

• 成电青年学者·信息与通信工程专栏 •



# 脉间波形幅相联合设计抗欺骗干扰方法

葛萌萌<sup>1</sup>, 余显祥<sup>1</sup>, 严正欣<sup>1</sup>, 方学立<sup>2</sup>, 崔国龙<sup>1\*</sup>, 孔令讲<sup>1</sup>

(1. 电子科技大学信息与通信工程学院 成都 611731; 2. 复杂航空系统仿真重点实验室 北京 丰台区 100076)

**【摘要】**欺骗干扰作为一种典型的有源干扰, 在距离维或多普勒维上产生虚假目标, 使雷达发生虚警, 严重影响雷达正常工作。针对速度欺骗干扰, 该文提出了一种基于脉间波形幅相联合设计的抗速度欺骗干扰方法。首先, 根据速度欺骗干扰下的雷达回波模型, 建立最小化阻带内干扰能量与目标旁瓣能量的加权和优化准则, 同时考虑离散量化相位和峰均功率比 (PAR) 约束, 形成脉间幅相联合设计抗速度欺骗干扰的优化问题; 然后, 提出非精确交替方向惩罚法 (IADPM) 算法求解该优化问题, 并分析算法的计算复杂度; 最后, 仿真实验分析验证了该算法的有效性。

**关键词** 干扰抑制; PAR 约束; 速度欺骗干扰; 脉间波形设计

**中图分类号** TN97 **文献标志码** A **doi**:10.12178/1001-0548.2021075

## Optimized Amplitude-Phase Waveform Against Deceptive Jamming

GE Meng-meng<sup>1</sup>, YU Xian-xiang<sup>1</sup>, YAN Zheng-xin<sup>1</sup>, FANG Xue-li<sup>2</sup>, CUI Guo-long<sup>1\*</sup>, and KONG Ling-jiang<sup>1</sup>

(1. School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 611731;

2. Key Laboratory of Complex Aviation Simulation System Fengtai Beijing 100076)

**Abstract** Deceptive jamming as a typical active jamming, produces false target on the range dimension or Doppler dimension, which increases probability of false alarm and significantly degrade the performance of radar. This paper is focused on the joint design of pulse amplitude and phase against velocity deceptive jamming. In particular, a design criterion incorporating a weighted sum of jamming energy and target sidelobe energy in the stopband is developed to minimize under phase quantized and peak-to-average power ratio (PAR) restriction. To tackle the resulting non-convex optimization problem, a new inexact alternating direction penalty method (IADPM) is proposed based on the ADPM framework and the computational complexity is analyzed. Finally, numerical results are provided to demonstrate the effectiveness of the proposed methodology.

**Key words** jamming suppression; PAR constraint; velocity deceptive jamming; waveform design

现代电子战中, 各类干扰技术快速发展, 从箔条类的无源干扰到噪声压制、假目标欺骗的有源干扰<sup>[1-2]</sup>, 使得现代雷达的生存环境越来越复杂, 严重降低了雷达的生存性能。为了保证雷达在干扰环境下正常工作, 雷达抗干扰技术得到了广泛关注与研究<sup>[3-5]</sup>。

波形设计作为一种典型的雷达抗干扰手段, 主要分为抗距离欺骗干扰和抗速度欺骗干扰两方面。针对距离欺骗干扰, 文献 [6] 利用波形分集技术, 在不同脉冲重复时间 (pulse repetition time, PRT) 发射相互正交信号, 并利用匹配滤波抑制距离欺骗干扰, 但是该方法采用的正交波形会导致较高的距离

旁瓣。文献 [7] 从低截获抗干扰角度出发, 通过对线性调频-频率编码复合波形设计滤波器抑制距离旁瓣, 进一步提高了线性调频-频率编码复合波形的低截获抗干扰能力。文献 [8] 针对切片重构干扰和频谱弥散干扰导致的距离维假目标, 通过最小化发射信号与干扰信号的互相关积分电平 (integrated level, IL) 和发射信号的自相关积分旁瓣电平 (integrated sidelobe level, ISL) 的加权, 在恒模约束下, 设计发射波形, 有效抑制了这两种干扰类型。文献 [9] 针对间歇采样干扰, 通过建立最小化目标信号与接收滤波器的 ISL 和干扰信号与接收滤波器的 IL 的加权和优化准则, 在 PAR 约束下, 采用交替方

收稿日期: 2021-03-18; 修回日期: 2021-04-02

基金项目: 国家自然科学基金 (61771109, 61871080, 61701088, U19B2017); 111 计划 (B17008); 中国博士后科学基金 (2020M680147, 2021T140096)

作者简介: 葛萌萌 (1996-), 女, 博士生, 主要从事雷达抗干扰和雷达信号处理方面的研究。

通信作者: 崔国龙, E-mail: cuiguolong@uestc.edu.cn

向乘法 (alternation direction method of multipliers, ADMM) 联合设计发射波形与接收滤波器实现间歇采样干扰抑制, 但是该算法无法保证收敛性。另一方面, 针对速度欺骗干扰, 文献 [10] 通过设计脉冲初相有效地对抗速度欺骗干扰。该方法考虑恒模约束, 建立最小化干扰阻带内能量的优化问题, 利用共轭梯度法求解最优脉间初相, 极大地改善了脉冲多普勒雷达在速度欺骗干扰环境下的目标探测性能。在此研究基础上, 文献 [11-12] 分别利用修正牛顿法和 WeCAN 算法求解文献 [10] 中的优化问题。但是, 文献 [11] 的工作仅涉及脉间初相, 未考虑脉间幅度设计, 没有充分利用幅度这一自由度; 同时, 相比离散量化相位, 连续相位设计在实际工程应用中较为困难。

