

# 基于三角形变换的中国城市空间分布与区域关联分析

刘攀<sup>1</sup>, 韩筱璞<sup>1\*</sup>, 吕琳媛<sup>2,1</sup>

(1. 杭州师范大学阿里巴巴复杂科学研究中心 杭州 311121; 2. 电子科技大学基础与前沿研究院 成都 610054)

**【摘要】**本文提出一种基于三角形变换的方法,对中国城市的空间分布结构进行了实证分析研究。这一方法将所观察的城市和其周边满足某一条件的3个近邻城市的地理位置,映射到一个标准正三角形空间上,并统计各个所观察城市在映射三角形中的位置分布。研究发现,城市与和它的经济规模接近的近邻城市之间的关系在映射三角形上呈现出中心聚集趋势,说明城市关系以竞争排斥为主;而与它规模相差较大的近邻城市之间,则呈现出三角分离趋势,显示出明显的协作吸引关系。通过分析,该文发现这两种趋势的转变所对应的城市GDP之比的阈值约为1.2。进一步,基于这种方法,根据城市之间的空间关系,该文提出一种经济区域的识别方法,并对中国大陆地区的经济区域进行了有效识别。该文的研究及发现对于理解城市之间的竞争与协作关系以及区域经济发展趋势预测有着一定的意义。

**关键词** 城市分布; 城市经济关系; 经济区域; 区域经济; 三角形变换; 城市系统  
**中图分类号** N94 **文献标志码** A **doi**:10.3969/j.issn.1001-0548.2019.02.022

## Spatial Distribution and Regional Correlations of Chinese Cities Based on Triangle Transition Analysis

LIU Pan<sup>1</sup>, HAN Xiao-Pu<sup>1\*</sup>, and LÜ Lin-yuan<sup>2,1</sup>

(1. Alibaba Research Center for Complexity Sciences, Hangzhou Normal University Hangzhou 311121;

2. Institute of Fundamental and Frontier Sciences, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

**Abstract** In this paper, we propose a method in the analysis of city system based on triangle transition, and empirically analyze the spatial structure of Chinese cities. This triangle transition maps the geographical location of the target city and its three neighboring cities of a certain condition to a standard equilateral triangle space. Through analyzing the position distribution of the cities in the mapping triangle, we observe the gathering effect between the neighboring cities with similar GDP, while remarkable centrifugal effect between the neighboring cities with large difference on GDP. The former implies the competitive trends, the latter shows the collaborative relationship between cities. This transition from competition to collaboration occurs at threshold 1.2 on the ratio of the two cities' GDP. Furthermore, based on this method, we propose an approach to identify economic regions, and analyze the regional economic structure of the mainland of China. These methods based on triangle transition provide a novel viewpoint to understand cities' economic competition and collaboration, as well as the trends of regional economy development.

**Key words** cities distributions; cities economic relationship; economic regions; regional economy; triangle transitions; urban system

城市作为一种典型的区域经济系统受到了研究者的长期关注。城市系统的空间结构特征存在强烈的层级性、聚集性和异速生长特性:城市人口、经济结构等往往近似幂律分布形式<sup>[1-2]</sup>,少数大城市散布于大量的中小城市之中,部分地区的城市会聚集成为大规模的都会区<sup>[3-4]</sup>;大城市的经济产出率和资源利用率相对更高,存在城市产出的超线性生长和资源消耗的亚线性生长等特性<sup>[5-7]</sup>。为了有效描述和解释城市分布的这些特性,学者从多个角度进行了

大量的研究<sup>[8-11]</sup>。其中,中心地理论(central place theory)<sup>[12-13]</sup>是具有代表性的理论框架之一。它的基本假设是基于区域经济学提出的,即城市是以提供各类服务的“中心”为基础,在理想的均匀空间中会出现以六角形为基础的稳定的中心地分布<sup>[14-17]</sup>。基于这一理论,考虑到不同类型的产业服务所需要的资源不同,所需资源要求较高的产业聚集在大的城市,因此,它在解释城市规模的层级分布和产业空间分布方面取得了巨大成功<sup>[16-17]</sup>。此外,基于这

