



基于重点域的自适应加点方法

毛 勇, 曾 锋*, 罗 曼

(武汉船舶通信研究所 武汉 430079)

【摘要】代理模型已经普遍应用于复杂电子装备的设计中, 以提高计算效率、缩短产品的设计周期。该文在重点域的基础上, 提出了一种自适应加点方法。该方法每次进行迭代时, 通过建立局部加点模型和全局加点模型选取更新点, 以分别提高代理模型的局部开发能力和总体探索能力, 进而提高代理模型的整体优化效率和预测能力。通过几个标准数学测试函数, 验证了该方法的有效性。最后, 将该方法应用于某共形天线的优化设计实例中, 得到了满意的结果。

关键词 自适应加点; Kriging; 代理模型; 重点域

中图分类号 TN82 文献标志码 A doi:10.12178/1001-0548.2020284

Adaptive Infilling Method Based on Significant Domain

MAO Yong, ZENG Feng*, and LUO Man

(Wuhan Maritime Communication Research Institute Wuhan 430079)

Abstract Metamodel has been widely used in complex electrical equipment design field to improve the computational efficiency and shorten the time of simulation optimization. This paper proposes the adaptive infilling method based on significant domain. In this method, new samples are selected through the local sampling model and global sampling model to improve the local exploitation capability and the global exploration capability of metamodel at every iteration. The method is tested with several benchmark numerical problems and gets verified.

Key words adaptive infilling; Kriging; metamodel; significant domain

复杂电子装备通常涉及到机械、电磁、热等多个学科, 利用仿真软件进行计算时, 需要在多个学科间进行多次迭代, 导致整体计算量偏大, 计算效率低下。为减少仿真的计算量, 提高计算效率, 引入代理模型是必然的选择^[1]。多项式响应面、Kriging、径向基函数、支持向量回归等是常用的代理模型近似算法^[2-3]。在实际应用中, 利用 Kriging 模型进行设计的越来越多^[4]。

通过加点方法不断更新代理模型是提高代理模型预测精度的一种重要手段。文献 [5] 提出的有效全局优化 (efficient global optimization, EGO) 算法是一种研究早且应用相对广泛的加点方法。文献 [6] 介绍了一种通过构造概率密度函数来选取新增样本点的径向基函数的追峰采样 (mode pursuing sampling, MPS) 方法, 该方法在进行高维问题优化时计算效率较低。文献 [7] 提出一种集成最小化置信下限和信赖域 (integrating minimize lower confidence bound and trust region, IMLCB-TR) 的动态代理模型优化

策略, 该优化策略不仅能够保证最优解精度, 优化效率也有一定程度的提高。文献 [8] 提出的一种基于智能空间探索的自适应响应面方法, 该方法能够在一定程度上提高计算效率, 但是该方法的近似能力不理想, 导致其在实际应用中可能陷入局部最优。

针对上述问题, 本文提出了基于重点域的自适应加点方法 (adaptive infilling method based on significant domain)。该方法在每次迭代时通过建立局部加点和全局加点模型以分别提高代理模型的局部开发能力和总体探索能力。最后, 将本文提出的方法应用于标准数学测试问题和某共形天线的优化设计中, 从数值结果上验证本文方法的高效性和有效性。

1 基于重点域的自适应加点方法

基于重点域的自适应加点方法的基本思想为: 利用空间缩放技术确定重点域, 然后基于重点域建立局部加点模型以提高近似方法的局部开发能力, 同时利用平衡变量和设计点的预测方差建立全局加

收稿日期: 2020-01-13; 修回日期: 2020-10-31

作者简介: 毛勇 (1981-), 男, 高级工程师, 主要从事天线设计方面的研究。

通信作者: 曾锋, E-mail: zf576039783@163.com

点模型, 提高近似方法的总体探索能力。

1.1 局部加点模型

为了提高近似方法的局部开发能力, 在重点域的基础上, 本文提出了一种局部加点方法, 数学模型如下:

$$\begin{aligned} \text{find } & \mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T \\ & \min \hat{y}(\mathbf{x}) \\ \text{s.t. } & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, l \\ & \mathbf{x}_L^k \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_U^k \end{aligned} \quad (1)$$

