



信道预测和天线选择空时码的 RCEE 分析

李光球*, 汪玲波, 钱 辉, 陈浩椅

(杭州电子科技大学通信工程学院 杭州 310018)

【摘要】设计瑞利块衰落信道上采用信道预测和发射天线选择 (TAS) 的正交空时分组编码 (OSTBC) 无线通信系统, 需要考虑收发天线数、发送块长、最小均方误差信道预测器长度等参数之间的折衷问题。随机编码错误指数 (RCEE) 作为一种理论分析工具, 可以有效地解决上述问题。利用 Meijer-G 函数和 Tricomi 超几何函数推导瑞利块衰落信道上采用信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线通信系统的 RCEE 解析表达式; 利用遍历容量、截止速率、删改指数等参数与 RCEE 的关系推导其解析表达式。上述性能参数的数值计算与仿真证明了理论分析的正确性。结果还表明, 采用信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线通信系统的 RCEE 大于反馈时延下 TAS/OSTBC 编码无线通信系统的 RCEE; 在低信息速率下可采用删改指数计算使用信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统所需的编码长度。

关键词 信道预测; 截止速率; 遍历容量; 删改指数; 正交空时分组码; 随机编码错误指数; 发射天线选择
中图分类号 TN911.2 **文献标志码** A **doi**:10.12178/1001-0548.2018241

RCEE Analysis of Wireless Communication Systems with TAS/OSTBC on Rayleigh Block Fading Channel

LI Guang-qi*, WANG Ling-bo, QIAN Hui, and CHEN Hao-yi

(School of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University Hangzhou 310018)

Abstract In order to design wireless communication systems with predictive transmit antenna selection (TAS) and orthogonal space-time block code (OSTBC) on Rayleigh block fading channel, the trade-off problem among the number of transmit/receive antennas, the block length, the length of minimum mean square error (MMSE) channel predictor needs to be considered. As a theoretical analysis tool, random coding error exponent (RCEE) can effectively solve the above problems. The closed-form expressions of RCEE of wireless communication systems with TAS/OSTBC on Rayleigh block fading channel are derived by using Meijer-G function and Tricomi hypergeometric function. The closed-form expressions of the relationship among RCEE and ergodic capacity, cut-off rate, expurgated exponent of the above systems are also developed. The numerical calculation and simulation results of the above performance parameters prove the correctness of the above theoretical analysis. The results also show that the RCEE of the TAS/OSTBC wireless communication system with channel prediction is larger than that of TAS/OSTBC wireless communication system under feedback delay. The required code length for the TAS/OSTBC wireless communication system can be calculated by using the expurgated exponent at the low information rate.

Key words channel prediction; cutoff rate; ergodic capacity; expurgated exponent; orthogonal space-time block code; random coding error exponent; transmit antenna selection

遍历容量、误码率、中断概率等参数常用于表征多输入多输出 (multi-input multi-output, MIMO) 无线通信系统的性能, 但它们不能用于解决 MIMO 无线系统在给定可靠性 (差错概率) 下的复杂度折衷问题。文献 [1] 提出的随机编码错误指数 (RCEE) 为解决以上问题提供了一种有效的途径, 并在 MIMO 无线通信系统^[2-6] 和无线中继系统^[7-9] 中获得

了应用。文献 [2] 首次将离散无记忆信道上的 RCEE 推广到 MIMO 衰落信道。文献 [3-6] 分别推导了瑞利乘性衰落信道、瑞利多匙孔衰落信道、Nakagami- m 衰落信道、 $\eta-\mu$ 或 $\kappa-\mu$ 衰落信道上 MIMO 无线系统或正交空时分组编码 (OSTBC) 无线系统的 RCEE、遍历容量、截止速率、删改指数的闭合表达式。文献 [7-9] 分别研究了两跳或多跳放大前传无线中继

收稿日期: 2018-09-20; 修回日期: 2019-07-14

基金项目: 浙江省自然科学基金 (LY12F01008)

作者简介: 李光球 (1966-), 男, 博士, 教授, 主要从事无线通信、信息论与编码方面的研究. E-mail: gqli@hdu.edu.cn.

系统在瑞利衰落信道、Nakagami- m 衰落信道、 $\eta-\mu$ 或 $\kappa-\mu$ 衰落信道上的 RCEE。文献 [2-6] 的研究结果只适用于接收端具有理想信道状态信息 (channel state information, CSI)、平均发射功率受限且各发射天线等功率分配的块衰落信道应用场景。然而, 在实际的无线通信系统中, 由于反馈时延等因素的影响, 往往只能使用过期的 CSI 进行译码与解调, 从而导致系统性能恶化^[10]。最小均方误差 (MMSE) 维纳信道预测器能够改善 MIMO 块衰落信道上反馈时延引起的无线系统误码性能恶化问题^[11-14]。文献 [14] 采用 MMSE 信道预测器改善发射天线选择 (TAS)/OSTBC 编码无线系统的误码性能, 但没有研究其中的收发天线数、发送块长、

MMSE 维纳滤波信道预测器长度等参数在给定传输可靠性下的实现复杂度折衷问题。本文将从 RCEE 的视角通过对 RCEE 及与之有关系的遍历容量、截止速率、删改指数等参数的推导与仿真对其进行研究。

1 系统模型

考虑如图 1 所示的时间选择性 MIMO 瑞利块衰落信道上采用信道预测和发射天线选择 (TASP)、接收端采用最大比合并 (maximal ratio combining, MRC) 和最大似然译码的 ($L_t, N; L_r$)TAS/OSTBC 编码无线系统。表 1 给出文中用到的一些系统与信道参数定义。

