

# 数字化处理中的两种量化现象及其影响

周渭\*, 葛肖霞, 李智奇, 董绍锋, 刘海东

(西安电子科技大学机电工程学院 西安 710071)

**【摘要】**在周期性信号数字化测量比对中,除A/D量化误差以外还存在取决于两比对信号频率关系的量化相移步进误差。通过分析两种量化误差的产生原因及相互关系,该文提出了利用两种误差的相辅相成关系来量化误差分辨率的稳定性以及影响,在数字化处理中采用边沿处理技术,能有效地抑制量化误差。实验表明,在10 bit A/D采样分辨率下,测量分辨率较原有A/D测量分辨率提高了一个数量级甚至更高。该方法可以在频率、相位等参数的精密测量、控制中发挥重要作用。

**关键词** 边沿处理; 数字化; 量化误差; 分辨率稳定性

**中图分类号** TM935 **文献标志码** A **doi**:10.3969/j.issn.1001-0548.2019.04.002

## Two Quantization Phenomenas and Their Effects on Application of Digital Processing

ZHOU Wei\*, GE Xiao-xia, LI Zhi-qi, DONG Shao-feng, and LIU Hai-dong

(School of Mechano-Electronic Engineering, Xidian University Xi'an 710071)

**Abstract** In the digital measurement comparison of periodic signal, there exists a quantization phase step error that depends on the frequency relationship of the two comparison periodical signals, besides the A/D quantization error. The cause and relation of the two quantization errors are analyzed in this paper. And a new method which can reduce quantization error is then presented by utilizing the relationship of two errors, the resolution stability with influence of quantization error, and the border technology in digital processing. The experiments show that measurement resolution can reach higher level using an A/D of 10 bit. Compared with the A/D resolution, the result can improve one magnitude. This method can play an important role in precision measurement and control about frequency, phase and other periodical parameters.

**Key words** border processing; digitization; quantization error; resolution stability

数字化的测量技术因为其便于处理、存储、传输等优势而在众多领域得到了广泛的发展,许多信号的测量也逐渐从传统的模拟方式转变到数字方式。对于周期性信号来说,数字化的方法具有较高的相位处理分辨率,可用于频率、相位噪声等参数的精密测量。传统的测频方法有:多周期同步、相位重合检测、双混时差等<sup>[1-2]</sup>。这些方法大多基于模拟线路,需要信号调理以及复杂的频率变换等环节,测量线路复杂,容易受到外部噪声的影响。目前美国Symmetricom公司生产的5125、3120A等主流测试设备就是传统测量方法在数字背景下的实现和进步,利用A/D将被测信号转换为数字量后,通过数字信号处理实现测量<sup>[3-4]</sup>。

对于数字化的处理方法,大家普遍的认识是A/D转换原理不可避免地导致量化误差,难以消除。

为了保证较高的精度,设计或测量中往往采用位数较高或性能更好的模数转换器件<sup>[5]</sup>。但单纯依赖器件本身来换取高指标,不仅精度提升的空间有限,而且在实际中又受到转换速率、信号带宽等条件的限制而难以应用。在周期性信号的测量中存在着另一种量化现象,它以两比对信号量化相移为步进,步进值的大小与两个信号的频率关系相关。本文详述了数字测量中两种量化误差的特性及相互关系,提出结合相应的处理技术,在时钟游标关系下应用边沿效应<sup>[6-7]</sup>,可有效抑制量化误差的影响,提高测量精度,这对于周期性信号参数的高精度测量具有重要的参考价值。

### 1 量化相移步进

两个任意频率信号间的相位差变化可以用最小

收稿日期: 2017-02-16; 修回日期: 2018-12-07

基金项目: 国家自然科学基金(11773022)

作者简介: 周渭(1946-),男,博士,教授,主要从事精密时频测控、原子钟和卫星导航等方面的研究。E-mail: wzhou@xidian.edu.cn

公倍数周期、最大公因子频率、等效鉴相频率、量化相移分辨率等概念来描述<sup>[8-10]</sup>:

$$\begin{cases} f_1 = Af_{\max c} \\ f_2 = Bf_{\max c} \\ f_{\text{equ}} = ABf_{\max c} = \frac{1}{\Delta T} \end{cases} \quad (1)$$