收稿日期:2017-12-20; 修回日期:2018-03-20

基金项目:国家自然科学基金(11622538, 61673150, 61673151, 61873081); 浙江省自然科学基金(LGF18F030007, LR16A050001)

作者简介:刘攀(1990-),男,主要从事网络信息挖掘、社群结构分析和城市结构分析等方面的研究。

通信作者:韩筱璞,副教授, E-mail:xp@hznz.edu.cn

一理论框架,研究者还对城市聚集体的结构稳定性、实际城市系统的城市群识别等问题进行了分析[18-19]。

本文根据中心地理论的理想模型,提出了一种基于三角形变换的城市空间分布的分析方法,并对中国城市的空间分布进行实证统计分析。本文发现城市之间的空间位置关系,在双方经济规模异质和同质的情况下存在明显的差别,显示出城市之间存在着竞争和协作关系,而且这两种关系是随着城市经济体量关系的变化而变化的,并进一步根据该关系变化的阈值特征提出了一种新的经济区域划分方法,并识别研究了中国不同年份的经济区域特征。

### 1 数据

本文所使用的城市经济数据来自于2003年和2013年《中国区域经济统计年鉴》。该数据包含了2002年和2012年中国大陆地区绝大部分的地级城市的GDP数据和就业人口数据。其中,2002年和2012年的数据分别包含了336个和337个地级城市的信息(2012年增加了济源市的信息)。同时,本文通过维基百科(wikipedia.com)查询获得了每个城市的城区中心位置的经纬度坐标。

### 2 映射三角形分析

#### 2.1 最近邻映射三角形方法

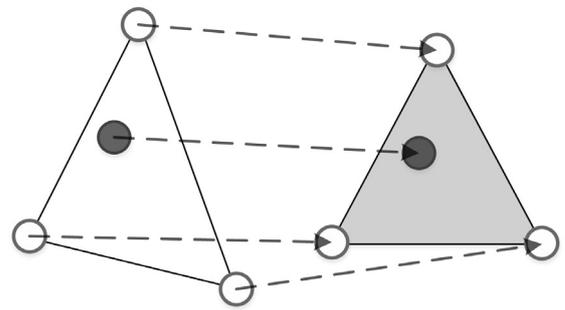
为了考察城市之间的地理关系,本文采用了文献[20]提出的三角形映射方法。这种方法可以概述为:将所观察城市的3个地理距离最近的城市,按照一定顺序所确定的方向,把这3个城市的地理位置所构成的三角形变换为正三角形,观察该城市在正三角形内的相对位置关系。这里,之所以映射到正三角形,是因为:一方面,正三角形结构是中心地理论的理想模型六边形结构的子元体系<sup>[12]</sup>;另一方面,由3个近邻城市的实际位置构成的三角形可以保证是凸的,而四边形和其他多边形变换则不能保证变换前后多边形的凸性不变;此外,三角形变换所需的近邻城市信息也是最少的,保证了分析的便利性。

采用正三角形变换,首先分析每个城市与它最近邻的3个城市之间的地理位置关系。在这种变换中,所观察城市的3个最近邻城市,按照GDP由高到低的顺序,依次投影到一个边长为1的正三角形的3个顶点(0,  $\sqrt{3}/3$ )、(-1/2,  $-\sqrt{3}/6$ )、(1/2,  $-\sqrt{3}/6$ )之上(见图1b中大三角形)。此时,这3个最近邻城市