式中, $\hat{y}(\mathbf{x})$ 为设计点的预测值, 可由 Kriging 模型得到^[9]; \mathbf{x}_L^k 为第 k 次迭代过程中设计变量的下界; \mathbf{x}_U^k 为上界。它们在迭代时一直是变化的, 但不能超过初始设计空间的下界 \mathbf{x}_L 和上界 \mathbf{x}_U , 此时样本点的选取范围即为重点域。然后利用粒子群算法 (PSO) 求解上式, 将得到的最优解 $\mathbf{x}^{(k,1)}$ 及其对应的实际响应值 $y(\mathbf{x}^{(k,1)})$ 作为更新点保存。

在局部加点模型中引入重点域可以提高计算效率。重点域 I_{SD} 由中心点 \mathbf{x}_C 和取样范围的长度 V 确定, 表达式为:

$$\begin{aligned} I_{SD}^k &= \{\mathbf{x} | \mathbf{x}_L^k \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_U^k\} \\ \text{where } \mathbf{x}_L^k &= \max(\mathbf{x}_L, \mathbf{x}_C^k - 0.5V^k) \\ \mathbf{x}_U^k &= \min(\mathbf{x}_U, \mathbf{x}_C^k + 0.5V^k) \end{aligned} \quad (2)$$

式中, 中心点的更新方法如下:

$$\mathbf{x}_C^k = \begin{cases} \mathbf{x}^{(k-1,2)} & y(\mathbf{x}^{(k-1,2)}) - y(\mathbf{x}^{(k-1,1)}) \leq 0 \\ \mathbf{x}^{(k-1,1)} & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

取样范围的长度更新方法为:

$$V^k = \max(\zeta^k V^{k-1}, \zeta_a V^1) \quad (4)$$

式中, V^{k-1} 为第 $k-1$ 次迭代得到的取样范围的长度值; V^1 为初始设计区间的长度。在迭代时, 有可能会出现重点域长度过小而出现新增样本点在某一区域过于集中的问题, 因此可给定最小重点域的长度 $\zeta_a V^1$, 参数 ζ_a 可以根据实际情况选取。控制因子 ζ^k 的更新方法为^[8]:

$$\zeta^k = \begin{cases} 1/\ln(\varepsilon/\varepsilon_a) & \varepsilon \geq 3\varepsilon_a \\ \ln(\varepsilon_a/\varepsilon) & \varepsilon \leq \varepsilon_a/3 \\ 1 & \varepsilon_a/3 < \varepsilon < 3\varepsilon_a \end{cases} \quad (5)$$

式中, ε_a 为代理模型的容许精度, 本文利用当前最优解的相对误差 ε 来估计当前近似方法的预测精度:

$$\varepsilon = \text{abs}\left(\frac{y(\mathbf{x}^{(k-1)}) - \hat{y}(\mathbf{x}^{(k-1)})}{y(\mathbf{x}^{(k-1)})}\right) \quad (6)$$

式中, \mathbf{x}^{k-1} 的取值为第 $k-1$ 次迭代时响应值最小的样本点。

1.2 全局加点模型

最大化 Kriging 模型给出的设计点预测方差可以提高近似方法的全局预测精度, 但是在实践中获得预测方差的最大值非常难, 从而导致其性能改善程度有限。因此本文提出通过平衡变量和设计点的预测方差来综合确定设计空间中不确定性较大的区域, 以提高模型的总体探索能力。数学描述为:

$$\begin{aligned} \text{find } & \mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T \\ & \min f^k(\mathbf{x}) = -\sigma(\mathbf{x})\bar{b} \\ \text{s.t. } & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, l \\ & \mathbf{x}_L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_U \end{aligned} \quad (7)$$

式中, \bar{b} 为基于当前样本点信息引入的平衡变量。当设计点的预测值离当前最优值较为接近时, 基于设计点同已有样本点之间的距离关系建立的平衡变量值偏大, 如果此时设计点的预测方差也较大, 说明该设计点附近空间不确定性较大。为了排除某些可能处在实际函数峰值处的设计点, 本文设定当设计点的预测值同当前最优值之差大于 $3\sigma(x)$ 时, 平衡变量为 0。 \bar{b} 计算公式如下:

$$\bar{b} = \begin{cases} e^{-|x-x_{\min}|} & \hat{y}(x) - y_{\min} \leq 3\sigma(x) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