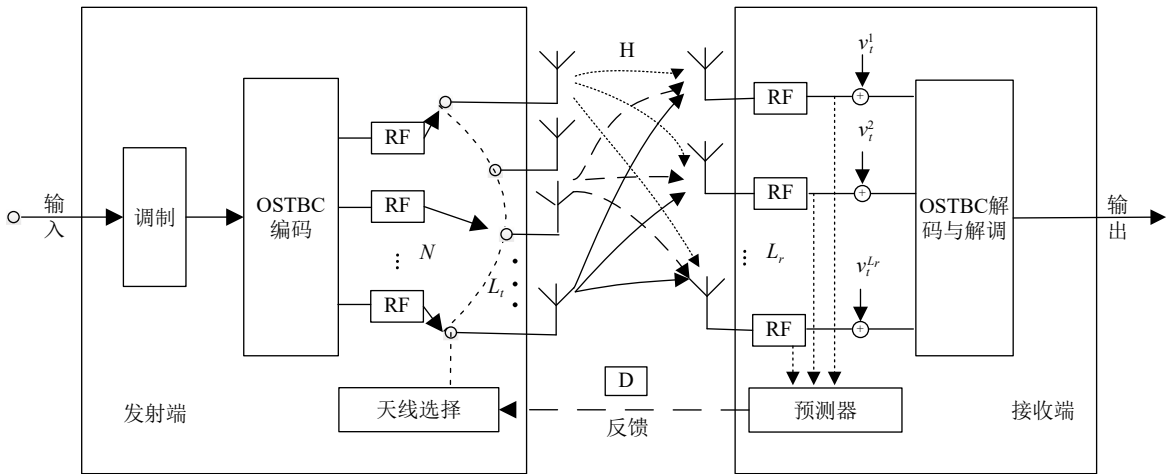


图 1 TASP/OSTBC 系统框图

表 1 系统与信道参数

参数	定义/解释
L_t	发射天线总数
L_r	接收天线数
N_c	块长
N	选择使用的发射天线数
T_s	符号周期
E_p	导频符号发射功率
f_d	多普勒频移
D	时延块数
P	平均发送功率

假定输入信号先经符号周期为 T_s 的数字调制, 之后经码率为 $R_s = M/T$ 的 OSTBC 码进行编码, 即将 M 个调制信号 OSTBC 编码成 T 个 OSTBC 符号, 最后由 L_t 根发射天线中使接收端 MRC 合并器输出信噪比为最大的 N 根天线按块发送出去, 其中 $1 \leq N \leq L_t$, 传输帧结构如图 2 所示, 其

中帧 (块) 长 $N_c = L_t + L_M T$, L_M 为正整数。每帧的前 L_t 个符号为按正交设计^[12] 的用于信道估计与预测的导频信号, 导频符号的发射功率为 E_p , 每帧的后 $(N_c - L_t)$ 个符号为 OSTBC 编码后的信号, 且 OSTBC 编码矩阵的元素为调制符号及其共轭的线性组合。

TASP/OSTBC 编码无线系统的输入与输出之间关系为:

$$\mathbf{Y} = \sqrt{\frac{P}{N}} \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{V} \quad (1)$$

式中, \mathbf{X} 、 \mathbf{Y} 、 \mathbf{H} 、 \mathbf{V} 分别为 $N \times N_c$ 维的发送信号矩阵、 $L_r \times N_c$ 维的接收信号矩阵、经天线选择后的 $L_r \times N$ 维实际信道矩阵以及 $L_r \times N_c$ 维的加性白高斯噪声矩阵。假定矩阵 \mathbf{V} 的各个元素相互独立且均服从 $\text{CN}(0, N_0)$ 分布。

考虑 N_b 个独立的相干间隔, 假定系统的发射

功率在 N 根发射天线上平均分配且在块编码长度为 $N_b N_c$ 的链路上能够实现可靠通信, 则有

$E\{\text{tr}(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)\} \leq N_c P$ 。表 2 中给出了文中用到的一些数学符号或函数定义。

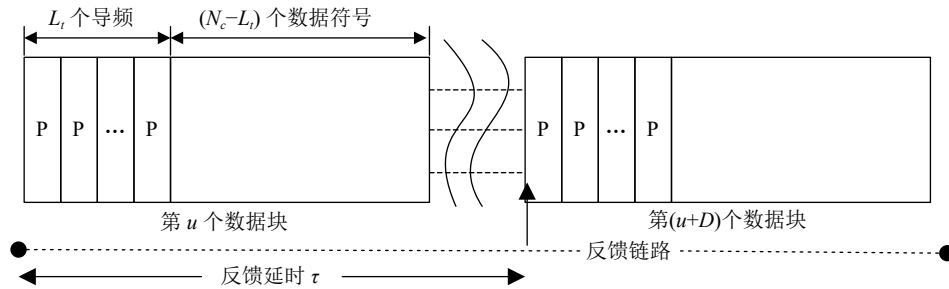


图 2 TASP/OSTBC 无线系统的传输帧结构

表 2 一些数学符号/函数的定义

符号	定义/解释
$\text{tr}(\cdot)$	矩阵求迹
$(\cdot)^*$	复共轭
$E(\cdot)$	求数学期望
$(\cdot)^H$	共轭转置
$J_0(\cdot)$	第一类零阶 Bessel 函数
$\ \cdot\ _F^2$	Frobenius 范数
$\lceil x \rceil$	大于或等于 x 的最小整数
$\tilde{\mathbf{H}}(u) \in \mathbb{C}^{L_r \times L_t}$	实际信道矩阵
$\hat{\mathbf{H}}(u+D) \in \mathbb{C}^{L_r \times L_t}$	信道预测矩阵

采用文献 [11-12] 的 Jakes 信道模型, 假定 $\tilde{\mathbf{H}}(u)$ 为第 u 个数据块的实际信道矩阵, 其元素 $\tilde{h}_{wi}(u)$ 为第 i 根发射天线到第 w 根接收天线之间的实际链路增益, 且相互独立, 均服从 $\text{CN}(0,1)$ 分布, 则 $E[\tilde{h}_{wi}(u)\tilde{h}_{wi}^*(u-\tau)] = J_0(2\pi f_d \tau)$, $\tau = DN_c T_s$ 为反馈时延; 且假定 $\tilde{\mathbf{H}}(u)$ 按块进行变化。

假定采用文献 [12] 中预测长度为 L_p 的 MMSE 信道预测器进行 $\tilde{\mathbf{H}}(u)$ 的估计和预测, 于是得到信道预测矩阵 $\hat{\mathbf{H}}(u+D)$ 。