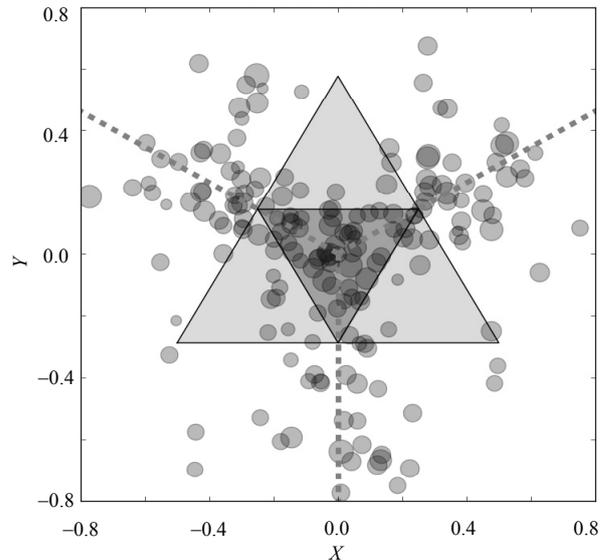
的地理位置坐标 $A_i(i = 1, 2, 3)$ 它们在和正三角形中的映射顶点位置 $A'_i$ 满足如下映射关系:

$$A_i M = A'_i$$

式中, $M$ 为坐标变换矩阵。根据这3个最近邻城市的坐标,计算得出坐标变换矩阵 $M$ ,并可得到所观察城市的在正三角形中的映射位置: $B' = BM$ ,其中 $B$ 为所观察城市的原始地理位置。这一变换过程如图1a所示,在以下的讨论中,本文将进行该变换后得到的正三角形称为映射三角形。图1a中,左侧三角形中实心圆表示所观察城市,空心圆表示3个最近邻城市的实际位置;右侧三角形为映射后的正三角形,虚线指出了各个城市在映射三角形中的相应位置。



a. 三角形映射方法示意图



b. 2012年映射三角形

图1 三角形映射方法揭示城市间地理关系

图1b展示了进行上述正三角形变换后,各个城市在映射三角形内的相对位置关系。其中,各城市在其最近邻的3个城市构成的映射三角形的相对位置分布如大三角形区域所示。数据点大小正比于该城市GDP的对数。可以发现,各个城市的相对位置并非均匀分布在映射三角形内,而是在映射三角形的中心附近,以及3边的中垂线方向上密集出现。由

于映射三角形的3顶点是该城市的3个最近邻城市的投影位置,这一特性显示出,城市往往出现在其邻近城市所圈成的间隙中心位置附近,而靠近3顶点附近的位置出现概率相对较低,这暗示着城市之间存在空间排斥效应,即相对位置过于靠近其他城市的居民点难以发展为新的城市。

本文采用在映射三角形中心三角区域(如图所示深色小三角区域)内的城市比例 $q$ 来刻画该中心集中特性。本文主要关注那些完全落入映射三角形内部的城市,因为这些城市是可以保证周边城市环绕性的非边缘地区城市。因此,以上统计量的计算只针对映射三角形内部的数据点进行统计。在图1b中,映射三角形内总的城市数为76个,其中在中心三角中的城市数为48个,其 $q$ 值为0.63。

为了检验以上特征的显著性,本文构建了零模型进行对比。该零模型在一个平面正方形空间中,均匀随机布撒 $N$ 个点,然后通过上述构建映射三角形的方法,计算每个点在由其最近邻的3个点所构成的映射三角形上的映射位置,并统计中心三角形区域的数据点比例 $q_0$ 。通过数值模拟,在 $N=337$ (2012年的城市数)的情况下,重复构建零模型 $10^4$ 次,计算得到 $q_0$ 的均值为0.45,与图1结果相比,其相应的极端情况概率(即显著性) $P_q(q_0 > q) = 0.001$ ,证明图1所显示的中心集中的统计趋势是显著的。这种在映射三角形中的中心集中趋势反映出,在不考虑经济因素时,城市的地理位置分布近似为规则分布,邻近城市之间的位置关系以相互排斥为主。