式中, $\sigma(x)$ 为设计点的预测标准差, 可由 Kriging 模型得到^[4]; x_{\min} 的取值为当前样本点中的最优值; y_{\min} 为当前样本点中最优值对应的响应值。利用 PSO 方法求解式 (8), 将得到的最优解 $\mathbf{x}^{(k,2)}$ (第 k 次迭代得到的第 2 个更新点) 及其对应的实际响应值 $y(\mathbf{x}^{(k,2)})$ 也作为更新点保存。

1.3 方法的实现流程

图 1 为本方法的流程图, 优化过程中的相关参数计算如下:

1) 本文采用 maximin 准则选取初始样本点, 迭代次数设定为 1000。初始样本点个数同设计变量的个数 m 有关, 参考文献 [10] 中的选取办法:

$$n_p = \min\left\{\frac{(m+1)(m+2)}{2}, 5m\right\} \quad (9)$$

2) 当包含有耗时约束时, 利用文献 [8] 中的自适应罚函数方法进行约束处理, 然后利用 Kriging 建立功能函数的代理模型。

3) 收敛条件判断。当实际分析模型的计算次数达到设定的最大次数或连续两次迭代得到的最优解相对误差 Δ 小于给定的收敛标准 Δ_c 时, 如式 (10) 所

示, 则停止迭代。

$$\Delta 1 = \text{abs}(y(\mathbf{x}^k) - y(\mathbf{x}^{k-1})) \leq 0.1\Delta_a \quad (10)$$

