



# 虚拟孔径高分辨测角方法

徐彦钦, 崔国龙\*, 余显祥, 葛萌萌, 杨晓波

(电子科技大学信息与通信工程学院 成都 611731)

**【摘要】**针对天线阵列中阵元个数有限而导致波达方向 DOA 估计分辨率较低的问题, 该文提出了一种基于宽频跳变信号相位补偿的虚拟孔径重构方法。该方法通过利用宽频跳变信号, 将多个频点的信号向量加入补偿相位形成虚拟导向矢量, 从而形成远大于物理孔径的虚拟孔径, 实现高分辨 DOA 估计。仿真实验结果表明, 该文所提的虚拟阵列重构方法可有效地提高 DOA 估计的角度分辨率, 且具有较小的计算复杂度。

**关键词** 天线阵列; 宽频跳变信号; 高分辨测角; 虚拟孔径

**中图分类号** TN911.7 **文献标志码** A **doi**:10.12178/1001-0548.2021123

## High Resolution Angle Measurement Method of Virtual Aperture

XU Yanqin, CUI Guo-long\*, YU Xianxiang, GE Mengmeng, and YANG Xiaobo

(School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 611731)

**Abstract** Considering the low angle resolution of direction of arrival (DOA) estimation caused by the limited number of elements in the antenna array, a virtual aperture reconstruction method is proposed in this paper, which is based on phase compensation of broadband hopping signals. Besides it, a virtual steering vector is constructed resorting to phase compensation on the signal vector at multiple frequency points of the broadband hopping signal. Finally, a virtual aperture much larger than the physical aperture is formed, which is capable of high-resolution DOA estimation. The simulation experiment results show that the virtual array reconstruction method in this paper can effectively improve the angle resolution of the DOA estimation with a small computational complexity.

**Key words** antenna array; broadband hop signal; high-resolution angle measurement; virtual aperture

波达方向 (direction of arrival, DOA) 估计作为阵列信号处理中的一个研究方式, 已经被广泛应用于雷达探测、无线通信、电子侦察等领域<sup>[1-3]</sup>。DOA 估计的分辨率主要受限于阵列孔径, 天线阵元个数或阵元间距的增加可以有效增大阵列孔径, 提高 DOA 估计的分辨率<sup>[4]</sup>, 但同时也极大增加了天线阵列的物理尺寸、复杂性以及成本。

文献 [5-7] 研究出虚拟天线阵列技术可以在不改变物理阵列的前提下形成虚拟孔径, 从而增大阵列孔径, 获得更高的角度分辨率。文献 [8] 通过联合未经调制的接收信号及经过调频、调幅和调相等处理的接收信号, 形成虚拟阵列接收信号构造出较大的虚拟阵列孔径。文献 [9] 通过虚拟阵列变换, 将实际物理阵列变换为阵列孔径更大的虚拟阵列,

提高了 DOA 估计精度, 但该方法性能受观测区间影响。文献 [10-12] 利用高阶累积量的统计特性增加虚拟阵元实现阵列扩展, 有效扩大了阵列孔径, 但该方法需要较多的快拍数, 运算量大, 且形成的虚拟孔径大小有限。文献 [13-14] 提出了一种基于 Khatri-Rao (KR 积) 的虚拟阵列构造方法, 使得虚拟孔径大小最多提升至实际物理阵列孔径的两倍。文献 [15-18] 采用线性预测的方式进行虚拟阵元的外推, 从而实现了 DOA 估计的高分辨性, 但其外推虚拟阵元个数有限, 且受信噪比影响较大。文献 [19] 通过合成孔径 (synthetic aperture radar, SAR) 方式形成虚拟孔径, 在汽车雷达体制下实现了运动目标的超分辨 DOA 估计, 然而该方法模型较为简单, 无法满足实际汽车运动场景。而多输入多输

收稿日期: 2021-04-26; 修回日期: 2021-06-11

基金项目: 国家自然科学基金 (61771109, 61871080, 61701088); 高等学校学科创新引智计划 (B17008)