基于信道预测矩阵, 可以完成发送端的发射天线选择, 具体过程如下: 计算 $\hat{\mathbf{H}}(u+D)$ 各列的 Frobenius 范数, 并按从大到小进行重新排序, 删除重新排序后矩阵的后 $(L_t - N)$ 列, 将与重新排序后矩阵前 N 列对应的原 N 根发射天线选定为 OSTBC 码的发射天线并进行 OSTBC 编码。

由文献 [12] 可得经发射天线选择后的归一化预测信道矩阵 $\hat{\mathbf{H}}'(u+D)$ 和实际信道矩阵 $\mathbf{H}(u+D)$ 之间的关系为:

$$\mathbf{H}(u+D) = \sqrt{\rho_p} \hat{\mathbf{H}}'(u+D) + \sqrt{1-\rho_p} \mathbf{N}(u+D) \quad (2)$$

式中, $\rho_p = \mathbf{r}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}$ 为功率相关系数 [12]; L_p 维矢量 \mathbf{r} 、 $L_p \times L_p$ 维矩阵 \mathbf{R} 的各元素取值可由文献 [12] 或

文献 [14] 给出; $\mathbf{N}(u+D) \in \mathbb{C}^{L_r \times N}$ 为元素相互独立且均服从 $\text{CN}(0,1)$ 分布的加性白高斯噪声矩阵。

若直接使用 $\tilde{\mathbf{H}}(u)$ 选择发射天线, 则图 1 所示的系统即变为文献 [10] 的反馈时延发射天线选择 (TASD)/OSTBC 编码无线系统, 此时有:

$$\tilde{\mathbf{H}}(u+D) = \sqrt{\rho_d} \tilde{\mathbf{H}}(u) + \sqrt{1-\rho_d} \mathbf{N}(u+D) \quad (3)$$

比较式 (2)、式 (3) 不难发现: 两式的唯一区别仅在于功率相关系数不同, 因此以下关于 TASP/OSTBC 编码无线通信系统的有关推导结果均适用于 TASD/OSTBC 编码无线系统, 只需将其中的 ρ_p 用功率相关系数 $\rho_d = J_0^2(2\pi f_d \tau)$ 替代即可。

图 3 给出了 ρ_p 和 ρ_d 随归一化时延 $f_d \tau$ 变化的性能曲线。由图 3 可知: 1) 当 $f_d \tau$ 一定时, $\rho_p > \rho_d$; 2) 若不考虑反馈时延, 即理想 CSI 情况, 此时令 $f_d \tau = 0$, 则 $\rho_p = 1$; 3) 当 $f_d \tau$ 越小, ρ_p 越接近于 1, 即越接近于理想 CSI 时的情况。基于以上分析, 可以预期采用信道预测的 TASP/OSTBC 编码无线系统的 RCEE 性能优于 TASD/OSTBC 编码无线系统。

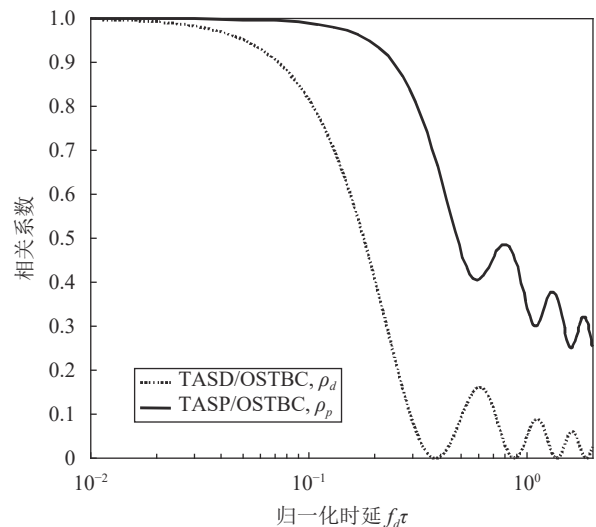


图 3 TASP/TASD 的功率相关系数随 $f_d \tau$ 变化曲线

假定接收端采用最大似然译码, 令平均接收信噪比 $\bar{\gamma} = P/N_0$, $c = 1/R_s N$, 则 MRC 合并器的输出符号信噪比为 $\gamma_s = c\bar{\gamma} \|\mathbf{H}\|_F^2$ 。令 $\gamma = \gamma_s / (c\bar{\gamma}) = \|\mathbf{H}\|_F^2$, 利用文献 [10], 经推导可得 γ 的矩生成函数表达式:

$$\Phi_\gamma(s) = N \binom{L_t}{N} \frac{1}{\Gamma(L_r)^N} \sum_{t_1, t_2, \dots, t_N} n(L_r, t_1, \dots, t_N) \prod_{k=1}^{N-1} \frac{t_k!}{k^{t_k}} \times \sum_{j=0}^{L_t-N} \binom{L_t-N}{j} (-1)^j \sum_{\Lambda \in B} \binom{j}{\Lambda_0, \Lambda_1, \dots, \Lambda_{L_r-1}} \times \frac{(c_{\Lambda_j} + t_N)!}{(N+j)^{c_N} A_{\Lambda_j}} \left[\frac{(1+(1-\rho_p)s)^{c_{\Lambda_j}}}{(1+s)^{r_N}} \frac{1}{(1+\eta_j s)^{c_N}} \right] \quad (4)$$