**2.2 用映射三角形方法挖掘邻近城市经济关系**

本文基于以上方法对城市经济关系进行分析。采用各城市的国民生产总值(GDP)作为经济总量的衡量指标。具体的分析方法是: 1) 设立一个阈值 $\mu$ ; 在计算最近邻三角形时, 3个角对应的城市为, 其GDP达到所观察城市GDP的 $\mu$ 倍的城市之中的3个距离最近者; 2) 把这3个城市按GDP由高到低, 以逆时针顺序映射到正三角形的3个角, 并计算出所观察城市在该映射三角形中的相对位置。此处之所以采用距离最近的GDP高于所观测城市 $\mu$ 倍的城市, 是考虑到这些距离近而且规模较大的城市, 对所观察城市可能有着较为强烈的影响。因此, 阈值 $\mu=0$ 时, 即对应前述未考虑GDP影响的最近邻映射三角形。

中心聚集现象的强弱明显依赖于阈值 $\mu$ 的大小。本文计算了在不同 $\mu$ 的取值下, 各个年份的中心三角比例 $q(\mu)$ , 并进一步对 $\mu > 0$ 的情况, 采用把所有城

市GDP值进行随机互换的方式构建零模型, 得到了不同 $\mu$ 值时的零模型的中心三角形比例 $q_0(\mu)$ 和极端情况概率 $P_q(q_0 > q)(\mu)$ 。对于给定的 $\mu$ 值, 如果 $q(\mu) > q_0(\mu)$ , 说明可能存在中心聚集趋势; 反之, 则说明城市分布更倾向于趋近映射三角形的3个角。而极端情况概率 $P_q(q_0 > q)(\mu)$ 越接近0, 这说明中心聚集趋势越显著。

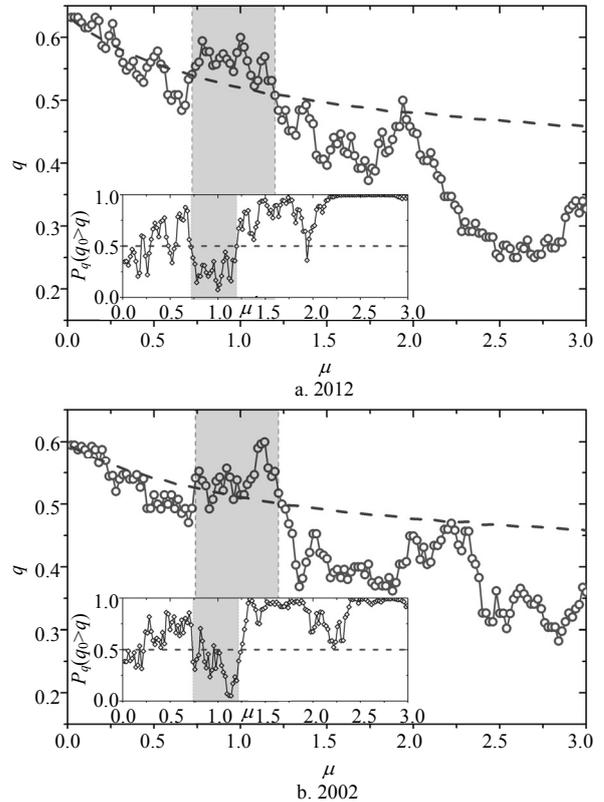


图2 2012年和2002年中心三角形内城市比例 $q$ 随阈值 $\mu$ 的变化以及与零模型比较

统计结果如图2所示。深灰色虚线为零模型的中心三角形比例 $q_0$ 随 $\mu$ 的变化; 插入图显示了相应年份的极端情况概率 $P_q(q_0 > q)$ 随 $\mu$ 的变化曲线, 其中灰色虚线表示 $P_q(q_0 > q) = 0.5$ 。灰色阴影区域指示了中心聚集趋势的存在区间, 即 $q_0$ 高于零模型预测值的区域。中心聚集趋势主要出现在 $\mu$ 接近1.0附近, 如灰色区域所示。2012年和2002年的灰色区域的区间范围基本一致, 分别是(0.72, 1.20)和(0.74, 1.22)。这一结果说明, 位置接近的规模相近的城市之间, 其经济关系以竞争排斥为主。而在 $\mu$ 值区间(0, 3]内的大部分区域并没有显露出中心聚集趋势; 相反, 向三角分离的趋势更为显著; 特别是在 $\mu > 1.5$ 时, 其大部分区域 $P_q(q_0 > q) > 0.9$ , 显露出相对强烈的三角分离趋势。这种趋势说明, 当一对邻近城市的GDP相差