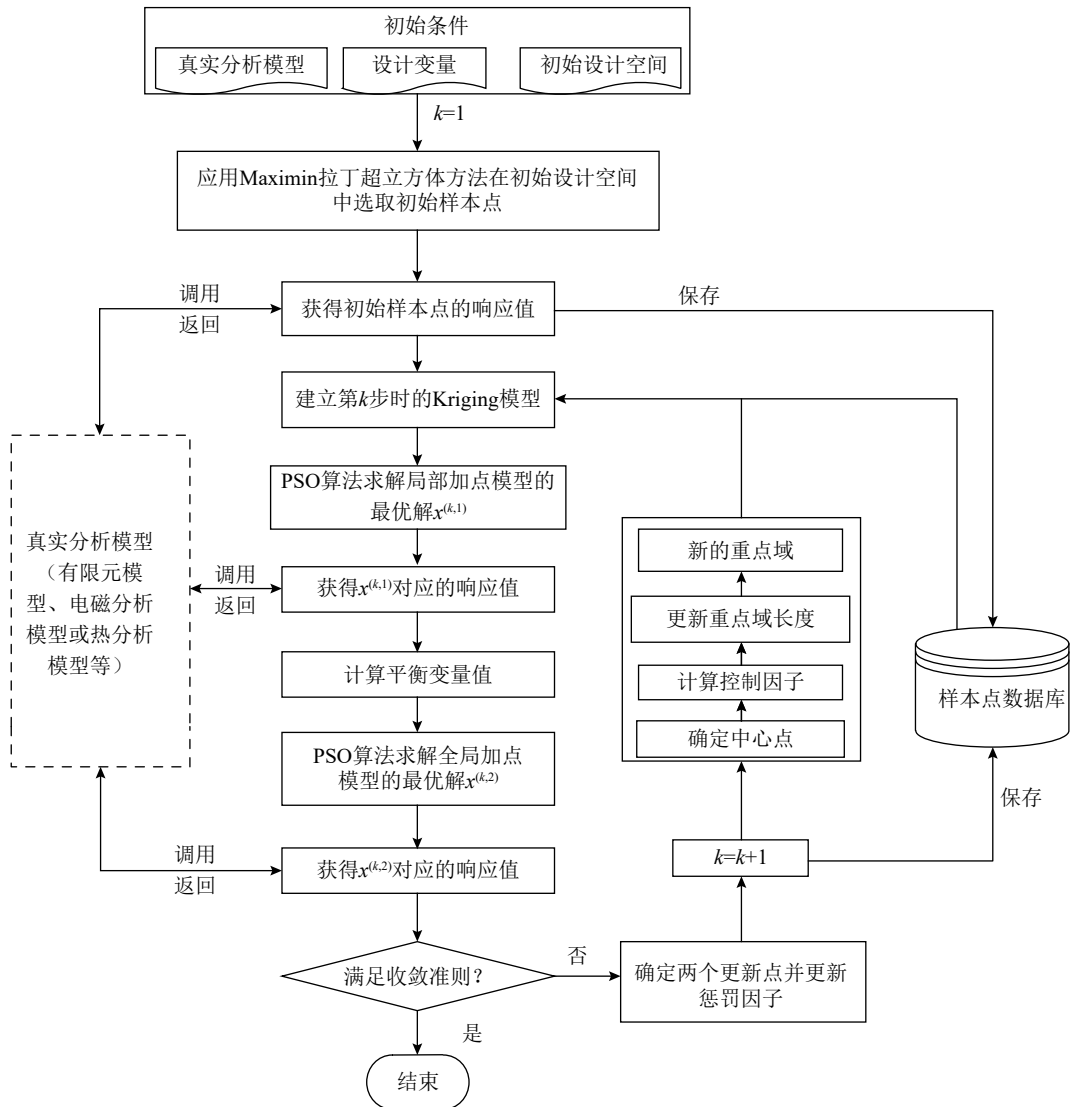


图 1 本方法的流程图

2 测试算例

为了验证本文方法的有效性, 特选取 BR、SE、PK、SC、GN、HN6 等作为低维函数测试算例, 选取 R10、HD1、F16 等作为高维函数测试算例, 以验证本文方法对不同维度问题的求解能力, 表 1 为所有测试函数的相关信息, 测试函数来源见文献 [8]。

BR 函数表达式为:

$$f(\mathbf{x}) = \left[x_2 - 5.1 \left(\frac{x_1}{2\pi} \right)^2 + \frac{5x_1}{\pi} - 6 \right]^2 + 10 \left(1 - \frac{1}{8\pi} \right) \cos(x_1) + 10 \quad (11)$$

表 1 测试函数的相关信息

函数	设计变量个数	设计变量上下界	理论最优解
BR	2	$x_1 \in [-5, 10], x_2 \in [0, 15]$	0.398
SE	2	$x_1 \in [-3, 3], x_2 \in [-2, 2]$	-1.457
PK	2	$x_{1,2} \in [-3, 3]$	-6.551
SC	2	$x_{1,2} \in [-2, 2]$	-1.032
GN	2	$x_{1,2} \in [-100, 100]$	0.000
HN6	6	$x_{1,2,3,4,5,6} \in [0, 1]$	-3.322
R10	10	$x_{1,2,\dots,10} \in [-5, 5]$	0.000
HD1	10	$x_{1,2,\dots,10} \in [-3, 2]$	0.000
F16	16	$x_{1,2,\dots,16} \in [-1, 1]$	25.875

SE 函数表达式为:

$$f(\mathbf{x}) = \left(4 - 2.1x_1^2 + \frac{4x_1^4}{3} \right) x_1^2 + x_1x_2 + (-4 + 4x_2^2)x_2^2 \quad (12)$$

PK 函数表达式为:

$$f(\mathbf{x}) = 3(1 - x_1)^2 e^{-x_1^2 - (x_2 + 1)^2} - 10\left(\frac{x_1}{5} - x_1^3 - x_2^5\right) e^{-x_1^2 - x_2^2} - \frac{1}{3} e^{-(x_1 + 1)^2 - x_2^2} \quad (13)$$

SC 函数表达式为:

$$f(\mathbf{x}) = \left(4 - 2.1x_1^2 + \frac{4x_1^4}{3}\right)x_1^2 + x_1x_2 + (-4 + 4x_2^2)x_2^2 \quad (14)$$

Hartmann 函数系列表达式为:

$$f(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^4 \left\{ c_i \exp \left[-\sum_{j=1}^n a_{ij} (x_j - p_{ij})^2 \right] \right\} \quad (15)$$