式中, $n(L_r, t_1, \dots, t_N)$ 为表达式 $(y_1 + y_2 + \dots + y_N)^{L_r-1} (y_2 + \dots + y_N)^{L_r-1} \dots y_N^{L_r-1}$ 中 $y_1^{t_1} y_2^{t_2} \dots y_N^{t_N}$ 的系数; 集合

$$B = \{(\Lambda_0, \Lambda_1, \dots, \Lambda_{L_r-1}) : \Lambda_n \in \{0, 1, \dots, j\}, \sum_{n=1}^{L_r-1} \Lambda_n = j\} \quad ;$$

$$\binom{j}{\Lambda_0, \dots, \Lambda_{L_r-1}} = \frac{j!}{\Lambda_0! \dots \Lambda_{L_r-1}!}; \quad \eta_j = [N + j(1-\rho_p)] / (N+j);$$

$$c_{\Lambda_j} = \sum_{k_1=1}^{L_r-1} k_1 \Lambda_{k_1}; \quad A_{\Lambda_j} = \prod_{k_2=1}^{L_r-1} (k_2!)^{\Lambda_{k_2}}; \quad r_N = r + N - 1;$$

$$r = \sum_{k_3=1}^{N-1} t_{k_3}; \quad c_N = c_{\Lambda_j} + t_N + 1.$$

令 $\rho_p = 1$, 式 (4) 可退变为文献 [15] 中的式 (7), 即理想 CSI 下的 TAS/OSTBC 编码无线通信系统为本文的特殊情况。

利用部分分式展开定理和拉普拉斯反变换后, 可得 γ 的概率密度函数 (probability density function, PDF) 为:

$$p_\gamma(z) = \Sigma_1 \varphi(L_r N, 1) + \Sigma_2 \left(\sum_{m=1}^{r+N-1} P_m \varphi(m, 1) + \sum_{l=1}^{c_{\Lambda_j} + t_N + 1} Q_l \varphi(l, \eta_j) \right) \quad (5)$$

式中,

$$P_m = \frac{1}{(r_N - m)!} \frac{\partial^{r_N - m}}{\partial s^{r_N - m}} \left[\frac{(1+s(1-\rho_p))^{c_{\Lambda_j}}}{(1+\eta_j s)^{c_N}} \right]_{s=-1} \quad (6)$$

$$Q_l = \frac{(\eta_j)^{-c_N}}{(c_N - l)!} \frac{\partial^{c_N - l}}{\partial s^{c_N - l}} \left[\frac{(1+s(1-\rho_p))^{c_{\Lambda_j}}}{(1+s)^{r_N}} \right]_{s=-\frac{1}{\eta_j}} \quad (7)$$

$$\Sigma_1 = N \binom{L_t}{N} \frac{1}{\Gamma(L_r)^N} \sum_{t_1, t_2, \dots, t_N} n(L_r, t_1, \dots, t_N) \times \prod_{k=1}^{N-1} \frac{t_k!}{k^{t_k}} \frac{(t_N)!}{N^{t_N+1}} \quad (8)$$

$$\Sigma_2 = N \binom{L_t}{N} \frac{1}{\Gamma(L_r)^N} \sum_{t_1, t_2, \dots, t_N} n(L_r, t_1, \dots, t_N) \times \prod_{k=1}^{N-1} \frac{t_k!}{k^{t_k}} \sum_{j=1}^{L_t-N} \binom{L_t-N}{j} (-1)^j \times \sum_{\Lambda \in B} \binom{j}{\Lambda_0, \Lambda_1, \dots, \Lambda_{L_r-1}} \frac{(c_{\Lambda_j} + t_N)!}{(N+j)^{c_N} A_{\Lambda_j}} \quad (9)$$

$$\varphi(L, \mu) = \frac{z^{L-1}}{(L-1)!} e^{-\frac{z}{\mu}} \quad (10)$$

2 性能分析

当输入信号服从高斯分布, 在信息传输速率为 R 的连续输入输出 MIMO 信道上采用信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统的 RCEE 可表示为^[5]:

$$E_r(R, N_c) = \max_{0 \leq \rho \leq 1} \left(\max_{0 \leq \beta \leq N} \tilde{E}_0(\rho, \beta, N_c) - \rho R \right) \quad (11)$$

式中, $\lambda = \bar{\gamma}/R_s$; $p_\gamma(z)$ 为 $\|\mathbf{H}\|_F^2$ 的 PDF;

$$\tilde{E}_0(\rho, \beta, N_c) = \underbrace{(1+\rho)(N-\beta) + N(1+\rho) \ln(\beta/N)}_{A(\rho, \beta)} -$$

$$\frac{1}{N_c} \ln \left(\mathbb{E} \left[\det \left(\mathbf{I}_{L_r} + \frac{\lambda \mathbf{H} \mathbf{H}^H}{\beta(1+\rho)} \right)^{-N_c \rho} \right] \right) =$$

$$A(\rho, \beta) - \frac{1}{N_c} \ln \left\{ \int_0^\infty \left(1 + \frac{\lambda z}{\beta(1+\rho)} \right)^{-N_c \rho} p_\gamma(z) dz \right\} \quad (12)$$

2.1 RCEE 计算

将式 (4) 代入式 (10), 可得:

$$E_r(R, N_c) = \max_{0 \leq \rho \leq 1} \left\{ \max_{0 \leq \beta \leq N} \left(A(\rho, \beta) - \frac{1}{N_c} \ln \left(\Sigma_1 \phi(b, \alpha, L_r N, 1) + \Sigma_2 \left(\sum_{m=1}^{r+N-1} P_m \phi(b, \alpha, m, 1) + \sum_{l=1}^{c_{\Lambda_j} + t_N + 1} Q_l \phi(b, \alpha, l, \eta_j) \right) \right) - \rho R \right) \right\} \quad (13)$$

式中,

$$\phi(b, \alpha, L, \mu) = \int_0^\infty (1+bz)^{-\alpha} \varphi(L, \mu) dz \quad (14)$$

下面分别利用 Tricomi 超几何函数^[16] 和 Meijer-G 函数 $G_{p,q}^{u,n} \left[\omega x \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right]$ 推导式 (14) 的解析表达式。利用文献 [4], 有:

$$(1-x)^{-\alpha} = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} G_{1,1}^{1,1} \left[-x \left| \begin{matrix} 1-\alpha \\ 0 \end{matrix} \right. \right] \quad (15)$$

$$\int_0^\infty x^{-\psi} e^{-\xi x} G_{p,q}^{u,n} \left[\omega x \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right] dx = \xi^{\psi-1} G_{p+1,q}^{u,n+1} \left[\frac{\omega}{\xi} \left| \begin{matrix} \psi, a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right] \quad (16)$$

由式 (14) 可推得:

$$\phi(b, \alpha, L, \mu) = \frac{\mu^L}{\Gamma(\alpha)(L-1)!} G_{2,1}^{1,2} \left[b \left| \begin{matrix} 1-L, 1-\alpha \\ 0 \end{matrix} \right. \right] \quad (17)$$

由文献 [5]:

$$\int_0^\infty \frac{(1+bx)^{-v}}{x^{1-q} e^{px}} dx = \frac{p^{v-q}}{b^v} \Gamma(q) U \left(v; v-q+1; \frac{p}{b} \right) \quad (18)$$

式 (14) 可推得为:

$$\phi(b, \alpha, L, \mu) = \frac{\mu^{L-\alpha}}{b^\alpha} U \left(\alpha; \alpha-L+1; \frac{1}{b\mu} \right) \quad (19)$$

式中, $U(u_1; u_2; y)$ 为 Tricomi 超几何函数^[16].