作者简介: 徐彦钦 (1997-), 男, 博士生, 主要从事阵列信号处理和 DOA 估计方面的研究。

\*通信作者: 崔国龙, E-mail: cuiguolong@uestc.edu.cn

出 (multiple input multiple output, MIMO) 雷达作为一种典型的具备虚拟孔径特征的雷达体制, 其构建的虚拟孔径的大小取决于发射阵元个数、接收的阵元个数以及阵元间距<sup>[20]</sup>。

为了形成更大的虚拟孔径, 本文提出了一种基于信号宽频跳变相位补偿的虚拟孔径重构方法。首先建立宽频跳变信号的接收信号模型; 然后对各频点的窄带接收信号加入补偿相位进行虚拟孔径重构处理, 从而形成远大于实际物理孔径的虚拟孔径, 其频点个数越多, 形成的虚拟孔径越大; 最后, 采用单快拍的空间非均匀傅里叶变换实现高分辨 DOA 估计。

## 1 信号模型

假设由单个天线分时发射如图 1 所示的宽频跳变信号, 该信号有  $N$  个频点, 采用步进频方式, 则发射信号  $\tilde{s}(t)$  可表示为:

$$\tilde{s}(t) = \sum_{i=0}^{N-1} s(t - iT_P) e^{j2\pi f_i(t - iT_P)} \text{rect}\left(\frac{t - iT_P - \frac{\tau}{2}}{\tau}\right) \quad (1)$$

式中,  $s(t)$  为第  $i$  个频点信号的复基带包络;  $f_0$  为信号起始频率;  $f_{N-1}$  为终止频率;  $\Delta f$  为频率步进间隔;  $f_i = f_0 + i\Delta f$  为第  $i$  个频点;  $\tau$  为各频点信号持续时间;  $T_P$  为载频间隔时长;  $\text{rect}(t/\tau)$  为矩形函数。

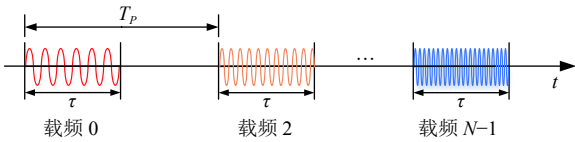


图 1 宽频跳变信号示意图

考虑由  $M$  个阵元组成的均匀接收线阵, 其间距为  $d$ , 假设从空间远场观察到有  $K$  个方向的宽频跳变信号  $\tilde{s}_k(t)$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) 入射到该阵列, 且每个入射的宽频跳变信号都由  $N$  个频点的窄带信号  $s_k(t) e^{j2\pi f_i t}$  ( $i = 0, 1, \dots, N-1$ ) 组成, 则  $N$  个频点的阵列接收信号可表示为:

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0^T(t) \\ \mathbf{x}_1^T(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{N-1}^T(t) \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^K s_k(t) \begin{bmatrix} \mathbf{a}_0^T(t) \\ \mathbf{a}_1^T(t) \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{N-1}^T(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0^T(t) \\ \mathbf{v}_1^T(t) \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{N-1}^T(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N \times M} \quad (2)$$

式中,  $[\cdot]^T$  表示转置操作;  $s_k(t)$  为第  $k$  个宽频跳变信号中的复基带包络;  $\mathbf{x}_i(t)$  为频点  $f_i$  处的接收信号向量;  $\mathbf{v}_i(t)$  为  $M$  个阵元的高斯白噪声矢量, 满足均

值为零, 方差为  $\sigma_i^2$ ;  $\theta_k$  为第  $k$  个信号的入射角度; 向量  $\mathbf{a}_i(\theta_k)$  表示第  $k$  个信号在频率点  $f_i$  处的导向矢量, 定义为:

$$\mathbf{a}_i(\theta_k) = [1, e^{-j\phi_i(\theta_k)}, \dots, e^{-j(M-1)\phi_i(\theta_k)}]^T \quad (3)$$