当 $n = 6$ 时, 对应为 Hartmann6 函数, 此时系数 a, p, c 的取值参见文献 [8]。

GN 函数表达式为:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^2 \frac{x_i^2}{200} + \prod_{i=1}^2 \cos(x_i / \sqrt{i}) + 1 \quad (16)$$

R10 函数表达式为:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^9 \left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2 \right) \quad (17)$$

HD1 函数表达式为:

$$f(\mathbf{x}) = (x_1 - 1)^2 + (x_{10} - 1)^2 + 10 \sum_{i=1}^9 (10 - i)(x_i^2 - x_i + 1) \quad (18)$$

F16 函数表达式为:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{16} \sum_{j=1}^{16} a_{ij} (x_i^2 + x_i + 1)(x_j^2 + x_j + 1) \quad (19)$$

将本文方法同文献 [5] 中的 EGO、文献 [6] 中的 MPS 和文献 [8] 中的 ARSM-ISES 方法进行对比。本文方法中 $\Delta_a = 0.005$, $\varepsilon_a = 0.01$, $\zeta_a = 0.05$, 优化方法选用 PSO, PSO 采用 Brain Bridge 教授开发的工具箱, PSO 中种群个体数 24、加速度参数为 2、初始时的权值为 0.9、结束时的权值为 0.4, 其他参数为工具箱中默认值。从理论上来说, EGO 方法也可以用来求解高维函数的优化问题, 但是由于 EGO 方法的收敛速度慢, 对于高维函数计算量过大, 因此, 高维函数中 EGO 方法不做比较, 后 3 种方法的测试结果见文献 [8]。为了保证优化结果的可靠性, 在优化时需利用每种方法对每个测试函数连续优化 10 次, 每种方法得到的最终优化结果取 10 次优化的中位值, 表 1 给出了测试函数的优化结果和最优解变化范围的对比, 以综合评估几种方法的全局和局部预估能力及方法的稳健性。表 2 给出了测试函数模型调用次数的平均值和其变化范围, 以评估不同方法的优化效率。

表 2 测试函数的优化结果和最优解变化范围的对比

函数	理论最优解	本文方法		ARSM-ISES		EGO		MPS	
		变化范围	中位值	变化范围	中位值	变化范围	中位值	变化范围	中位值
BR	0.398	[0.398,0.398]	0.398	[0.398,0.399]	0.398	[0.398,0.400]	0.398	[0.398,0.399]	0.398
SE	-1.457	[-1.457,-1.457]	-1.457	[-1.457,2.866]	-1.457	[-1.456,-1.436]	-1.453	[-1.457,6.538]	-1.457
PK	-6.551	[-6.551,-6.550]	-6.551	[-6.551,-6.550]	-6.551	[-6.550,-6.383]	-6.550	[-6.551,-3.040]	-6.551
SC	-1.032	[-1.032,-1.030]	-1.032	[-1.032,-1.030]	-1.032	[-1.032,-1.031]	-1.031	[-1.032,-1.032]	-1.032
GN	0.000	[0.000,0.000]	0.000	[0.000,0.000]	0.000	[0.459,0.459]	0.459	[0.000,6.223]	0.000
HN6	-3.322	[-3.322,-3.316]	-3.322	[-3.322,-3.193]	-3.322	[-3.316,-3.308]	-3.313	[-3.208,-3.052]	-3.145
R10	0.000	[0.524,1.306]	1.206	[2.714,66.174]	3.147	-	-	[70.057,272.38]	70.057
HD1	0.000	[0.020,0.418]	0.128	[0.505,0.557]	0.5193	-	-	[3.326,5.854]	3.326
F16	25.875	[25.875,25.875]	25.875	[25.875,25.887]	25.875	-	-	[29.387,30.615]	29.387

由表 2 可知, 对于大部分的低维测试函数, 本文方法和 ARSM-ISES 方法都能得到测试函数的理论最优解。对于 GN 函数, EGO 方法所得优化结果同理论最优解相差较大, 对于 HN6 函数, MPS 方法的结果同理论最优解有一定差距。针对高维函数, 本文方法所得的优化结果同理论最优解最为接