将式 (17)、式 (19) 分别代入式 (13), 可得时间选择性瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统的两种 RCEE 解析表达式.

令 $\rho_p=1$, 将式 (5) 代入式 (11)、式 (12), 利用式 (19) 可得瑞利块衰落信道上理想 CSI 下的 TAS/OSTBC 编码无线系统的 RCEE 表达式为:

$$E_r(R, N_c) = \max_{0 \leq \rho \leq 1} \left\{ \max_{0 \leq \beta \leq N} \left(A(\rho, \beta) - \frac{1}{N_c} \times \ln \phi \left(\frac{\lambda}{\beta(1+\rho)}, N_c \rho, L_r L_r, 1 \right) \right) - \rho R \right\} \quad (20)$$

不难发现, 式 (20) 的结果与文献 [5] 中瑞利块衰落信道上理想 CSI 下的 TAS/OSTBC 编码无线系统的 RCEE 完全相同, 即文献 [5] 的结果是本文的特殊情况.

2.2 遍历容量

利用 RCEE 与遍历容量的关系^[2], 可得瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统的遍历容量为:

$$C = R_s \left[\frac{\partial \tilde{E}_0(\rho, \beta, N_c)}{\partial \rho} \right] \Big|_{\rho=0, \beta=N} = R_s \int_0^\infty \ln \left(1 + \frac{\lambda}{N} z \right) p_\gamma(z) dz \quad (21)$$

令

$$J(L, \mu) = \int_0^\infty \ln \left(1 + \frac{\lambda}{N} x \right) \varphi(L, \mu) dx \quad (22)$$

利用文献 [4]:

$$\ln \left(1 + \frac{\lambda}{N} x \right) = G_{2,2}^{1,2} \left[\frac{\lambda}{N} x \left| \begin{matrix} 1, 1 \\ 1, 0 \end{matrix} \right. \right] \quad (23)$$

可推得:

$$J(L, \mu) = \int_0^\infty G_{2,2}^{1,2} \left[\frac{\lambda}{N} x \left| \begin{matrix} 1, 1 \\ 1, 0 \end{matrix} \right. \right] \varphi(L, \mu) dx \quad (24)$$

再利用式 (16), 由式 (24) 可推得:

$$J(L, \mu) = \frac{\mu^L}{(L-1)!} G_{3,2}^{1,3} \left[\frac{\lambda}{N} \mu \left| \begin{matrix} 1-L, 1, 1 \\ 1, 0 \end{matrix} \right. \right] \quad (25)$$

将式 (5) 代入式 (21), 并利用式 (17) 可得瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统的遍历容量为:

$$C = R_s \Sigma_1 J(L_r N, 1) + R_s \Sigma_2 \left(\sum_{m=1}^{r+N-1} J(m, 1) + \sum_{l=1}^{c_{A_j} + t_{N+1}} J(l, \eta_j) \right) \quad (26)$$

2.3 截止速率

利用文献 [2] 可得瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统的截止速率为:

$$R_0 = -\frac{1}{N_c} \tilde{E}_0(1, N, N_c) = -\frac{1}{N_c} \ln \int_0^\infty \left(1 + \frac{\lambda}{2N} z \right)^{-N_c} \left[\Sigma_1 \varphi(L_r N, 1) + \Sigma_2 \left(\sum_{m=1}^{r+N-1} P_m \varphi(m, 1) + \sum_{l=1}^{c_{A_j} + t_{N+1}} Q_l \varphi(l, \eta_j) \right) \right] dz \quad (27)$$

利用式 (14) 和式 (17), 可推得:

$$R_0 = -\frac{1}{N_c} \ln \left\{ \Sigma_1 \phi \left(\frac{\lambda}{2N}, N_c, L_r N, 1 \right) + \Sigma_2 \left(\sum_{m=1}^{r+N-1} P_m \times \phi \left(\frac{\lambda}{2N}, N_c, m, 1 \right) + \sum_{l=1}^{c_{A_j} + t_{N+1}} Q_l \phi \left(\frac{\lambda}{2N}, N_c, l, \eta_j \right) \right) \right\} \quad (28)$$

2.4 删改指数

RCEE 认定所有的好码和坏码对平均错误概率的影响相同, 因此, 在低速率区域内可以通过删除所有的坏码来改善 RCEE 的性能限^[5], 由此得到删改指数. 删改指数 $E_{\text{ex}}(R, N_c)$ 定义为^[5]:

$$E_{\text{ex}}(R, N_c) = \max_{\rho \geq 1} (\max_{0 \leq \beta \leq N} \tilde{E}_x(\rho, \beta, N_c) - \rho R) \quad (29)$$

式中,

$$\tilde{E}_x(\rho, \beta, N_c) = \underbrace{2\rho(N-\beta) + 2\rho N \ln(\beta/N)}_{A'(\rho, \beta)} - \frac{1}{N_c} \ln \left(\int_0^\infty \left(1 + \frac{\lambda}{2\rho\beta} z \right)^{-N_c \rho} p_\gamma(z) dz \right) \quad (30)$$