对此, 本文增加脉冲幅度这一自由度, 同时考虑离散相位, 研究脉间波形幅相联合设计抗速度欺骗干扰方法。通过将最小化阻带内干扰能量与目标旁瓣能量的加权和作为优化准则, 在离散量化相位和 PAR 约束下, 构建幅度-相位联合设计抗速度欺骗干扰的优化问题。然后, 根据交替方向惩罚法 (alternating direction penalty method, ADPM) 框架, 提出 IADPM 算法求解该优化问题, 具体地, 通过引入辅助变量将原优化问题分解为一系列子问题, 每个子问题利用不同算法求出近似解, 进而不断循环迭代, 求出最优幅度和相位, 最终实现脉间幅度相位联合设计抗速度欺骗干扰。

## 1 信号模型

假设脉冲多普勒雷达在一个 CPI 内发射  $N$  个不同幅度和初相的脉冲信号, 第  $n$  个脉冲发射信号为:

$$s_n(t) = x_n e^{j\theta_n} u(t - nT_r) \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

式中,  $x_n$  和  $\theta_n$  分别为第  $n$  个脉冲信号的幅度和初相;  $T_r$  为脉冲重复时间;  $u(t)$  定义为:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t \leq T_p \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $T_p$  为脉冲宽度。

假设在某一距离单元内, 有  $Q$  个不同多普勒频率的目标, 因此, 第  $n$  个脉冲接收到的目标回波为:

$$T_n(t) = x_n e^{j\theta_n} \sum_{q=1}^Q \alpha_{Tq} \exp(j2\pi n f_{Tq}) u(t - nT_r - \tau_0) \quad (3)$$

式中,  $\tau_0$  为目标双程时延;  $\alpha_{Tq}$  为第  $q$  个目标的回波幅度;  $f_{Tq} = 2v_{Tq}T_r/\lambda$  为第  $q$  个目标的归一化多普勒

频率;  $v_{Tq}$  为相应的目标速度;  $\lambda$  为雷达工作波长。

数字射频存储器 (digital radio frequency memory, DRFM) 干扰机截获到雷达信号后需要对信号进行分选识别, 调制虚假多普勒信息形成干扰信号后转发出去, 一般假设 DRFM 干扰机发射的脉冲信号滞后真实雷达信号  $i$  个 PRT<sup>[10]</sup>, 如图 1 所示。

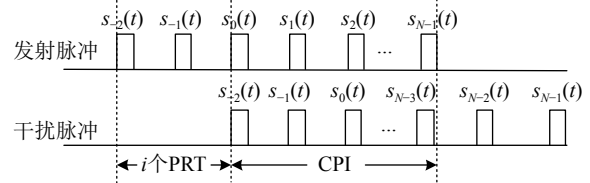


图 1 干扰脉冲示意图

假设在时延  $\tau_0$  处, DRFM 干扰机调制了  $P$  个不同多普勒频率的虚假目标, 则第  $n$  个脉冲接收到的干扰回波为:

$$J_n(t) = x_{n-i} e^{j\theta_{n-i}} \times \sum_{p=1}^P \alpha_{Jp} \exp(j2\pi(n-i)f_{Jp}) u(t - (n-i)T_r - \tau_0) \quad (4)$$

式中,  $\alpha_{Jp}$  和  $f_{Jp}$  分别为第  $p$  个虚假目标的幅度和归一化多普勒频率。

因此, 第  $n$  个脉冲的接收回波为:

$$y_n(t) = T_n(t) + J_n(t) + \omega_n(t) = x_n e^{j\theta_n} \sum_{q=1}^Q \alpha_{Tq} \exp(j2\pi n f_{Tq}) u(t - nT_r - \tau_0) + x_{n-i} e^{j\theta_{n-i}} \sum_{p=1}^P \alpha_{Jp} \exp(j2\pi(n-i)f_{Jp}) \times u(t - (n-i)T_r - \tau_0) + \omega_n(t) \quad (5)$$

式中,  $\omega_n(t)$  表示加性高斯白噪声信号。

经过匹配滤波处理后, 在时延  $\tau_0$  处, 第  $n$  个脉冲的输出为:

$$y(n) = x_n \sum_{q=1}^Q \alpha_{Tq} \exp(j2\pi n f_{Tq}) + x_{n-i} e^{j(\theta_{n-i} - \theta_n)} \sum_{p=1}^P \alpha_{Jp} \exp(j2\pi(n-i)f_{Jp}) + v(n) \quad (6)$$

式中,  $v(n)$  为  $\omega_n(t)$  的滤波输出值, 满足均值为 0, 方差为  $\sigma^2$  的高斯分布。

## 2 问题描述

利用文献 [10] 中的多通道处理技术, 获取目标和干扰信号的多普勒先验信息。假设干扰信号与目标信号的多普勒频率均在阻带范围内, 设置阻带

范围为:

$$\Omega = \bigcup_{k=1}^{N_s} [f_{k1}, f_{k2}] \quad (7)$$

式中,  $\cup$  为取并集操作;  $N_s$  为阻带个数;  $f_{k1}$  和  $f_{k2}$  分别为第  $k$  个阻带的下限和上限频率。

根据文献 [13], 忽略干扰回波幅度  $\alpha_{Jp}$ , 可以推导出  $P$  个干扰信号在阻带内的能量为:

$$C_J = \mathbf{s}^H \mathbf{R}_J \mathbf{s} \quad (8)$$

式中,  $(\cdot)^H$  表示共轭转置操作;  $\mathbf{s}$  表示为:

$$\mathbf{s} = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]^T = [x_{-i} e^{j\varphi_0}, x_{1-i} e^{j\varphi_1}, \dots, x_{N-1-i} e^{j\varphi_{N-1}}]^T \quad (9)$$

式中,  $(\cdot)^T$  为转置操作。矩阵  $\mathbf{R}_J$  的第  $(m, n)$  个元素表示为:

$$R_J(m, n) = \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{p=1}^P e^{-j2\pi(m-n)f_{Jp}} \int_{f_{k1}}^{f_{k2}} e^{j2\pi f(m-n)} df = \begin{cases} \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{p=1}^P \frac{e^{j2\pi(f_{k2}-f_{Jp})(m-n)} - e^{j2\pi(f_{k1}-f_{Jp})(m-n)}}{j2\pi(m-n)} & m \neq n \\ P \sum_{k=1}^{N_s} (f_{k2} - f_{k1}) & m = n \end{cases} \quad (10)$$