较大时，它们之间的竞争排斥关系将削弱，从而更多呈现出一种相互吸引的协作关系。从竞争为主转为协作为主，这一转变所对应的两个城市GDP比的临界值，根据图2中灰色区域的上界可以得知约为1.2。这现象暗示出，近邻城市之间，随着经济差异的扩大，两近邻城市之间的经济关系有可能发生相应的转变，这一转变点出现在其比值为1.2附近。

### 3 经济区域识别

城市作为区域经济系统的基本单元，根据前文所得城市之间的协作与竞争的阈值关系，本文进一步提出了一种新的经济区域和城市层级的识别方法。

根据以上分析，本文发现，两近邻城市其经济体量比为1.2是其经济关系从竞争互斥转为协作的临界点，而这种协作关系，更可视为是较小城市对较大城市的依附。因此，基于这一阈值，可以对近邻城市之间的经济关系和所属经济区域进行识别。识别方法如图3所示，蓝色圆表示各个城市，圆的大小正比于城市的GDP，黑色箭头表示由低到高的依附关系。最大城市A处在顶级(层级1)，次大城市B和C与A相连作为第2级(层级2)，城市D的最近邻较大城市是C，但是C与D的GDP比值不满足阈值关系，因此D直接和C的上级城市A相连，而D和C构成竞争关系(浅红色箭头所示)。浅红、浅蓝、浅橙、浅紫分别指出了城市A、B、C、D的支配域。其他各个小城市因为只和上级城市相连而没有其下级城市，从而称为孤立城市，识别过程详述如下。

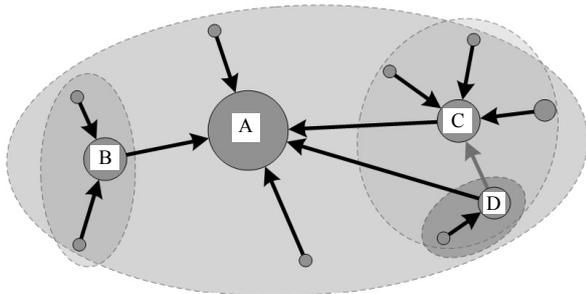


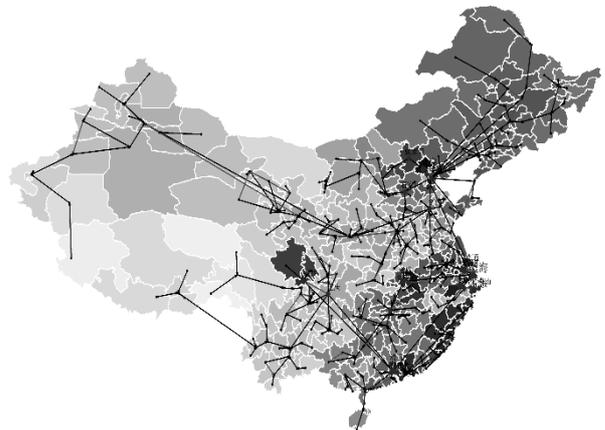
图3 城市关联网络构建过程示意图

- 1) 将全国城市，根据其GDP值，由高到低进行排序；
- 2) 根据这一顺序，每一城市与排在它前面且地理距离最近的城市连接；
- 3) 根据这两个城市的GDP比值确定城市关系，如果对于城市A和B，有 $GDP_A/GDP_B > 1.2$ ，则该连接表示两者的依附关系，即城市B依附于城市A，城市A为城市B的上级城市(如图3城市A和城市B)；反之，