将式 (5) 代入上式, 可得:

$$\tilde{E}_x(\rho, \beta, N_c) = A'(\rho, \beta) - \frac{1}{N_c} \ln \left\{ \int_0^\infty \left(1 + \frac{\lambda}{2\rho\beta} z \right)^{-N_c \rho} \times \left[\Sigma_1 \varphi(L_r N, 1) + \Sigma_2 \left(\sum_{m=1}^{r+N-1} P_m \varphi(m, 1) + \sum_{l=1}^{c_{A_j} + t_{N+1}} Q_l \varphi(l, \eta_j) \right) \right] dz \right\} \quad (31)$$

利用式 (14) 和式 (17), 可得瑞利块衰落信道上

采用 MMSE 信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统删改指数的表达式为:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x(\rho, \beta, N_c) = & A'(\rho, \beta) - \frac{1}{N_c} \ln \left\{ \Sigma_1 \phi \left(\frac{\lambda}{2\rho\beta}, N_c \rho, L_r N, 1 \right) + \right. \\ & \Sigma_2 \left[\sum_{m=1}^{r+N-1} P_m \phi \left(\frac{\lambda}{2\rho\beta}, N_c \rho, m, 1 \right) + \right. \\ & \left. \left. \sum_{l=1}^{c_{A_j} + t_{N+1}} Q_l \phi \left(\frac{\lambda}{2\rho\beta}, N_c \rho, l, \eta_j \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

2.5 所需的编码长度

由文献 [2] 可得瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统的错误概率与其 $E_r(R, N_c)$ 的关系为:

$$P_e = (8\pi/N)(N - \beta^*(\rho))^2 N_b N_c \times \exp(2 - N_b N_c E_r(R, N_c)) \quad (33)$$

式中, $\beta^*(\rho)$ 为式 (11) 的 $\tilde{E}_0(\rho, \beta, N_c)$ 取最大值时的 β 值, 且 $0 \leq \beta \leq N$; $L = N_c \times [N_b]$ 是系统为获得上述错误概率时所需的块编码长度。分析式 (33) 可知: 当 P_e 一定时, 增大 RCEE, 则 L 会减小, 即编解码的实现复杂度可以降低。

3 数值计算与仿真结果

采用文献 [13] 相同的信道参数, 以 $T_s = 10^{-6}$ s, $f_d = 100$ Hz, $L_p = 5$, $E_p = 30$ dB, $N=2$ 为例, 研究 L_p 、 L_t 、 L_r 、 N_c 、 $\bar{\gamma}$ 等参数对瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统的 RCEE、遍历容量 C 、截止速率 R_0 和删改指数等的影响, 结果如图 4~图 8 所示。

图 4 给出了 $N_c = 20$ 时瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 $(L_t, 2; L_r)$ TASP/OSTBC 编码无线通信系统的 RCEE 曲线。由图 4 可知: 1) 利用 Meijer-G 函数和 Tricomi 超几何函数分别计算得到的 RCEE 结果完全相同; 2) 信息速率 R 越大, RCEE 越小, $R=2$ nat/symbol 时的 $(L_t, 2; L_r)=(2, 2; 1)$ 、 $(4, 2; 1)$ 、 $(4, 2; 2)$ TASP/OSTBC 编码无线系统的 RCEE 比 $R=1$ nat/symbol 时分别减少约 0.116、0.205 和 0.41; RCEE 的减小意味着要获得与低 R 值时相同的传输可靠性所需要的块编码长度要增加, 即系统的编译码实现复杂度相应增大; 3) 在系统与信道参数设置相同时, TASP/OSTBC 的 RCEE 大于 TASP/OSTBC 的 RCEE; 当 $R=1$ nat/symbol 和 $P_e=10^{-6}$ 时 $(4, 2; 1)$ TASP/OSTBC、TASD/OSTBC 编码无线系

统所需的编码长度分别 60 与 80, 意味着采用 MMSE 信道预测器能够有效降低 TASP/OSTBC 无线系统所需要的块编码长度, 从而降低编译码复杂度; 4) 当 N 与 R 一定时, 增大 L_t 或 L_r , RCEE 相应地增大, 因此为获得相同的信息传输速率和传输可靠性要求, 编码长度 L 可以减小。

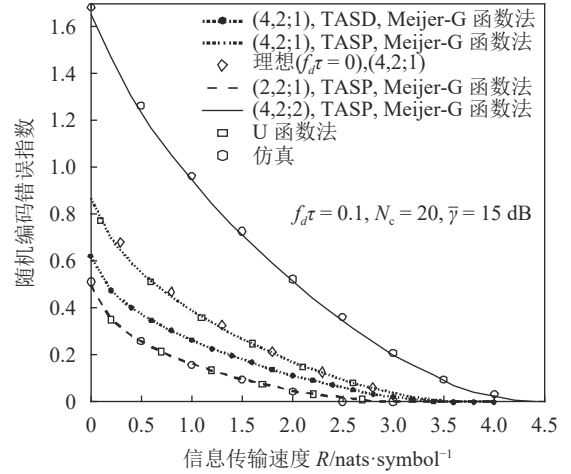


图 4 收发天线数和信道预测对 RCEE 的影响

图 5 给出了 $f_d\tau$ 对瑞利块衰落信道上 $(4, 2; 1)$ TASP/OSTBC、TASD/OSTBC 编码无线系统 RCEE 性能的影响。由图 5 可知: 1) 在低信噪比和低归一化时延下 TASP/OSTBC 编码无线系统的 RCEE 和 TASP/OSTBC 的 RCEE 几乎相等, 这是因为它们不仅具有形式相同的解析表达式, 而且还因为功率相关系数都近似为 1; 2) 当 $f_d\tau$ 增大时, TASP/OSTBC 的 RCEE 大于 TASD/OSTBC 的 RCEE, 当 $f_d\tau=0.1$ 、 $\bar{\gamma}=15$ dB 时, TASP/OSTBC 的 RCEE 比 TASD/OSTBC 大约 0.09, 再次表明采用 MMSE 信道预测器后可以改善 RCEE, 并能够减小在给定可靠性要求下系统所需的块编码长度, 从而降低系统的实现复杂度; 3) TASP/OSTBC 与 TASD/OSTBC 的 RCEE 性能差异分化点与平均接收信噪比 $\bar{\gamma}$ 有关, $\bar{\gamma}$ 越大, 开始分化的 $f_d\tau$ 值越小, 当 $\bar{\gamma}=8$ dB 时, 在 $f_d\tau=0.02$ 开始分化; 当 $\bar{\gamma}=15$ dB 时, 在 $f_d\tau=0.01$ 开始分化; 4) $f_d\tau$ 一定时, $\bar{\gamma}$ 越大, 采用 MMSE 信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统的 RCEE 越大, 如当 $f_d\tau=0.1$ 时, $\bar{\gamma}=15$ dB 时, TASP/OSTBC 的 RCEE 比 $\bar{\gamma}=8$ dB 时大约 0.23。