相似地,  $Q$  个目标信号在阻带内的旁瓣能量可以推导为:

$$C_T = \mathbf{x}^T (\mathbf{R}_{T1} + \mathbf{R}_{T2}) \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \mathbf{R}_T \mathbf{x} \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T$ ;  $\mathbf{R}_{T1}$  和  $\mathbf{R}_{T2}$  中的第  $(m, n)$  个元素分别表示为:

$$R_{T1}(m, n) = \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{q=1}^Q e^{-j2\pi(m-n)f_{Tq}} \int_{f_{k1}}^{f_{Tq}-\Delta f} e^{j2\pi f(m-n)} df = \begin{cases} \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{q=1}^Q \frac{e^{j2\pi(-\Delta f)(m-n)} - e^{j2\pi(f_{k1}-f_{Tq})(m-n)}}{j2\pi(m-n)} & m \neq n \\ \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{q=1}^Q (f_{Tq} - \Delta f - f_{k1}) & m = n \end{cases} \quad (12)$$

$$R_{T2}(m, n) = \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{q=1}^Q e^{-j2\pi(m-n)f_{Tq}} \int_{f_{Tq}+\Delta f}^{f_{k2}} e^{j2\pi f(m-n)} df = \begin{cases} \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{q=1}^Q \frac{e^{j2\pi(f_{k2}-f_{Tq})(m-n)} - e^{j2\pi\Delta f(m-n)}}{j2\pi(m-n)} & m \neq n \\ \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{q=1}^Q (f_{k2} - f_{Tq} - \Delta f) & m = n \end{cases} \quad (13)$$

式中,  $\Delta f = 1/N$  为归一化多普勒频率间隔。

令:

$$\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{N-1}]^T$$

$$\mathbf{a} = [a_0, a_1, \dots, a_{N-1}]^T = [x_{-i}, x_{1-i}, \dots, x_{N-1-i}]^T \quad (14)$$

因此有:

$$C_J = \mathbf{s}^H \mathbf{R}_J \mathbf{s} = (\mathbf{a} \odot e^{j\boldsymbol{\varphi}})^H \mathbf{R}_J (\mathbf{a} \odot e^{j\boldsymbol{\varphi}}) \quad (15)$$

$$C_T = \mathbf{x}^T \mathbf{R}_T \mathbf{x} = (J|\mathbf{s}|)^T \mathbf{R}_T J|\mathbf{s}| = (\mathbf{J}\mathbf{a})^T \mathbf{R}_T \mathbf{J}\mathbf{a} \quad (16)$$

式中,  $|\cdot|$  为取模操作;  $\odot$  为哈达玛积;  $\mathbf{J}$  为循环移位矩阵, 定义为:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(N-i) \times i} & \mathbf{I}_{(N-i) \times (N-i)} \\ \mathbf{I}_{i \times i} & \mathbf{0}_{i \times (N-i)} \end{bmatrix} \quad (17)$$

为了抑制欺骗干扰, 需要使干扰信号在阻带范围内能量尽可能小, 同时也要保证目标信号在阻带范围内的旁瓣能量尽可能小。同时, 为了避免波形的非线性失真, 考虑 PAR 约束, 可以构造以下优化问题:

$$\mathcal{P}_0 \begin{cases} \min_{\mathbf{s}} f(\mathbf{s}) = \mu_1 \mathbf{s}^H \mathbf{R}_J \mathbf{s} + \mu_2 (\mathbf{J}|\mathbf{s}|)^H \mathbf{R}_T (\mathbf{J}|\mathbf{s}|) \\ \text{s.t. PAR}(\mathbf{s}) \leq \gamma^2 \\ \arg s_n \in \left\{ 0, \frac{1}{M} 2\pi, \dots, \frac{M-1}{M} 2\pi \right\} \quad \forall n \end{cases} \quad (18)$$

式中,  $\mu_1$  和  $\mu_2$  为权重因子, 满足  $\mu_1 + \mu_2 = 1$ , 用来折中干扰能量和目标旁瓣能量;  $\arg(\cdot)$  表示取相位操作;  $s_n$  为矢量  $\mathbf{s}$  中的第  $n$  个元素;  $M$  为离散相位个数;  $\gamma \in [1, \sqrt{N}]$  控制最大 PAR 值; 其中  $\text{PAR}(\mathbf{s})$  定义为<sup>[14]</sup>:

$$\text{PAR}(\mathbf{s}) = \frac{\max_n |s_n|^2}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |s_n|^2} \quad (19)$$

### 3 基于 IADPM 的脉间波形设计

本节提出了 IADPM 算法求解问题  $\mathcal{P}_0$ 。该算法的核心思想是通过引入辅助变量将原问题转换为一系列子问题, 通过对每个子问题求取非精确解并不断交替循环迭代, 最终求解包含幅度与相位的序列  $\mathbf{s}$ 。

#### 3.1 算法描述

将式 (15)~式 (16) 带入问题  $\mathcal{P}_0$  中, 问题  $\mathcal{P}_0$  可进一步写为:

$$\mathcal{P}_1 \begin{cases} \min_{\mathbf{a}, \boldsymbol{\varphi}} \mu_1 (\mathbf{a} \odot e^{j\boldsymbol{\varphi}})^H \mathbf{R}_J (\mathbf{a} \odot e^{j\boldsymbol{\varphi}}) + \mu_2 (\mathbf{J}\mathbf{a})^H \mathbf{R}_T (\mathbf{J}\mathbf{a}) \\ \text{s.t. } 0 \leq a_n \leq \gamma \quad \forall n \\ \mathbf{a} \in \mathbb{R}^N \\ (\mathbf{a} \odot e^{j\boldsymbol{\varphi}})^H (\mathbf{a} \odot e^{j\boldsymbol{\varphi}}) = N \\ \varphi_n \in \left\{ 0, \frac{1}{M} 2\pi, \dots, \frac{M-1}{M} 2\pi \right\} \end{cases} \quad (20)$$