式中,  $\phi_i(\theta_k) = 2\pi d \sin(\theta_k) / \lambda_i$  为频率  $f_i$  处的空间相位;  $\lambda_i = c / f_i$  为载波波长;  $c$  为光速。

## 2 基于虚拟孔径的高分辨 DOA 估计

### 2.1 虚拟孔径重构原理

根据式 (3) 的导向矢量模型, 可知空间相位  $\phi$  与阵元间距  $d$  的变换关系为:  $\phi = 2\pi d \sin(\theta_k) / \lambda$ 。根据此变换关系, 若在接收信号中加入补偿相位  $\varphi$ , 可得到平移间距:

$$d_{\text{move}} = \varphi \lambda / 2\pi \sin(\theta_k) \quad (4)$$

式中,  $d_{\text{move}}$  为物理阵列与虚拟阵列之间的平移间距。

对  $N-1$  个频点的接收信号分别加入不同的补偿相位  $\varphi_i$ , 使得物理阵列在不同频点处产生不同的阵列平移  $d_{i,\text{move}}$ , 以此达到阵列扩展的目的, 从而实现虚拟孔径的重构。

假设在第  $n$  次采样快拍中, 对第  $k$  个宽频跳变信号进行相位补偿, 其中第  $i$  个频点信号的补偿相位为  $\varphi_i$ , 如图 2 所示。

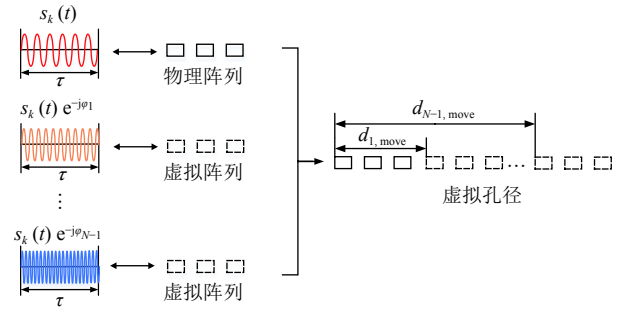


图 2 虚拟孔径重构示意图

最后对补偿后的  $N$  个频点信号进行重构排序。则第  $k$  个宽频跳变信号在虚拟孔径上的接收信号向量可表示为:

$$\hat{\mathbf{x}}_k(n) = [\mathbf{x}_0^T(n), \mathbf{x}_1^T(n) e^{-j\varphi_1}, \dots, \mathbf{x}_{N-1}^T(n) e^{-j\varphi_{N-1}}]^T + \hat{\mathbf{v}}_k(n) = s_k(n) [\mathbf{a}_0^T(\theta_k), \dots, \mathbf{a}_{N-1}^T(\theta_k) e^{-j\varphi_{N-1}}]^T + \hat{\mathbf{v}}_k(n) = s_k(n) \hat{\mathbf{a}}_k + \hat{\mathbf{v}}_k(n) \quad (5)$$

式中,  $\hat{\mathbf{a}}_k = [\mathbf{a}_0^T(\theta_k), \mathbf{a}_1^T(\theta_k) e^{-j\varphi_1}, \dots, \mathbf{a}_{N-1}^T(\theta_k) e^{-j\varphi_{N-1}}]^T$  为第  $k$  个重构信号的虚拟导向矢量;  $s_k(n)$  为复基带包络的第  $n$  次采样快拍值;  $\hat{\mathbf{v}}_k(n)$  表示为虚拟孔径的噪声矢量, 定义为:

$$\hat{\mathbf{v}}_k(n) = [\mathbf{v}_0^T(n), \mathbf{v}_1^T(n)e^{-j\varphi_1}, \dots, \mathbf{v}_{N-1}^T(n)e^{-j\varphi_{N-1}}]^T = [\hat{\mathbf{v}}_0^T(n), \hat{\mathbf{v}}_1^T(n), \dots, \hat{\mathbf{v}}_{N-1}^T(n)]^T \quad (6)$$