近, 而且模型调用次数是几种方法中最少的, ARSM-ISES 其次, MPS 所得最优解最差。

模型调用次数是一种重要的表征代理模型优化效率的度量标准。由表 3 可知, 对于大部分测试函数, 本文方法所用次数最少。对比于 ARSM-ISES 方法, 两种方法虽然都引入了空间缩减技术进行模

型管理, 但由于本文方法中的代理模型使用的是近似能力更高的 Kriging 模型, 所以其优化效率和预测精度均有所提高。对于低维测试函数, 虽然 EGO 有着更高的优化效率, 但其最优解对比于其

他方法却是最差的。对于部分测试函数, MPS 的最小模型调用次数比本文方法都少, 但是从表 2 可以看出, 引起这种情况的原因可能是由于 MPS 方法提前收敛于局部最优解。

表 3 测试函数的模型调用次数平均值和变化范围的对比

函数	本文方法		ARSM-ISES		EGO		MPS	
	变化范围	平均值	变化范围	平均值	变化范围	平均值	变化范围	平均值
BR	[18, 22]	18.9	[29, 58]	39.8	[32, 41]	36.1	[14, 174]	69.2
SE	[20, 32]	24.4	[22, 35]	29.4	[52, 52]	52.0	[12, 71]	39.1
PK	[20, 30]	24.8	[22, 55]	35.4	[26, 52]	42.6	[22, 55]	35.4
SC	[22, 32]	27.6	[25, 38]	31.7	[27, 37]	32.6	[25, 38]	31.7
GN	[30, 36]	33.0	[32, 45]	38.8	[52, 52]	52.0	[9, 330]	110.2
HN6	[60, 74]	67.4	[142, 288]	188.6	[50, 78]	66.7	[365, 1091]	613.4
R10	[976, 1994]	1578.2	[1023, 4197]	2638.0	-	-	[4198, 4204]	4200.6
HD1	[732, 1590]	1049.7	[802, 2006]	1408.6	-	-	[2007, 2012]	2008.8
F16	[344, 869]	544.8	[462, 916]	661.0	-	-	[916, 931]	921.0

由上述对比可知, 对于高维和低维问题, 本文方法在计算效率和全局收敛性能方面上都有优势, 有广阔的应用前景。

3 共形天线优化设计实例

共形天线作为武器平台的蒙皮结构, 已经广泛应用到新一代战机、无人机、预警飞艇的机翼、机腹或机背等结构中^[11]。图 2 为该类型天线的基本结构, 其中面板和蜂窝层具有力学承载功能, 射频功能层实现电磁波的发送和接收, 它主要由微带辐射单元阵列和对应的微波电路组成。

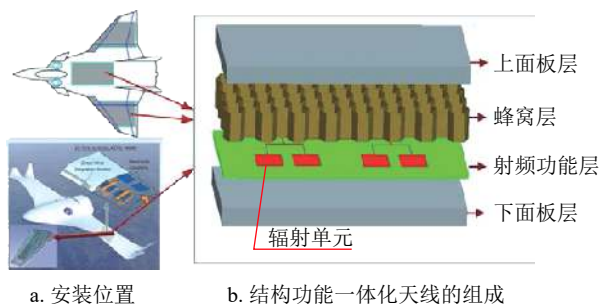


图 2 共形天线的结构组成示意图

以天线的蜂窝层厚度 d_1 、上下面板层厚度 d_2 、蜂窝胞元壁厚 d_3 和蜂窝胞元壁长 d_4 为设计变量, 长度单位都为 mm, 假设天线承受载荷为 8000 N, 分析软件为 ANSYS 和 Matlab, 最小化天线质量 W , 约束为天线的应力约束和位移约束。此时, 建立的优化模型为:

$$\begin{aligned}
 & \text{find } \mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3, d_4]^T \\
 & \quad \min W \\
 & \text{s.t. } g_1(\mathbf{d}) = \sigma - \sigma_{\max} \leq 0 \\
 & \quad g_2(\mathbf{d}) = \delta - \delta_{\max} \leq 0 \\
 & \quad 2 \leq d_1 \leq 100, 0.2 \leq d_2 \leq 5, \\
 & \quad 0.2 \leq d_3 \leq 1, 2 \leq d_4 \leq 6,
 \end{aligned} \tag{20}$$