式中,  $\mathbb{R}^N$  为  $N$  维实向量集合。

基于文献 [15] 中 ADPM 框架, 本小节提出了 IADPM 算法求解问题  $\mathcal{P}_1$ 。首先, 引入辅助变量  $\mathbf{z}$ , 问题  $\mathcal{P}_1$  可重写为:

$$\mathcal{P}_2 \begin{cases} \min_{\mathbf{a}, \varphi} \mu_1 (\mathbf{a} \odot \mathbf{e}^{j\varphi})^H \mathbf{R}_J (\mathbf{a} \odot \mathbf{e}^{j\varphi}) + \mu_2 (\mathbf{J}\mathbf{a})^H \mathbf{R}_T (\mathbf{J}\mathbf{a}) \\ \text{s.t. } \mathbf{z} = \mathbf{a} \odot \mathbf{e}^{j\varphi} \\ |z_n| \leq \gamma, \forall n \\ \mathbf{z}^H \mathbf{z} = N \\ \varphi_n \in \left\{ 0, \frac{1}{M} 2\pi, \dots, \frac{M-1}{M} 2\pi \right\} \end{cases} \quad (21)$$

进而, 构造增广拉格朗日函数:

$$L(\mathbf{a}, \varphi, \mathbf{z}) = \mu_1 (\mathbf{a} \odot \mathbf{e}^{j\varphi})^H \mathbf{R}_J (\mathbf{a} \odot \mathbf{e}^{j\varphi}) + \mu_2 (\mathbf{J}\mathbf{a})^H \mathbf{R}_T (\mathbf{J}\mathbf{a}) + \Re \left\{ \lambda^H (\mathbf{z} - \mathbf{a} \odot \mathbf{e}^{j\varphi}) \right\} + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{z} - \mathbf{a} \odot \mathbf{e}^{j\varphi}\|^2 \quad (22)$$

式中,  $\lambda$  为拉格朗日乘子;  $\rho$  为惩罚因子;  $\Re\{\cdot\}$  为取实部操作;  $\|\cdot\|$  表示二范数。

根据 ADPM 框架, 通过交替更新  $\mathbf{z}, \mathbf{a}, \varphi$  来最小化  $L(\mathbf{a}, \varphi, \mathbf{z})$ , 进而求得原问题的解。假设  $\mathbf{z}, \mathbf{a}, \varphi$  在第  $t$  次迭代的解分别为  $\mathbf{z}^{(t)}, \mathbf{a}^{(t)}, \varphi^{(t)}$ , 则提出的 IADPM 算法的迭代规则如下:

$$\mathbf{z}^{(t)} = \arg \min_{\mathbf{z} \in \Omega_z} L(\mathbf{z}, \mathbf{a}^{(t-1)}, \varphi^{(t-1)}, \lambda^{(t-1)}, \rho^{(t-1)}) \quad (23)$$

$$\Omega_z = \left\{ \begin{array}{l} |z_n| \leq \gamma, \mathbf{z}^H \mathbf{z} = N \\ \arg z_n \in \left\{ 0, \frac{1}{M} 2\pi, \dots, \frac{M-1}{M} 2\pi \right\}, \forall n \end{array} \right\} \quad (24)$$

$$\mathbf{a}^{(t)} = \arg \min_{\mathbf{a}} L(\mathbf{z}^{(t)}, \mathbf{a}, \varphi^{(t-1)}, \lambda^{(t-1)}, \rho^{(t-1)}) \quad (25)$$

$$\Omega_a = \left\{ \mathbf{a} \in \mathbb{R}^N, 0 \leq a_n \leq \gamma, \forall n \right\} \quad (26)$$

$$\varphi^{(t)} = \arg \min_{\varphi \in \Omega_\varphi} L(\mathbf{z}^{(t)}, \mathbf{a}^{(t)}, \varphi, \lambda^{(t-1)}, \rho^{(t-1)}) \quad (27)$$

$$\Omega_\varphi = \left\{ \varphi_n \in \left\{ 0, \frac{1}{M} 2\pi, \dots, \frac{M-1}{M} 2\pi \right\}, \forall n \right\} \quad (28)$$

$$\rho^{(t)} = \begin{cases} \rho^{(t-1)}, \text{ if } \left\| \mathbf{z}^{(t)} - (\mathbf{a}^{(t)} \odot \mathbf{e}^{j\varphi^{(t)}}) \right\| \leq \\ \delta_{1c} \left\| \mathbf{z}^{(t-1)} - (\mathbf{a}^{(t-1)} \odot \mathbf{e}^{j\varphi^{(t-1)}}) \right\| \\ \rho^{(t-1)} \delta_{2c} \text{ else} \end{cases} \quad (29)$$

$$\lambda^{(t)} = \lambda^{(t-1)} + \rho^{(t)} \left( \mathbf{z}^{(t)} - (\mathbf{a}^{(t)} \odot \mathbf{e}^{j\varphi^{(t)}}) \right) \quad (30)$$

式中,  $\delta_{1c}$  和  $\delta_{2c}$  为接近 1 的两个常数, 且满足  $0 < \delta_{1c} < 1$  和  $\delta_{2c} > 1$ 。

首先, 固定  $\mathbf{a}^{(t-1)}, \varphi^{(t-1)}, \lambda^{(t-1)}, \rho^{(t-1)}$ , 更新  $\mathbf{z}^{(t)}$ 。忽略与  $\mathbf{z}$  的无关项, 式 (23) 可以重写为:

$$\min_{\mathbf{z}} \frac{\rho}{2} \mathbf{z}^H \mathbf{z} + \Re \left\{ \mathbf{z}^H \lambda - \rho \mathbf{z}^H \mathbf{s} \right\} \\ \text{s.t. } |z_n| \leq \gamma, \forall n \\ \|\mathbf{z}\|^2 = N \\ \arg z_n \in \left\{ 0, \frac{1}{M} 2\pi, \dots, \frac{M-1}{M} 2\pi \right\} \quad (31)$$