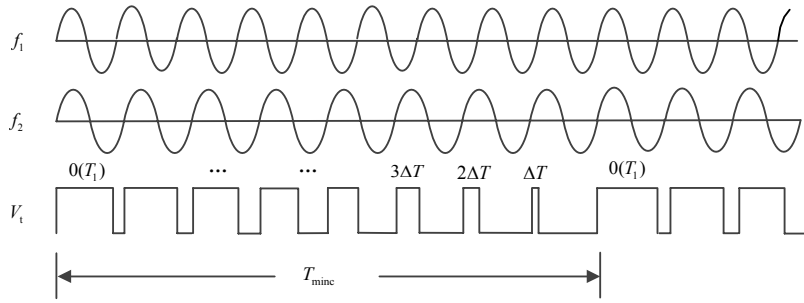
式中,  $f_1$  和  $f_2$  分别是两个比对信号的频率;  $A$ 、 $B$  为两个互素的整数;  $f_{\max c}$  是最大公因子频率;  $f_{\text{equ}}$  是等效鉴相频率;  $\Delta T$  是量化相移分辨率。比对信号的相位差  $V_i$  以  $T_{\min c}$  为周期变化, 如图1所示。其中,  $T_{\min c}$  是两个比对信号的最小公倍数周期, 也是  $f_{\max c}$  对应的周期值。

可以证明, 无论两个频率值关系如何, 将  $T_{\min c}$  中的相位差排序后都可以类比为 一个等差数列<sup>[11]</sup>, 各相位差  $\theta_i$  可表示为:

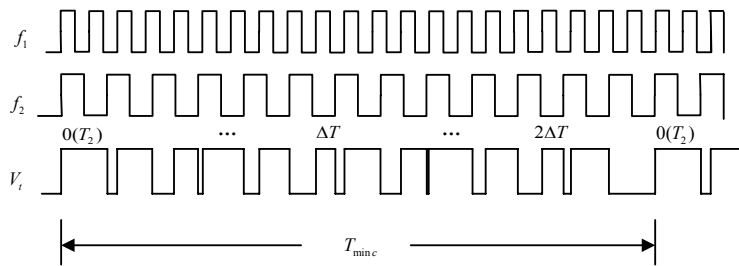
$$\theta_i = \theta_0 + k\Delta T \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (2)$$

式中,  $\theta_0$  为初始相位差;  $\theta_i$  对应的范围是  $0 \sim 2\pi$ 。因此量化相移步进值  $\Delta T$  本质上是一种量化现象的体现。 $\Delta T$  对应的频率  $f_{\text{equ}}$  远大于这两个比对信号的频率, 它是对两个信号之间相互的相位、频率关系的更高分辨率的反映<sup>[12]</sup>。因此结合  $\Delta T$  这一量化特征的测量可以得到高的分辨率, 它的大小取决于两个信号的频率关系。类似于 A/D 中的量化效应, 在频率测量和处理中  $\Delta T$  带来的量化误差也是不可完全消除的。

由图1a可以看出, 当两个信号的频率关系特殊时,  $T_{\min c}$  相位差是单调变化的, 表现为时钟游标的关系。在数字方法中, 这体现为采样位置在被测波形上的单方向移动, 如图2所示, 也反映出采样电压与相位值之间存在对应关系, 可以获得以数字代表的连续量化的相位差信息。



a. 频率呈倍数并有微小偏差关系



b. 任意频率关系

图1 两个周期性信号的相位比对

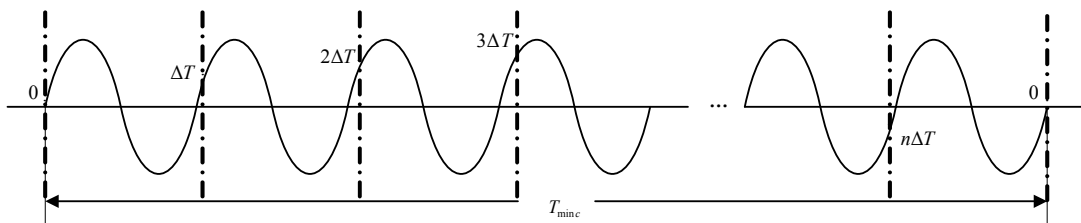


图2 频率标称值相同信号间的电压采集示意图

本文讨论的  $\Delta T$  不同于传统方法中的量化相移, 它是完全基于数字背景下的量化分析, 利用采样值反映相位的特点。图3为周期性信号的数字化测量框

图。经过前端处理后, 对被测信号直接采样。图a是用单个 A/D 时, 参考信号作为时钟直接采集被测信号; 图b是两个 A/D 的情况下参考和被测信号共用

一个时钟。采样值与相位差相互对应, 因此在数字化处理中就可以利用周期性出现的几乎完全相同的某一固定的采样点(相位差值)作为测量闸门开关的标志, 这样可以实现闸门与两个信号严格的多周期同步, 消除传统方法中±1的计数误差。