图 6 给出了 N_c 对瑞利块衰落信道上 $(4, 2; 1)$ TASP/OSTBC 编码无线系统的 RCEE 性能影响曲线。由图 6 可知: 1) 增大 N_c , TASP/OSTBC 的 RCEE 减小, 当 $R=1$ nat/symbol, 块长 $N_c=30$ 、40、50 时,

TASP/OSTBC 的 RCEE 比 $N_c=20$ 时分别减小约 0.122、0.183 和 0.226; 2) 由式 (33), 当 $R=1$ nat/symbol 和 $P_e=10^{-6}$ 时, TASP/OSTBC 编码无线通信系统所需的块编码长度分别为 80、120、200、350, 由此可知: N_c 越大, TASP/OSTBC 编码无线系统所需的块编码长度越长; 3) 当块长 N_c 趋向于无穷大时, RCEE 趋于 0, 这意味着系统传输信息的错误概率将不可能任意小; 4) 遍历容量 C 均为 3.8 nats/symbol, 且与 N_c 无关。

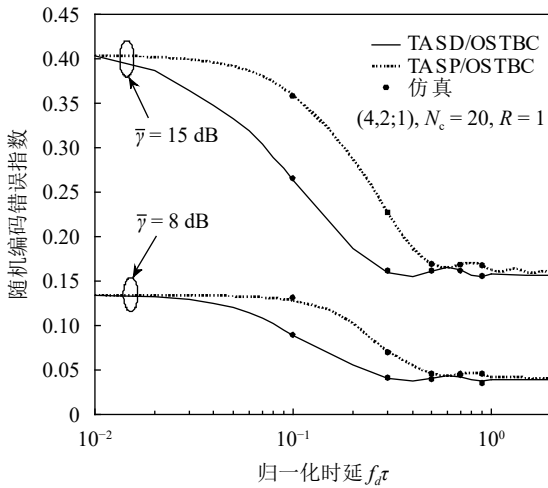


图 5 不同 $f_d\tau$ 下 TASP/OSTBC 的 RCEE 曲线

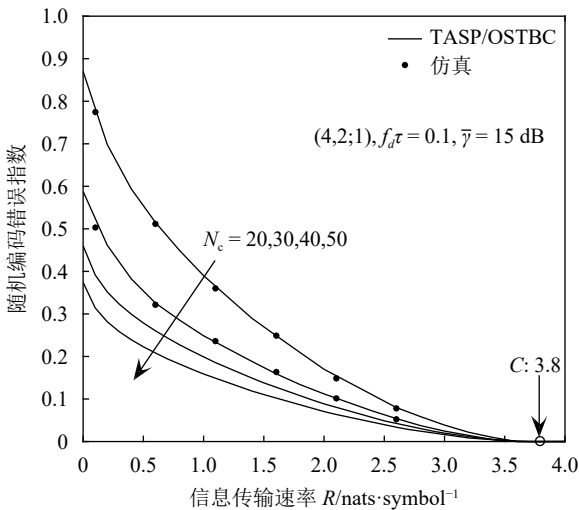


图 6 不同 N_c 下 TASP/OSTBC 的 RCEE 曲线

图 7 给出了瑞利块衰落信道上 (4,2;2) TASP/OSTBC 编码无线系统的 R_0 性能曲线。由图 7 可知: 1) R_0 随着 $\bar{\gamma}$ 的增加而增大; 2) 当 $\bar{\gamma}$ 一定时, R_0 随着 N_c 的增加而减小, 但遍历容量 C 与 N_c 无关, 且 R_0 与 C 之间的这种差异使得截止速率 R_0 更有意义; 当 $\bar{\gamma}=10$ dB、 $f_d\tau=0.1$ 时, $N_c=20$ 时的 R_0 比 $N_c=10$ 时小约 0.53 nats/symbol, $N_c=30$ 时的 R_0 要比 $N_c=20$ 时小约 0.33 nats/symbol; 3) 当 $f_d\tau$ 较小 (如

$f_d\tau=0.02$) 能接近理想 CSI 时的 R_0 性能; $f_d\tau$ 增大, 截止速率 R_0 减小, 当 $f_d\tau=0.1$ 且 $\bar{\gamma}=16$ dB 时, 采用 (4,2;2) TASP/OSTBC 的截止速率比对应系统理想 CSI 情况下小约 0.13 nats/symbol。

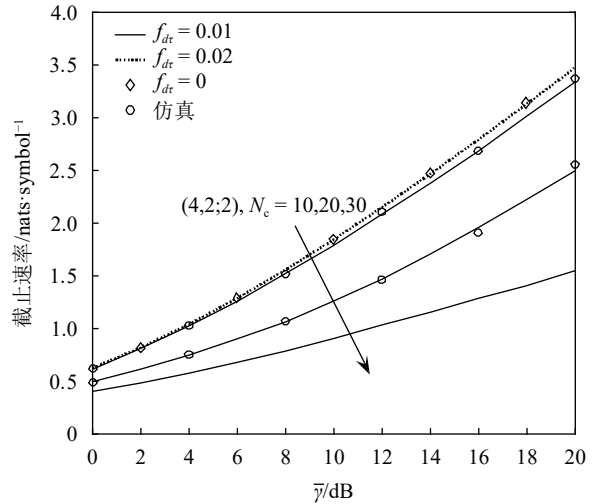


图 7 不同 N_c 下 TASP/OSTBC 方案的截止速率曲线

图 8 给出了瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 (4,2;1)、(4,2;2) TASP/OSTBC 编码无线系统的删改指数和 RCEE。由图 8 可知: TASP/OSTBC 编码无线系统的删改指数和 RCEE 都随着 R 的增大而减小, 且在低 R 区域, 删改指数比 RCEE 大, 当 R 小于 1.1 nats/symbol 时, (4,2;2) TASP/OSTBC 编码无线系统的删改指数大于其对应的 RCEE。由式 (33) 可知: 在相同的传输可靠性要求以及低 R 区域下, 采用删改指数计算所需的 TASP/OSTBC 块编码长度更小。