式 (31) 可以用经典的 Power Method<sup>[16]</sup> 方法求解, 首先定义:

$$\mathbf{b} = \mathbf{s} - \lambda / \rho \quad (32)$$

$z_n$  的相位满足  $\arg z_n = \arg b_n$ , 由于本文考虑离散量化相位, 则选取最接近最优值的离散量化相位即可。接下来计算  $|z_n|$ , 假设矢量  $\mathbf{b}$  中的元素满足  $|b_1| \geq \dots \geq |b_N|$ , 其非零元素个数为  $m$ , 当  $m\gamma^2 \leq N$  时, 式 (31) 的解为:

$$|z_n| = \begin{cases} \gamma & n = 1, 2, \dots, m \\ \sqrt{\frac{N - m\gamma^2}{N - m}} & n = m + 1, m + 2, \dots, N \end{cases} \quad (33)$$

当  $m\gamma^2 > N$  时, 式 (31) 的解为:

$$|z_n| = \min\{\beta |b_n|, \gamma\} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (34)$$

式中,

$$\beta \in \left\{ \beta \left| \begin{array}{l} \sum_n \min\{\beta^2 |b_n|^2, \gamma^2\} - N = 0 \\ \beta \in \left[ 0, \frac{\gamma}{\min\{|b_n|, |b_n| \neq 0\}} \right] \end{array} \right. \right\} \quad (35)$$

由于函数  $f(\beta) = \sum_n \min\{\beta^2 |b_n|^2, \gamma^2\} - N$  在区间上单调递增, 且  $f(0) \leq 0$ , 因此可用二分法求得  $\beta$ 。

接着, 固定  $\mathbf{z}^{(t)}, \varphi^{(t-1)}, \lambda^{(t-1)}, \rho^{(t-1)}$ , 更新  $\mathbf{a}^{(t)}$ 。忽略  $\mathbf{a}$  的无关项, 式 (25) 可以写为:

$$\min_{\mathbf{a}} \mu_1 (\mathbf{D}\mathbf{a})^H \mathbf{R}_J \mathbf{D}\mathbf{a} + \mu_2 \mathbf{a}^H \mathbf{J}^H \mathbf{R}_T \mathbf{J}\mathbf{a} - \Re \left\{ \lambda^H \mathbf{D}\mathbf{a} \right\} - \rho \Re \left\{ \mathbf{z}^H \mathbf{D}\mathbf{a} \right\} + \frac{\rho}{2} \mathbf{a}^H \mathbf{D}^H \mathbf{D}\mathbf{a} \\ \text{s.t. } \mathbf{a} \in \mathbb{R}_{a_n}^N \geq 0, \forall n \quad (36)$$

式中, 矩阵  $\mathbf{D}$  定义为:

$$\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{e}^{j\varphi_0}, \mathbf{e}^{j\varphi_1}, \dots, \mathbf{e}^{j\varphi_{N-1}}) \quad (37)$$

式中,  $\text{diag}(\dots)$  表示将数据形成对角矩阵。

利用坐标下降 (coordinate descent, CD)<sup>[17]</sup> 算法求解  $\mathbf{a}$ , 固定  $a_0, \dots, a_{p-1}, a_{p+1}, \dots, a_{N-1}$ , 式 (36) 中目标函数可以表示为关于  $a_p$  的表达式为:

$$\mu_1 (\mathbf{D}\mathbf{a})^H \mathbf{R}_J \mathbf{D}\mathbf{a} + \mu_2 \mathbf{a}^H \mathbf{J}^H \mathbf{R}_T \mathbf{J}\mathbf{a} - \Re \left\{ \lambda^H \mathbf{D}\mathbf{a} \right\} - \rho \Re \left\{ \mathbf{z}^H \mathbf{D}\mathbf{a} \right\} + \frac{\rho}{2} \mathbf{a}^H \mathbf{D}^H \mathbf{D}\mathbf{a} = u a_p^2 + v a_p + l \quad (38)$$

式中,

$$v = \mu_1 \left( e^{-j\varphi_p} \sum_{n \neq p} a_n e^{j\varphi_n} r_{pn} + e^{j\varphi_p} \sum_{n \neq p} a_n e^{-j\varphi_n} r_{np} \right) + \mu_2 \left( \sum_{n \neq p} a_n r'_{pn} + \sum_{n \neq p} a_n r'_{np} \right) - \Re \left( \bar{\lambda}_p e^{j\varphi_p} \right) - \rho \Re \left( \bar{z}_p e^{j\varphi_p} \right) \quad (39)$$

$$u = \mu_1 r_{pp} + \mu_2 r'_{pp} + 0.5\rho \quad (40)$$

$$l = \mu_1 \sum_{m \neq p} \sum_{n \neq p} a_m e^{j\varphi_m} a_n e^{-j\varphi_n} r_{nm} + \mu_2 \sum_{m \neq p} a_m \sum_{n \neq p} a_n r'_{nm} - \Re \left( \sum_{n \neq p} \bar{\lambda}_n a_n e^{j\varphi_n} \right) - \rho \Re \left( \sum_{n \neq p} \bar{z}_n a_n e^{j\varphi_n} \right) + \sum_{n \neq p} a_n^2 \quad (41)$$

式中,  $r_{nm}$ 和 $r'_{nm}$ 分别为矩阵 $\mathbf{R}_J$ 和 $\mathbf{R}_T$ 中的第 $(n, m)$ 个元素。 $\bar{(\cdot)}$ 表示取共轭操作, 由于 $u > 0$ , 可得 $a_p$ 最优解为:

$$a_p = \begin{cases} -\frac{v}{2u} & -\frac{v}{2u} > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (42)$$

