUÑÁ M, LAFUERZA L F, TORAL R, et al. Simulating non-markovian stochastic processes[J]. *Physical Review E*, 2014, 90(4): 042108.
- [140] LAMBIOTTE R, SALNIKOV V, ROSVALL M. Effect of memory on the dynamics of random walks on networks[J]. *Journal of Complex Networks*, 2014, 3(2): 177-188.
- [141] SALATHÉ M, VU D Q, KHANDELWAL S, et al. The dynamics of health behavior sentiments on a large online social network[J]. *EPJ Data Science*, 2013, 2(1): 1-12.
- [142] KARSAI M, KASKI K, KERTESZ J. Correlated dynamics in egocentric communication networks[J]. *PLoS ONE*, 2012, 7(7): e40612.
- [143] SONG C, WANG D, BARABASI A L. Connections between human dynamics and network science[EB/OL]. (2013-04-08). <http://arxiv.org/abs/1209.1411>.
- [144] SUN L, AXHAUSEN K W, LEE D H, et al. Understanding metropolitan patterns of daily encounters[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2013, 110(34): 13774-13779.
- [145] MIRITELLO G, LARA R, CEBRIAN M, et al. Limited communication capacity unveils strategies for human interaction[J]. *Scientific Reports*, 2013, 3: 1950.
- [146] MIRITELLO G, LARA R, MORO E. Time allocation in social networks: Correlation between social structure and human communication dynamics[J]. *Chapter Temporal Networks Part of the series Understanding Complex Systems*, 2013: 175-190.
- [147] BAGROW J P, BROCKMANN D. Natural emergence of clusters and bursts in network evolution[J]. *Physical Review X*, 2013, 3(2): 021016.
- [148] KARSAI M, PERRA N, VESPIGNANI A. Time varying networks and the weakness of strong ties[J]. *Scientific Reports*, 2014, 4: 4001.
- [149] ODOR G. Slow, bursty dynamics as a consequence of quenched network topologies[J]. *Physical Review E*, 2014, 89(4): 042102.
- [150] DOMENICO M D, SOLE-RIBALTA A, COZZO E, et al. Mathematical formulation of multilayer networks[J]. *Physical Review X*, 2013, 3(4): 041022.

编辑 蒋晓