式中,  $\hat{\mathbf{v}}_i(n)$  为均值零、方差为  $\sigma_i^2$  的高斯白噪声矢量。

## 2.2 相位补偿原理

假设阵列接收到单个宽频跳变信号  $\tilde{s}_k(t)$ , 由于在第  $n$  次采样快拍中  $N$  个频点的复基带包络的采样值相同, 为方便计算, 只考虑  $N$  个频点信号的导向矢量。由式 (4) 可知, 不同的补偿相位会产生不同的平移间距, 所以, 可以通过补偿相位使得每个频点信号能够完整地拼接在前一个频点信号之后。其具体框图如图 3 所示。

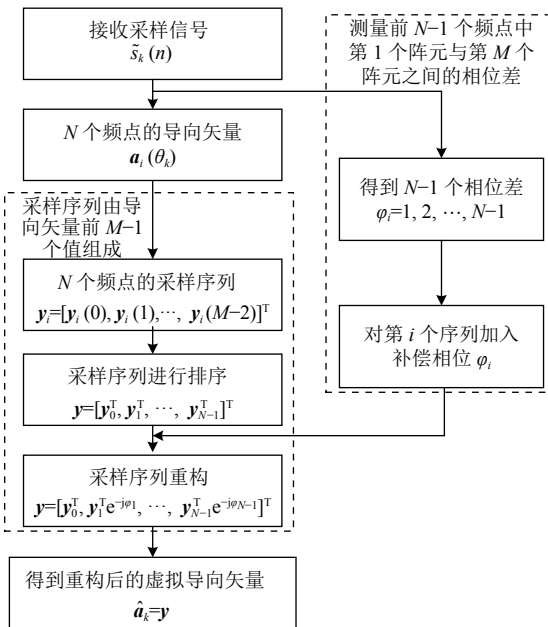


图3 相位补偿的虚拟孔径重构框图

对第一个频点信号的导向矢量  $\mathbf{a}_1(\theta_k)$  分析可得, 向量  $\mathbf{a}_1(\theta_k)$  可等效为复正弦信号的  $M$  次时域采样序列, 其信号频率为  $f = d \sin(\theta_k)$ , 采样间隔为  $1/\lambda_1$ 。因此, 各频点的导向矢量可等效为周期是  $T = 1/f$  的复正弦信号的  $M$  次时域采样序列, 且第  $i$  个频点的采样间隔为  $1/\lambda_i$ , 如图 4 所示。其中, 第  $i$  个频点的导向矢量  $\mathbf{a}_i(\theta_k)$  对应的  $M$  个采样值  $y_i(n)$  表示为:

$$y_i(n) = e^{-j2\pi f n / \lambda_i} \quad n \in \{0, 1, \dots, M-1\} \quad (7)$$

因此, 第  $i$  个采样序列可表示为:

$$\mathbf{y}_i = [y_i(0), y_i(1), \dots, y_i(M-1)]^T \quad (8)$$

将所有频点的采样序列  $\mathbf{y}_i (i = 0, 1, \dots, N-1)$  在时序上直接排列成一组间断的非均匀采样序列  $\mathbf{y} =$

$[\mathbf{y}_0^T, \mathbf{y}_1^T, \dots, \mathbf{y}_{N-1}^T]^T$ , 同时定义  $\mathbf{y}$  为虚拟导向矢量等效的采样序列。其中,  $\mathbf{y}$  的实部采样序列如图 4 所示。

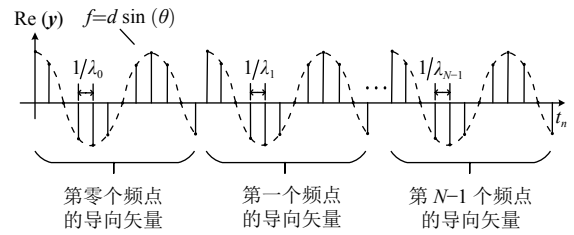


图4 采样序列  $\mathbf{y}$  的实部采样时序图

在上述采样时序中, 各频点的采样序列起始采样值为 1, 且第  $M$  个采样值为  $e^{-j2\pi f(M-1)/\lambda_i}$ 。对序列  $\mathbf{y}_i$  的起始采样值加入补偿相位值  $\varphi_i$ , 使其等于序列  $\mathbf{y}_{i-1}$  的第  $M$  个采样值。由于加入相位补偿后, 序列  $\mathbf{y}_i$  在时序上进行平移, 从而连续地拼接在序列  $\mathbf{y}_{i-1}$  之后, 因此, 加入  $N-1$  个补偿相位后, 各频点的采样序列能完全重构为连续的复正弦信号的采样序列, 如图 5 所示。