最后, 固定 $\mathbf{z}^{(t)}, \mathbf{a}^{(t)}, \lambda^{(t-1)}, \rho^{(t-1)}$ , 更新 $\varphi^{(t)}$ 。忽略 $\varphi$ 的无关项, 关于 $\varphi$ 的优化问题可写为:

$$\min_{\varphi} \mu_1 (\mathbf{D}\mathbf{a})^H \mathbf{R}_J \mathbf{D}\mathbf{a} - \Re \left\{ \lambda^H \mathbf{D}\mathbf{a} \right\} - \rho \Re \left\{ \mathbf{z}^H \mathbf{D}\mathbf{a} \right\} \\ \text{s.t. } \varphi_n \in \left\{ 0, \frac{1}{M} 2\pi, \dots, \frac{M-1}{M} 2\pi \right\} \quad \forall n \quad (43)$$

同样采取 CD 算法求解 $\varphi$ 。固定 $\varphi_0, \dots, \varphi_{p-1}, \varphi_{p+1}, \dots, \varphi_{N-1}$ , 式(38)关于 $\varphi_p$ 的表达式可以重写为:

$$\mu_1 (\mathbf{D}\mathbf{a})^H \mathbf{R}\mathbf{D}\mathbf{a} - \Re \left\{ \lambda^H \mathbf{D}\mathbf{a} \right\} - \rho \Re \left\{ \mathbf{z}^H \mathbf{D}\mathbf{a} \right\} = c + \Re \left( a_p e^{j\varphi_p} g \right) \quad (44)$$

式中,

$$c = \mu_1 \left( \sum_{m \neq p} \sum_{n \neq p} a_m e^{j\varphi_m} a_n e^{-j\varphi_n} r_{nm} + x_p^2 r_{pp} \right) - \frac{1}{2} \sum_{n \neq p} \bar{\lambda}_n x_n e^{j\varphi_n} - \frac{1}{2} \sum_{n \neq p} \lambda_n a_n e^{-j\varphi_n} - \frac{\rho}{2} \sum_{n \neq p} \bar{z}_n a_n e^{j\varphi_n} - \frac{\rho}{2} \sum_{n \neq p} z_n a_n e^{-j\varphi_n} \quad (45)$$

$$g = 2\mu_1 \sum_{n \neq p} a_n e^{-j\varphi_n} r_{np} - \bar{\lambda}_p - \rho \bar{z}_p \quad (46)$$

因此, 式(44)关于 $\varphi_p$ 的优化问题可以重写为:

$$\min_{\varphi_p} \Re \left( a_p e^{j\varphi_p} g \right) \\ \text{s.t. } \varphi_p \in \left\{ 0, \frac{1}{M} 2\pi, \dots, \frac{M-1}{M} 2\pi \right\} \quad (47)$$

可以求得:

$$\varphi_p = f(\pi - \arg g) \quad (48)$$

式中,  $f(\psi)$ 表示最接近 $\psi$ 的离散量化相位值。

$\mathbf{z}, \mathbf{a}, \varphi, \lambda, \rho$ 不断迭代更新直到收敛。根据文献[18], 设置停止迭代的条件为:

$$\epsilon^{(t)} = \|\mathbf{z}^{(t)} - \mathbf{a}^{(t)} \odot e^{j\varphi^{(t)}}\| \leq \zeta \quad (49)$$

IADPM 算法求解问题 $\mathcal{P}_0$ , 总结 IADPM 算法流程如下所示。

输入: 初始值 $\mathbf{z}^{(0)}, \mathbf{a}^{(0)}, \varphi^{(0)}, \lambda^{(0)}, \rho^{(0)}$ ,  $\delta_{1c}, \delta_{2c}$ 和控制收敛的阈值 $\zeta$

输出: 局部最优解 $\mathbf{a}$ 和 $\varphi$ ;

while  $\epsilon^{(t)} > \zeta$

判断 $m\gamma^2$ 是否大于 $N$ , 根据式(33)和式(34)更新 $\mathbf{z}^{(t)}$ ;

for  $p=1:N$

根据式(42)更新 $a_p^{(t)}$ ;

end

for  $p=1:N$

根据式(48)更新 $\varphi_p^{(t)}$ ;

end

分别根据式(29)和式(30)更新 $\rho^{(t)}$ 和 $\lambda^{(t)}$ ;

根据式(49)计算 $\epsilon^{(t)}$ ;

end while

求出最优序列 $\mathbf{a}$ 和 $\varphi$ 后, 根据 $\mathbf{a}$ 和 $\varphi$ 的定义, 即可计算发射脉冲串的幅度和相位序列。

### 3.2 计算复杂度分析

基于 IADPM 算法求解问题 $\mathcal{P}_0$ 的计算量主要与迭代次数和矢量 $\mathbf{z}, \mathbf{a}, \varphi$ 的更新有关。其中, 更新矢量 $\mathbf{z}$ 所用的 Power Method 计算量主要来自于二分法求 $\beta$ 值, 相应地计算量为 $O(I(N))$ , 其中 $I$ 为二分法迭代次数; 更新矢量 $\mathbf{a}$ 中的计算量主要来自于计算 $u$ 和 $v$ , 其计算量为 $O(N)$ , 遍历 $N$ 个元素, 其计算量为 $O(N^2)$ ; 更新矢量 $\varphi$ 中的计算量主要来自于构造 $g$ , 其计算量为 $O(N)$ , 遍历完 $N$ 个元素, 其计算量为 $O(N^2)$ 。因此, 在 IADPM 算法一次迭代中的计算量为 $O(I(N)) + O(N^2)$ 。