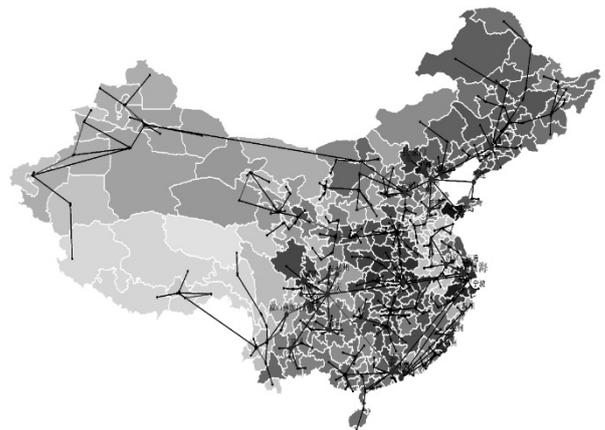
如图3城市C和城市D所示，两城市不满足 $GDP_C/GDP_D > 1.2$ ，说明两城市为竞争关系，两者处于平级位置。因此，若城市C有上级城市，城市D连接到城市C的上级城市A；若城市C没有上级城市，则城市D不进行连接。这样生成了一个以树状结构为主的都市关系网络。注意，一个城市只有一个上级城市。

4) 把每个城市及依附于它的所有下级城市识别为一个以该城市为核心的经济区域。该经济区域实际上是在树状城市关系网络中，从该城市出发的全部分支的集合，如图3所示。在以下讨论中，本文称这一区域为该城市的“支配域”，即表示该城市为该区域的经济中心。孤立城市的支配域只包含其自身。

5) 定义没有任何上级城市的城市为层级1城市，其下属城市为层级2城市，依次根据从属关系给每个城市确定其所属层级。



a. 2002年



b. 2012年

图4 中国大陆地区的城市关联网络及经济区域识别

基于以上方法，本文对2002年和2012年的中国大陆地区的经济区域进行划分，结果如图4所示。其中黑色线表示城市之间的依附关系，红色线表示竞

竞争性关系, 每个主色调表示一个层级1或层级2的城市的支配域, 并将其下每一层级的城市用其上级城市的支配域的相近色调进行表示, 这样展示出了所识别的各个经济区域。对所识别的大部分经济区域而言, 它们和传统的行政边界之间重合概率并不高, 显露出较为普遍的跨行政边界特征。

由于城市系统有着明显的自相似特征, 在各个经济区域内部, 其经济分布应该具有和宏观整体特性相似的特征。因此, 本文计算了各个城市的GDP与其支配域的总GDP之间的相关关系, 观察这种自相似特性是否存在。如果所识别的经济区域存在这种自相似特性, 则该关系应该近似为幂律。

本文分别绘出了2002年与2012年各个城市的GDP与其支配域的总GDP的散点图。如图5所示, 除了那些只有一个城市的区域(称之为孤立城市, 如图5中位于 $y=x$ 线上的点), 其他各城市( $y=x$ 线之外的点)与其支配域的GDP之间, 有着较强的正相关关系。在双对数坐标下其Pearson相关性系数分别为0.81和0.82, 分别近似满足幂指数分别为0.69和0.70的幂律。这一特征说明, 这一方法所识别的经济区域其结构上满足自相似性。