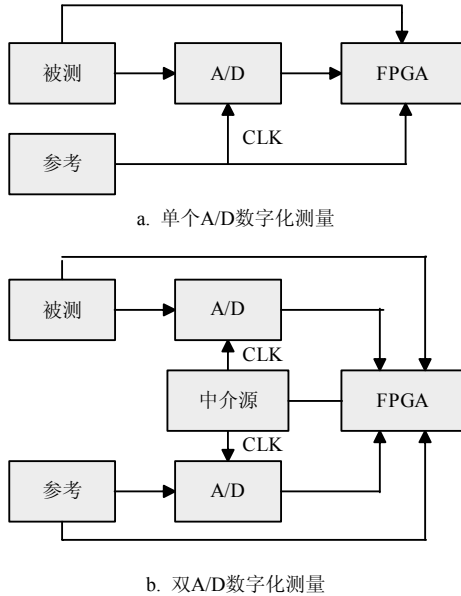


图3 周期性信号的数字化测量方法

通过判断A/D采集数据的过零点产生一个数字的计数闸门, 在此闸门内对参考信号和被测信号计数(FPGA完成), 最终结合式(3)可以得到被测信号的频率<sup>[13]</sup>:

$$\frac{N_x}{f_x} + \Delta\delta = \frac{N_o}{f_o} \quad (3)$$

式中,  $f_o$ 、 $f_x$  分别是参考信号与被测信号的频率;  $N_o$ 、 $N_x$  分别是在测量闸门时间内参考信号与被测信号的计数值;  $\Delta\delta$  是闸门信号与参考、被测信号不同步而导致的误差。

## 2 两种量化误差的比较

频率测量精度取决于计数闸门与两路信号的同步状态, 采用某一固定点来开关闸门, 需要考虑两种量化误差对精度的影响。通常  $\Delta T$  越小代表测量分辨率越高, 因此在实验中选择有特殊关系的频率得到较小的  $\Delta T$ , 但是这样会限制频率的测量范围。A/D的量化作用是对于信号随着周期性  $\Delta T$  的步进变化的区分能力, A/D的量化误差与转换位数有关, 为了得到高精度可以选择较高位数的A/D, 但必须考虑到转换速率对频率测量范围的限制等因素。此外, 两种量化现象虽然各自独立, 但两种量化误差大小关系不同, 导致最终影响测量分辨率

的要素也不同。即在A/D的量化值比  $\Delta T$  的步进值更精细时, 采样数据大小与相位值是一一对应的, 此时决定测量分辨率的往往是  $\Delta T$  的步进量化影响; 当A/D的量化值比  $\Delta T$  的步进值更粗糙时, 不同相位值对应的采样值大小相等, 此时决定测量分辨率的将是A/D量化值的影响(A/D分辨率的稳定度)。这也是采用最新的A/D模拟—数字转换方法进行周期性信号间相位处理时的原则。

虽然是等时间间隔采样, 但采集的电压数据是非线性变化的, 且一般过零点所在的线性区是采集数据变化率最高的区域, 这也就意味着以过零点附近的数据作为闸门开启、关闭的标志将得到最高的测量分辨率, 即分辨率与采样点位置有关。如果选择波峰或波谷的位置作为闸门开闭的标志, 很难得到A/D量化误差小于  $\Delta T$  相位变化的情况。因此, 为了得到更高分辨率以及比较两种误差的影响, 本文主要分析过零点。调节被测模拟输入信号的电平以及时钟信号与被测信号的频率关系, 得到两种不同的量化误差关系, 在线性区可以明显发现二者的差异性。

当A/D量化比  $\Delta T$  更精密时, 即在线性区(图中放大部分)A/D可以将被测信号的相位信息精细分辨出来, 如图4所示, 相位与采样值一一对应。