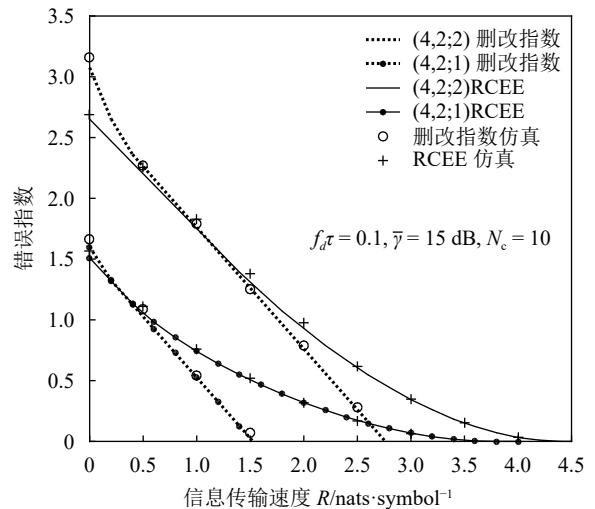


图 8 TASP/OSTBC 删改指数和 RCEE 比较

由图 4~图 8 可知, 瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/OSTBC 无线通信系统的

RCEE、遍历容量、截止速率和删改指数的数值计算结果与仿真结果吻合, 从而验证了文中理论推导的正确性。

4 结束语

本文推导了时间选择性瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统的 RCEE、遍历容量、截止速率和删改指数的解析表达式, 其性能指标的数值计算与仿真结果相一致, 验证了文中理论推导的正确性。结果还表明收发天线数、块长、MMSE 信道预测器长度等均会对采用信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统的 RCEE 产生影响。通过对 RCEE、截止速率和删改指数等参数的分析, 可研究采用信道预测的 TAS/OSTBC 编码无线系统在给定传输可靠性下的编译码实现复杂度折衷问题。

参 考 文 献

- [1] GALLAGER R G. Information theory and reliable communication[M]. New York, USA: Wiley, 1968.
- [2] SHIN H, WIN M Z. Gallager's exponent for MIMO channel: A reliability-rate tradeoff[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2009, 57(4): 972-985.
- [3] XUE J, SARKAR M Z I, RATNARAJAH T, et al. Error exponents for Rayleigh fading product MIMO channels[C]//IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings. Cambridge, USA: IEEE, 2012: 2166-2170.
- [4] XUE J, SARKAR M Z I, RATNARAJAH T. Error exponents for Rayleigh fading multi-keyhole MIMO channels[C]//IEEE International Conference on Communications. Budapest, Hungary: IEEE, 2013: 3176-3180.
- [5] XUE J, SARKAR M Z I, RATNARAJAH T. Random coding error exponent for OSTBC nakagami-m fading MIMO channel[C]//IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Spring). Yokohama, Japan: IEEE, 2011: 1-5.
- [6] ZHANG J, MATTHAIYOU M, KARAGIANNIDIS G K, et al. Gallager's exponent analysis of STBC MIMO systems over η - μ and κ - μ fading channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(3): 1028-1039.
- [7] NGO H Q, LARSSON E. Linear multihop amplify-and-forward relay channels: Error exponent and optimal number of hops[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(11): 3834-3842.
- [8] NGO H Q, QUEK T, SHIN H. Random coding error exponent for dual-hop nakagami-m fading channels with amplify-and-forward relaying[J]. *IEEE Communications Letters*, 2009, 13(11): 823-825.
- [9] ZHANG Y, XUE J, RATNARAJAH T, et al. Error exponents analysis of dual-hop η - μ and κ - μ fading channel with amplify-and-forward relaying[J]. *IET Communications*, 2015, 9(11): 1367-1379.
- [10] YU X, XIA X, LEUNG S, et al. Performance analysis of MIMO systems with arbitrary number transmit antenna selection and OSTBC in the presence of imperfect CSI[J]. *Science China Information Sciences*, 2016, 59(8): 1-16.
- [11] ZHOU S, GIANNAKIS G B. How accurate channel prediction needs to be for transmit-beamforming with adaptive modulation over Rayleigh MIMO channel? [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2004, 3(4): 1285-1294.
- [12] PRAKASH S, MCLOUGHLIN I. Effects of channel prediction for transmit antenna selection with maximal-ratio combining in Rayleigh fading[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2011, 60(6): 2555-2568.
- [13] 李光球, 王思婷. 信道预测联合收发分集的正交信号误码性能[J]. *电信科学*, 2017, 33(5): 29-38.
LI Guang-qiu, WANG Si-ting. Performance analysis of orthogonal signals with TASP/MRC diversity[J]. *Telecommunications Science*, 2017, 33(5): 29-38.
- [14] 汪玲波, 李光球, 钱辉. 信道预测和天线选择的空时码误码性能分析[J]. *通信技术*, 2018, 51(8): 1791-1796.
WANG Ling-bo, LI Guang-qiu, QIAN Hui. Symbol error rate performance of DE-QPSK with predictive transmit antenna selection and orthogonal space-time block code[J]. *Communications Technology*, 2018, 51(8): 1791-1796.
- [15] PHAN K T, TELLAMBURA C. Capacity analysis for transmit antenna selection using orthogonal space-time block codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2007, 11(5): 423-425.
- [16] ABRAMOWITZ M, STEGUN I A. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables[M]. New York, USA: Dover Publications, 1972.

编辑 税红