## 4 仿真实验

本节主要通过仿真实验验证脉间幅度相位捷变设计抗速度欺骗干扰方法的有效性。

### 4.1 算法性能分析

本小节首先对提出的 IADPM 算法的收敛性进行分析。考虑单目标与单干扰场景下, 即 $P=1, Q=1$ , 假设雷达发射脉冲个数 $N=512$ , 干扰的归一化多普勒频率 $f_J=0.4$ , 目标的归一化多普勒频率 $f_T=0.47$ , 干扰信号滞后目标信号 2 个 PRT, 设置阻带范围为

$\Omega = [f_{11}, f_{12}] = [0.3, 0.5]$ 。随机初始化 $s, \lambda, z$ 的初始值与 $s$ 的初始值保持一致,  $\delta_{1c} = 0.9995$ ,  $\delta_{2c} = 1.0005$ ,  $\mu_1 = 0.9$ ,  $M = 16$ 。将 ADMM 算法作为对比算法<sup>[18]</sup>, 其中 ADMM 算法中惩罚因子 $\rho$ 保持不变, 其他参数迭代规则按照式(23)~式(30)所示。

图2分别展示了 IADPM 与 ADMM 算法中的残差 $\epsilon$ 随迭代次数变化曲线图。可以看到, 对于 IADPM 算法, 无论惩罚因子 $\rho$ 的初始值取多少, 残差 $\epsilon$ 总能不断保持下降趋势直至收敛, 然而 ADMM 算法受惩罚因子 $\rho$ 影响较大, 并不能总是收敛, 当 $\rho$ 为1和100时, ADMM 算法最后趋于收敛, 然而当 $\rho$ 取值较小为0.1时, ADMM 算法无法收敛。

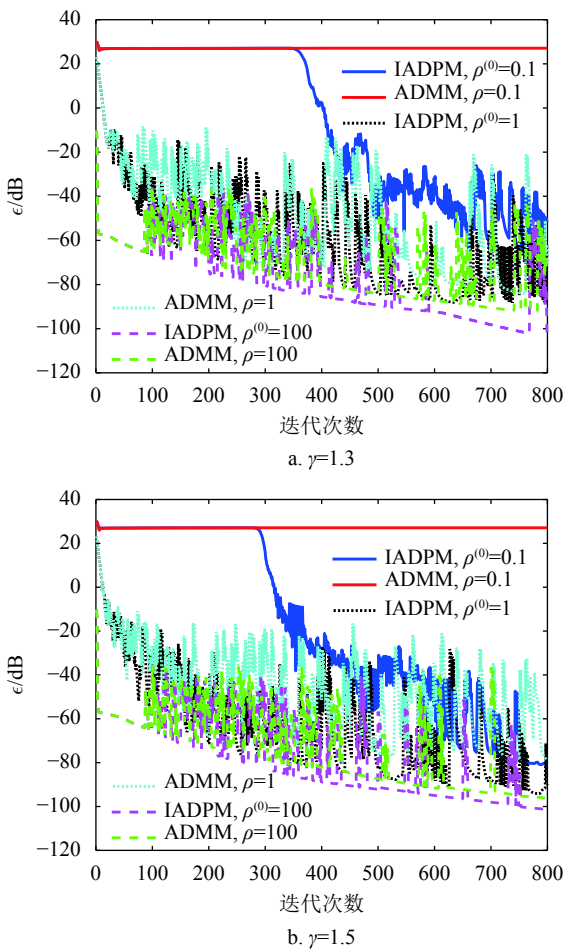


图2  $\epsilon$ 随迭代次数变化的曲线图

## 4.2 抗干扰结果分析

本小节针对设计的脉间幅度-相位波形序列的抗干扰效果进行仿真验证。首先考虑单目标与单干扰场景, 参数设置与4.1节保持一致, 设置噪声功率 $\sigma^2 = 0$  dB, 目标信号幅度 $|\alpha_T|^2 = 10$  dB, 干扰信号幅度 $|\alpha_J|^2 = 20$  dB。

图3为单目标单干扰场景下的抗干扰结果。可

以看到, 由于干扰的存在, 利用传统脉间波形得到的慢时域多普勒谱上, 目标和干扰同时存在, 且干扰幅度比目标幅度高约10 dB。相反, 利用优化后脉间波形得到的多普勒谱上, 可以看到干扰尖峰消失, 只剩下目标尖峰, 且在 $[0.3, 0.5]$ 阻带范围内存在凹槽。

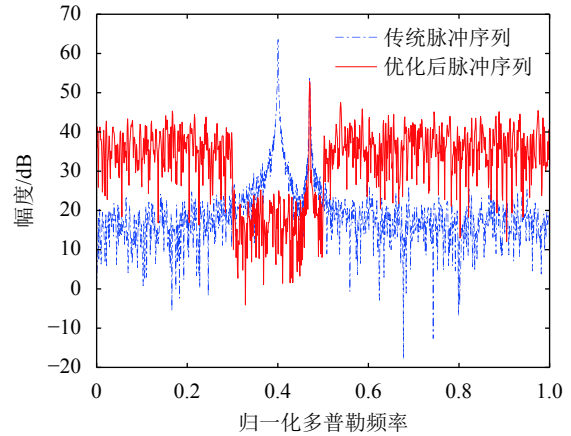


图3 单目标场景下抗干扰效果

考虑多目标与多干扰场景, 设干扰个数 $P = 2$ , 目标个数 $Q = 2$ , 干扰信号的归一化多普勒频率分别为 $f_{J1} = 0.35$ ,  $f_{J2} = 0.45$ , 目标的归一化多普勒频率分别为 $f_{T1} = 0.42$ ,  $f_{T2} = 0.44$ , 设置阻带范围为 $\Omega = [f_{11}, f_{12}] = [0.3, 0.5]$ , 其余参数保持不变。

图4给出了多目标场景下抗干扰效果图。可以看到, 利用传统脉冲序列得到的慢时域多普勒谱上, 两个目标和两个干扰同时存在, 无法分辨真实目标。通过优化设计的脉间波形的多普勒谱上, 只剩下两个真实目标, 两个干扰尖峰消失, 说明了该方法在多目标多干扰场景下依然适用。