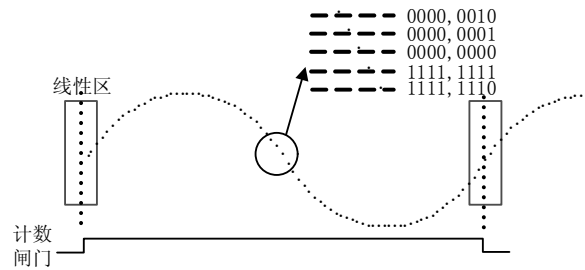


图4 A/D量化误差比相位步进  $\Delta T$  精细

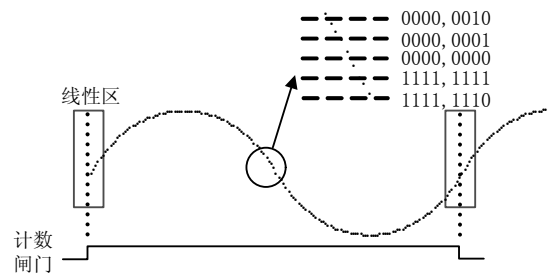


图5 相位步进  $\Delta T$  比A/D量化误差精细

$\Delta T$  比A/D量化更精密时, 如图5所示, 即使在线性区也很难从采样数据中得到唯一的相位信息, 即很难捕捉到理想的相位零点, 最终的结果是同一个采样值重复出现多次, 即需要经过多个采样周期, A/D采样值才能够发生跳变。图4和图5的采样值分

别是在各自一个最小公倍数周期内得到的离散值,是大量采样时钟下的集中表现。

通过比较图4与图5,可以发现以相位零点作为闸门开关的标志,两种量化误差大小关系不同时,闸门作用的时间不同,测量分辨率也不同。与传统的利用门电路判断相位重合的方法相比,数字采样的方法更加灵活。但最终决定闸门开关的仍然是信号间的相位关系。

采样结果存在两种量化误差,受噪声影响会导致多个递进排列的模糊区,模糊区的形式与两种量化误差的关系相关。跳变边沿衔接相邻的模糊区,边沿的稳定性取决于测量装置分辨率的稳定性,往往比分辨率本身要高很多。边沿效应的优势表现在利用的是分辨率的稳定度而非分辨率自身。

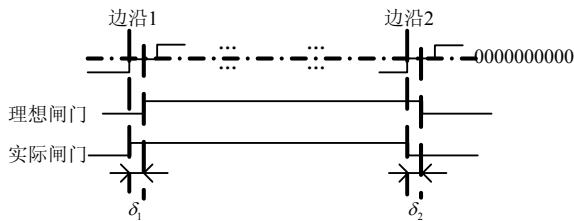


图6 边沿效应在数字化中的应用

如图6所示,分辨率有限导致采样值是类似“台阶”步进,在边沿位置信号处于量化过渡状态。图中开关处的两个边沿各存在 $\delta_1$ 与 $\delta_2$ 的误差,误差大小与分辨率有关;而稳定度体现为 $\delta_1$ 与 $\delta_2$ 的微小

差值。通过捕捉边沿产生测量闸门,可大大提高闸门与相位的同步性,最终误差 $\Delta\delta$ 取决于分辨率的稳定度, $\Delta\delta$ 远小于 $\delta_1$ 与 $\delta_2$ 的值。因此利用边沿效应能够有效抑制量化误差的影响,提高测量精度。

### 3 实验

为了验证上述两种量化现象,并分析抵消量化误差影响的方法,使用罗德施瓦茨SMB100A与泰克AFG3101C信号发生器及凌力尔特公司的10位A/D-LTC2288进行实验。在校对情况下,OSA公司的恒温晶振8607输出的10 MHz作为公共参考基准信号,用来锁定SMB100A(输出A/D时钟信号)与AFG3101C(输出被测频率信号)。在互比情况下,5 MHz与10 MHz的两个恒温晶振分别作为SMB100A与AFG3101C的参考基准。调整被测信号频率,以周期出现的过零点为计数标志,计数值反映被测频率值。实验结果如表1所示,稳定度由阿伦方差获得<sup>[14]</sup>。

当被测频率 $f_x=10.000\ 001$  MHz时,与10 MHz参考信号的量化相移分辨率是0.01ps,等效鉴相频率是100 THz。由于信号发生器与测量线路噪声的影响,理论精度难以达到。测量结果与比对信号关系有关,其提高受限于两比对信号间量化相移误差的限制,在比对信号相同条件下互比结果普遍比自校低近一个量级,这与实际情况相符。