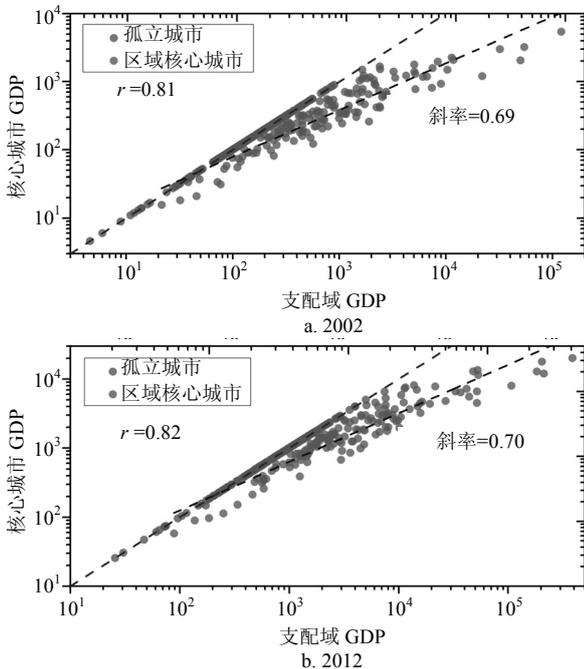


图5 双对数坐标下的2002年和2012年各核心城市GDP与其支配域总GDP的相关性

值得注意的是, 本文发现2012年各个城市的层级分布, 相对于2002年出现了明显的前移, 特别是层级3和层级4的城市数量明显高于2002年, 如图6所示。考虑到层级3和层级4的城市主要对应于中等

规模城市, 这一现象显示出, 近邻的中等规模的城市之间的经济差异存在缩小趋势, 说明中型城市在这十年间的逐步崛起使得不同规模城市的发展趋向均衡化。暗示出2012年城市之间的经济竞争相比2002年可能更为激烈。

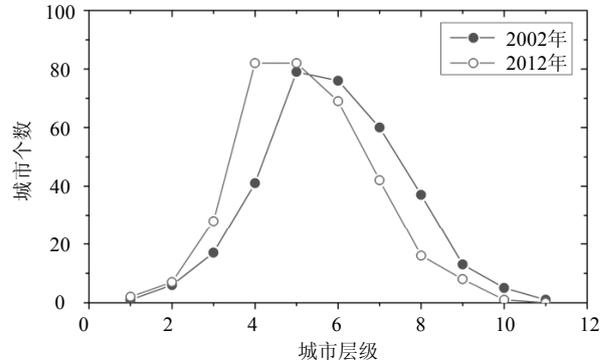


图6 2002年和2012年各层级的城市数目分布对比

### 4 结束语

本文采用三角形变换把近邻城市投影到标准化的正三角形上, 通过分析城市之间在标准正三角形上的相对位置关系, 来研究中国城市系统的地理和经济空间结构。这种三角形变换实际上是把城市之间的位置关系投影到一个标准化空间中, 从而把不同空间尺度下的不同规模不同类型的城市之间的关系可以纳入一个统一的范式下进行比较分析。并且通过三角形分析得出的城市之间的关系阈值, 进一步提出识别经济区域的方法。

本文分析了纯粹的地理位置关系和经济规模因素的空间分布特性。需要说明的是, 当引入城市经济规模因素后, 构成映射三角形3个角的城市, 往往不是被观察城市地理上的最近邻城市。当城市间GDP差别较大时, 映射三角形的3个角对应城市的空间位置可能相距甚远。在这种情况下, 所观察到的显著的统计特性, 说明城市体系中存在有显著的长程影响, 特别存在于较大的城市之间。

基于这种三角形变换方法, 本文在城市系统中所观察到的主要现象有: 1) 城市与其最近邻城市之间, 在映射三角形上显露出明显的中心聚集现象, 暗示最近邻城市间以竞争排斥作用为主; 2) 城市与近邻的经济规模接近的城市之间存在中心聚集, 说明其关系以竞争排斥为主, 而与近邻规模相差较大的城市, 在映射三角形上呈现三角分离, 显示出较强的协作吸引趋势; 3) 这种从竞争排斥趋势向协作吸引趋势的转变, 所对应的城市GDP之比的阈值在1.2左右。根据这一城市关系阈值, 本文进一步构建

出城市关联树, 识别出各个经济区域及其关联关系, 并揭示了2002年~2012年间不同规模的城市的宏观发展趋势。

另一个值得注意的问题是, 在多种类型的社会经济复杂系统中, 个体之间的竞争与协作往往是同时存在的<sup>[21-22]</sup>。而在城市系统中所观察到的这一依赖于双方体量之比的转变阈值, 有可能也存在于其他类型的社会系统中, 特别是大量的同时存在着竞争与合作的社会系统, 如各类社会协作网络等。这一猜测, 有待进一步的研究。