对于该优化问题, 根据文献 [11] 的建议, 本文中 $\sigma_{\max} = 110 \text{ MPa}$, $\delta_{\max} = 5 \text{ mm}$ 。将本文方法、EGO 方法和 PSO 方法 (目标和约束都使用实际模型) 对比, 优化方法以及结果的选取方法同测试算例一致, 所得结果如表 4 所示。

表 4 优化结果对比

方法	质量/kg	模型调用次数	应力/MPa	位移/mm
本文方法	0.226	97.9	91.079	2.742
EGO	2.012	456.7	76.488	0.164
PSO	0.220	1440	108.030	3.453

由表 4 可知, PSO 方法所得结果最优, 但是其计算量也最大。本文方法优化结果优于 EGO 方法, 且模型调用次数比其他两种方法都少。上述结果表明本文方法具有较好的实际应用能力。

4 结束语

针对复杂电子装备产品优化设计过程中计算量较大的问题, 提出了基于重点域的自适应加点方法, 在每次迭代时建立的全局加点和局部加点模型可以兼顾总体探索和局部开发。在局部加点模型中引入重点域可以提高局部开发的搜索效率和优化的

收敛性, 在全局加点模型中基于已有样本点信息建立的平衡变量可以提高 Kriging 模型的全局预测精度。标准的测试函数算例和某共形天线优化设计的结果表明, 同其他几种方法相比, 本文方法不仅具有较高的全局收敛性, 同时计算效率也有了很大的提升。在未来的研究中可将本方法应用于更多复杂的电子装备的优化设计中, 并进一步探索更加高效的加点方法。

参 考 文 献

- [1] WANG G, SHAN S. Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2007, 129(4): 370-380.
- [2] SIMPSON T W, PEPLINSKI J D, KOCH P N, et al. Metamodels for computer-based engineering design: Survey and recommendations[J]. *Engineering with Computers*, 2001, 17: 129-150.
- [3] FORRESTER A I J, KEANE A J. Recent advances in surrogate-based optimization[J]. *Progress in Aerospace Science*, 2009, 45(1): 50-79.
- [4] HUANG D, ALLEN T T, NOTZ W I, et al. Global optimization of stochastic black-box systems via sequential kriging meta-models[J]. *Journal of Global Optimization*, 2006(34): 441-466.
- [5] JONES D R, SCHONLAU M, WELCH W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions[J]. *Journal of Global Optimization*, 1998, 13(4): 455-492.
- [6] WANG Li-gun, SHAN Song-ping, WANG G. Mode-pursuing sampling method for global optimization on expensive black-box functions[J]. *Engineering Optimization*, 2004, 36(4): 419-438.
- [7] 曾锋, 周金柱. 集成最小化置信下限和信赖域的动态代理模型优化策略[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(13): 171-178.
ZENG Feng, ZHOU Jin-zhu. Optimization strategy for dynamic metamodel integrating minimize lower confidence bound and trust region[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(13): 171-178.
- [8] LONG Teng, WU Di, GUO Xiao-song, et al. Efficient adaptive response surface method using intelligent space exploration strategy[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2015, 51(6): 1335-1362.
- [9] SACKS J, WELCH W J, MITCHELL T J, et al. Design and analysis of computer experiments[J]. *Statistical Science*, 1989, 4(4): 409-423.
- [10] 龙腾, 郭晓松, 彭磊, 等. 基于信赖域的动态径向基函数代理模型优化策略[J]. *机械工程学报*, 2015, 51(9): 153-158.
LONG Teng, GUO Xiao-song, PENG Lei, et al. Optimization strategy using dynamic radial basis function metamodel based on trust region[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(9): 153-158.
- [11] ZHOU Jin-zhu, HUANG Jin, SONG Li-wei, et al. Electromechanical co-design and experiment of structurally integrated antenna[J]. *Smart Materials and Structures*, 2015, 24(3): 1-11.

编辑 刘飞阳