表1 自校与互比结果

$f_0$ / MHz	$f_x$ / MHz	$\Delta T$ / fs	$f_{\text{equ}}$ / THz	A/D分辨率/ps	频率稳定度 (自校)	频率稳定度 (互比)
10.000 000	10.000 000 1	0.999 999 99	1 000.000 01	97.656 249	$6.66 \times 10^{-14}$ (间隔10 s)	$7.22 \times 10^{-13}$ (间隔10 s)
10.000 000	10.000 001	9.999 999 00	100.000 01	97.656 240	$1.25 \times 10^{-12}$ (间隔1 s)	$6.58 \times 10^{-12}$ (间隔1 s)
10.000 000	10.000 010	99.999 900 0	10.000 01	97.656 152	$1.23 \times 10^{-11}$ (间隔1 s)	$1.00 \times 10^{-10}$ (间隔1 s)
10.000 000	10.000 100	999.990 000	1.000 01	97.655 273	$3.92 \times 10^{-10}$ (间隔1 s)	$1.18 \times 10^{-10}$ (间隔1 s)
10.000 000	20.000 001	4.999 999 75	200.000 01	48.828 122	$9.34 \times 10^{-13}$ (间隔1 s)	$3.36 \times 10^{-12}$ (间隔1 s)
10.000 000	16.384 000	24 414.062 5	0.040 96	59.604 645	$6.48 \times 10^{-7}$ (间隔1 s)	$9.81 \times 10^{-7}$ (间隔1 s)
10.000 000	10.210 000	97 943.192 9	0.010 21	95.647 649	$2.16 \times 10^{-6}$ (间隔1 s)	$5.42 \times 10^{-6}$ (间隔1 s)
10.000 000	10.210 010	97.943 097 0	10.210 01	95.647 556	$3.11 \times 10^{-10}$ (间隔1 s)	$6.27 \times 10^{-10}$ (间隔1 s)

如果两个信号的频率呈倍数且存在微小偏差(如表1中的前5个频点),在时钟游标关系下,采集点呈规律变化,可以发现模糊区的边沿。利用10 bit A/D测量10 MHz信号,理论测量分辨率在-10量级左右。对于10.000 001 MHz信号,在互比情况下秒级稳定度得到 $6.58 \times 10^{-12}$ 的结果,这说明结合数字化边沿处理技术,分辨率可以提高一个量级以上。实验表明合理利用A/D分辨率的稳定度,测量结果会高出分辨率本身数百倍。当信号间频率关系任意(如表1中的后3个频点),采集数字量的变化毫无规律性,难

以捕捉边沿状态。受限于A/D分辨率,测得精度较低。因此,为了应用边沿效应抑制量化误差,常常要通过信号处理,将时钟频率转换到特殊关系下。

最近这种数字处理的方法也在频率控制方面获得了应用,取得了和单独测量所不同的效果。由此,认识到在测量状态下参考和被测这两个独立的信号之间相位状态具有明显的随机性,所以前面分析的 $\Delta T$ 作为一种误差源正是按照周期步进、多周期组合产生的,是客观存在的。但是在目前应用更广泛的频率变换和控制方面,尤其是 $\Delta T$ 值本身就比较大的

情况下, 则有可能通过控制的环节并发挥A/D转换器相对高的分辨率, 使得对于被控振荡器锁定在 $\Delta T$ 的相位量化步进的边沿处, 因此同步的精度得到进一步的提高。例如, 10 MHz和10.23 MHz信号之间的 $\Delta T$ 的值只能达到0.1 ns左右, 但是通过控制和调节, 使得信号间的同步精度达到5 ps左右, 保证了被控制信号的频率稳定度。

进一步的数字处理可以提高测量精度, 但一般情况下难以超越 $\Delta T$ 自身。使用更高位数的A/D会得到更高的测量分辨率, 但需要考虑外部干扰噪声以及A/D自身噪声的影响, 量化相移步进将隐藏于采样数据中, 此时需要噪声抑制处理以及对算法将边沿信息提取出来。相比Symmetricom 3120A和5125利用的数字化的双混时差测量技术, 本实验利用的是直接数字采集的结果, 通过数字化的相检宽带测频技术与边沿处理相结合, 噪声及A/D量化等限制在后期的数据处理过程中得到明显的改善。