综上, 本文的研究表明, 这种基于正三角形变换的相对位置分析方法, 对于挖掘同时存在竞争和协作机制的空间系统中个体之间的空间关系类型, 以及讨论其空间结构特性, 有着相当的适用性。

### 参 考 文 献

- [1] GABAIX X. Zipf's law for cities: an explanation[J]. Quarterly Journal of Economics, 1999, 114(3): 739-767.
- [2] ROZENFELD H, RYBSKI D, GABAIX X, et al. The area and population of cities: New insights from a different perspective on cities[J]. American Economic Review, 2011, 101(5): 2205-2225.
- [3] FANG C, YU D. Urban agglomeration: an evolving concept of an emerging phenomenon[J]. Landscape and Urban Planning, 2017, 162: 126-136.
- [4] MELO P C, GRAHAM D J, NOLAND R B. A meta-analysis of estimates of urban agglomeration economies[J]. Regional Science and Urban Economics, 2009, 39: 332-342.
- [5] BETTENCOURT L, LOBO J, HELBING D, et al. Growth, innovation, scaling, and the pace of life in cities[J]. Proc Natl Acad Sci, 2007, 104: 7301-7306.
- [6] BETTENCOURT L, LOBO J, STRUMSKY D. Invention in the city: Increasing returns to patenting as a scaling function of metropolitan size[J]. Res Policy, 2007, 36: 107-120.
- [7] CHEN Y. Characterizing growth and form of fractal cities with allometric scaling exponents[EB/OL]. (2010-07-04). <http://dx.doi.org/10.1155/2010/194715>.
- [8] DACEY M F. A growth process for Zipf's and Yule's city-size laws[J]. Environment and Planning A, 1979, 11(4): 361-372.
- [9] BETTENCOURT L. The origins of scaling in cities[J]. Science, 2013, 340: 1438-1441.
- [10] LI R, DONG L, ZHANG J, et al. Simple spatial scaling rules behind complex cities[J]. Nature Communications, 2017, 8: 1841.
- [11] LOUF R, BARTHELEMY M. Modeling the polycentric transition of cities[J]. Phys Rev Lett, 2013, 111: 198702.
- [12] CHRISTALLER W. Central places in southern germany[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1966.
- [13] MULLIGAN G F, PARTRIDGE M D, CARRUTHERS J I. Central place theory and its reemergence in regional science[J]. Annals of Regional Science, 2012, 48: 405-431.
- [14] HSU W-T. Central place theory and city size distribution [J]. The Economic Journal, 2012, 122: 903-932.
- [15] WHITE R W. Dynamic central place theory: Results of a simulation approach[J]. Geographical Analysis, 2010, 9(3): 226-243.
- [16] TAYLOR P J, HOYLER M, VERBRUGGEN R. External urban relational process: Introducing central flow theory to complement central place theory[J]. Urban Studies, 2010, 47: 2803-2818.
- [17] OPENSHAW S, VENERIS Y. Numerical experiments with central place theory and spatial interaction modelling[J]. Environment and Planning A, 2003, 35(8): 1389-1403.
- [18] FANG C, SONG J, SONG D. Stability of spatial structure of urban agglomeration in China based on central place theory[J]. Chinese Geographical Science, 2007, 17(3): 193-202.
- [19] SMITH J W, FLOYD M F. The urban growth machine, central place theory and access to open space[J]. City, Culture and Society, 2013, 4: 87-98.
- [20] LIU P, HAN X-P, LÜ L. Triangle-mapping analysis on spatial competition and cooperation of chinese cities[EB/OL]. [2017-05-12]. <https://arxiv.org/abs/1801.00641>.
- [21] TUROK I. Cities, regions and competitiveness[J]. Regional Studies, 2004, 38: 1069-1083.
- [22] KAPOOR R, LEE J M. Coordinating and competing in ecosystems: How organizational forms shape new technology investments[J]. Strategic Management J, 2013, 34(3): 274-296.

编辑 蒋 晓