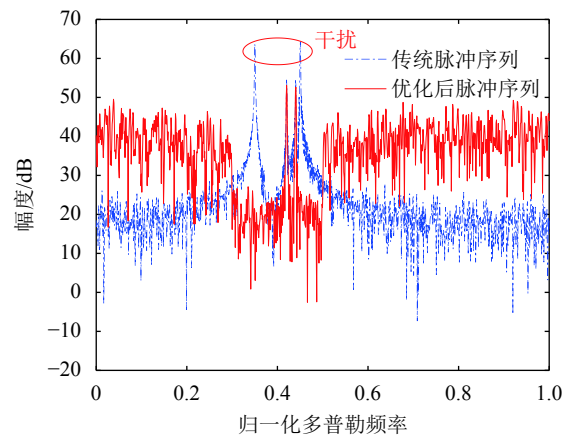


图4 多目标场景下抗干扰效果

## 5 结束语

针对速度欺骗干扰, 本文通过建立最小化阻带

内干扰能量与阻带内目标旁瓣能量的加权和优化准则, 考虑波形离散量化相位和 PAR 约束, 构建了速度欺骗干扰下脉间波形幅相联合设计的优化问题, 针对该优化问题, 提出了 IADPM 算法求解, 并理论分析了 IADPM 算法的计算复杂度。

仿真结果表明, IADPM 算法在不同的惩罚因子下总能收敛, 优于 ADMM 算法。离散相位情况下, 设计的波形更加易于工程实现, 同时可以有效抑制速度欺骗干扰, 在多目标多干扰情况下, 算法依然有效, 普适性较高。

### 参 考 文 献

- [1] LI N, ZHANG Y. A survey of radar ECM and ECCM[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1995, 31(3): 1110-1120.
- [2] 赵国庆. 雷达对抗原理[M]. 第二版. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2012.  
ZHAO Guo-qing. Principle of radar countermeasure[M]. 2nd ed. Xi'an: Xidian University Press, 2012.
- [3] 黄岩, 赵博, 陶明亮, 等. 合成孔径雷达抗干扰技术综述[J]. 雷达学报, 2020, 9(1): 86-106.  
HUANG Yan, ZHAO Bo, TAO Ming-liang, et al. Review of synthetic aperture radar interference suppression[J]. *Journal of Radars*, 2020, 9(1): 86-106.
- [4] 陈赓, 田波, 宫健, 等. 雷达有源干扰鉴别技术综述[J]. 现代防御技术, 2019, 47(5): 113-119.  
CHEN Geng, TIAN Bo, GONG Jian, et al. Overview of radar active jamming identification techniques[J]. *Modern Defence Technology*, 2019, 47(5): 113-119.
- [5] 马佳智, 施龙飞, 徐振海, 等. 单脉冲雷达多点源参数估计与抗干扰技术进展[J]. 雷达学报, 2019, 8(1): 125-139.  
MA Jia-zhi, SHI Long-fei, XU Zhen-hai, et al. Overview of multi-source parameter estimation and jamming mitigation for monopulse radars[J]. *Journal of Radars*, 2019, 8(1): 125-139.
- [6] AKHTAR J. Orthogonal block coded ECCM schemes against repeat radar jammers[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(3): 1218-1226.
- [7] 罗美方, 郝志梅, 王强. LFM-频率编码复合低截获波形信号处理方法[J]. 电子科技大学学报, 2017, 46(2): 335-339.  
LUO Mei-fang, HAO Zhi-mei, WANG Qiang. Signal processing technique for LFM/FSK hybrid LPI waveform[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2017, 46(2): 335-339.
- [8] LU Shu-ping, CUI Guo-long, YI Wei, et al. Radar waveform design against signal-dependent jamming[C]//2017 IEEE Radar Conference. Seattle, USA: IEEE, 2017: 1075-1080.
- [9] ZHOU Kai, LI De-xin, SU Yi, et al. Joint design of transmit waveform and mismatch filter in the presence of interrupted sampling repeater jamming[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2020, 27: 1610-1614.
- [10] ZHANG Jin-dong, ZHU Dai-yin, ZHANG Gong. New anti-velocity deception jamming technique using pulses with adaptive initial phases[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 1290-1330.
- [11] YANG Ya, WU Jian, CUI Guo-long, et al. Optimized phase-coded waveform design against velocity deception[C]//2015 IEEE Radar Conference. Arlington, USA: IEEE, 2015: 1-4.
- [12] XIONG Wei, WANG Xin-hai, ZHANG Gong. Cognitive waveform design for anti-velocity deception jamming with adaptive initial phases[C]//2016 IEEE Radar Conference. Philadelphia, USA: IEEE, 2016: 1-5.
- [13] 吴健. 基于波形分集的雷达抗有源欺骗干扰技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2015.  
WU Jian. Research of technology against radar active deception jamming based on waveform diversity[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2015.
- [14] 崔国龙, 余显祥, 杨婧, 等. 认知雷达波形优化设计综述[J]. 雷达学报, 2019, 8(5): 537-557.  
CUI Guo-long, YU Xian-xiang, YANG Jing, et al. An overview of waveform optimization methods for cognitive radar[J]. *Journal of Radars*, 2019, 8(5): 537-557.
- [15] YU Xian-xiang, CUI Guo-long, YANG Jing, et al. Quadratic optimization for unimodular sequence design via an ADPM framework[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 3619-3634.
- [16] SOLTANALIAN M, STOICA P. Designing unimodular codes via quadratic optimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(5): 1221-1234.
- [17] YU Xian-xiang, CUI Guo-long, KONG Ling-jiang, et al. Constrained waveform design for colocated MIMO radar with uncertain steering matrices[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(1): 356-370.
- [18] BOYD S, PARIKH N, CHU E. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[M]. Hanover: Now Publishers Inc, 2011.

编辑 刘飞阳