## 4 结束语

本文分析了在数字化处理中存在的两种量化误差, 并提出了利用边沿效应的处理方法。A/D量化误差取决于器件本身, 相位步进量化误差与比对信号频率关系相关, 二者相互独立, 大小关系不同, 分析方法也不一样。但两者都属于原理性误差, 在实体的线路和装置中会体现出来共同制约精度的提高。虽然误差不可避免, 但在一定条件下结合边沿效应, 误差得到抑制, 分辨率可以提高一个量级以上。边沿效应的特点在于利用装置分辨率的高稳定度提高测量精度, 这种分析和处理方法在频率、相位、瞬态稳定度、交流信号波形等参数的精密测量、控制中发挥重要作用。对两种量化误差的深入分析, 有利于从根本上理解数字化测量, 打破传统的对量化误差的认知, 找到抑制量化误差的方法, 为数字化的处理方法提供新的途径。

## 参 考 文 献

[1] 白丽娜, 周渭, 惠新明, 等. 频率标准瞬态稳定度的精密测量[J]. 西安电子科技大学学报, 2014, 41(2): 102-104.  
BAI Li-na, ZHOU Wei, HUI Xin-ming, et al. Precise measurement of the transient stability of frequency standards[J]. Journal of Xidian University, 2014, 41(2): 102-104.

[2] 张爱敏, 王伟波, 宁大愚, 等. 双混时差测量系统不确定度的分析与验证[C]//2009年时间频率学术会议论文集. 成都: [s.n.], 2009: 355-359.

ZHANG Ai-min, WANG Wei-bo, NING Da-yu, et al. Uncertainty analysis and verification of double mixing time measurement system[C]//Proceedings of the 2009 AcA/Demic Conference on Time and Frequency. Chengdu: [s.n.], 2009: 355-359.

[3] GROVE J, HEIN J, RETTA J, et al. Direct-digital phase noise measurement[C]//Proceedings of the 2004 IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition. [S.l.]: IEEE, 2004: 287-291.

[4] SYMMETRICOM. Symmetricom 3120A high-performance phase noise test probe user guide[M]. [S.l.]: Symmetricom, 2012: 24-29.

[5] 王玉永, 曾云, 金湘亮, 等. 模数转换技术及其发展趋势[J]. 半导体技术, 2003, 28(8): 7-10.  
WANG Yu-yong, ZENG Yun, JIN Xiang-liang, et al. Analog to digital technics and their development trends[J]. Semiconductor Technology, 2003, 28(8): 7-10.

[6] ZHOU Wei, LI Zhi-qi, BAI Li-na, et al. Verification and application of the border effect in precision measurement [J]. Chinese Physics Letters, 2014, 31(10): 22-25.

[7] BAI Li-na, SU Xin, ZHOU Wei, et al. On precise phase difference measurement approach using border stability of detection resolution[J]. Review of Scientific Instruments, 2015, 86(1): 79.

[8] ZHOU Wei. The greatest common factor frequency and its application in the accurate measurement of periodic signals [C]//Proceedings of the 1992 IEEE International Frequency Control Symposium. [S.l.]: IEEE, 1992: 270-273.

[9] ZHOU Hui, XUAN Zong-qiang, ZHOU Wei. Approach to the frequency standard comparison based on the equivalent phase comparison frequency[J]. Electronic Science and Technology, 2004, 4: 25-27.

[10] 张雪萍, 周渭, 李智奇, 等. 周期性信号之间的相位量子特征及其应用[J]. 西安电子科技大学学报, 2012, 39(5): 181-185.  
ZHANG Xue-ping, ZHOU Wei, LI Zhi-qi, et al. Phase quantum and its application between periodic signals[J]. Journal of Xidian University, 2012, 39(5): 181-185.

[11] 周渭, 偶晓娟, 周晖, 等. 时频测控技术[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2006.  
ZHOU Wei, OU Xiao-juan, ZHOU Hui, et al. The time-frequency measurement and control technology[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2006.

[12] 陈法喜. 高分辨率时频信号处理技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010.  
CHEN Fa-xi. Research on high resolution time-frequency signal processing technology[D]. Xi'an: Xidian University, 2010.

[13] LI Zhi-qi, ZHOU Wei, CHEN Fa-xi, et al. A super-high resolution frequency standard measuring approach based on phase coincidence characteristics between signals[J]. Chinese Physics B, 2010, 19(9): 287-290.

[14] ALLAN D W, BARNES J A. A modified allan variance with increased oscillator characterization ability[C]// Proceedings of the 35th Frequency Control Symposium. [S.l.]: IEEE, 1981: 470-474.