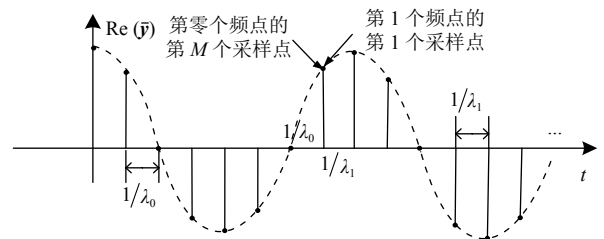


图5 重构后虚拟导向矢量的实部采样时序图

以  $\mathbf{y}_0$ 、 $\mathbf{y}_1$  为例, 对  $\mathbf{y}_1$  的采样序列进行相位补偿后, 有:

$$\begin{aligned} e^{-j\varphi_1} \cdot e^0 &= e^{-j2\pi f(M-1)/\lambda_0} \\ e^{-j\varphi_1} &= e^{-j2\pi f(M-1)/\lambda_0} \end{aligned} \quad (9)$$

可得到  $\mathbf{y}_2$  采样序列对应的补偿相位  $\varphi_1 = 2\pi f(M-1)/\lambda_0 = (M-1)\phi_0(\theta_k)$ 。此时, 补偿相位为第零个频点信号在第 1 个阵元与第  $M$  个阵元之间的空间相位差。

再对  $\mathbf{y}_2$  进行相位补偿, 即:

$$\begin{aligned} e^{-j\varphi_2} \cdot e^0 &= e^{-j\varphi_1} e^{-j2\pi f(M-1)/\lambda_1} \\ e^{-j\varphi_2} &= e^{-j\varphi_1} e^{-j2\pi f(M-1)/\lambda_1} \end{aligned} \quad (10)$$

可得到  $\mathbf{y}_2$  对应的补偿相位为:

$$\varphi_2 = (M-1)\{\phi_0(\theta_k) + \phi_1(\theta_k)\} \quad (11)$$

同理, 可推导出采样序列  $\mathbf{y}_i$  的补偿相位  $\varphi_i$  是第 1 个阵元与第  $M$  个阵元之间的空间相位差, 并依次相加:

$$\varphi_i = (M-1)\{\phi_1(\theta_k) + \phi_2(\theta_k) + \dots + \phi_{i-1}(\theta_k)\} \quad (12)$$

通过比相单脉冲测角法<sup>[21]</sup>可得到阵元 1 与阵元  $M$  之间的相位差  $\Delta\psi_{i-1} = (M-1)\phi_{i-1}(\theta_k)$ , 然后对空间相位差依次相加, 即可得到各个频点信号的补偿相位:  $\varphi_i = \Delta\psi_0 + \Delta\psi_1 + \dots + \Delta\psi_{i-1}$ 。

为保证采样序列重构的连续性, 本文对后  $N-1$  个采样序列中的前  $M-1$  个采样值进行相位补偿, 使其重构为复正弦信号的时域采样序列  $\bar{y}$ , 其采样个数为  $N(M-1)$ 。定义  $\bar{y}$  为等效的虚拟导向矢量  $\hat{a}_k$ :

$$\bar{y} = [\bar{y}_0^T, \bar{y}_1^T e^{-j\varphi_1}, \dots, \bar{y}_{N-1}^T e^{-j\varphi_{N-1}}]^T \quad (13)$$

式中, 序列  $\bar{y}_i = [y_i(0), y_i(1), \dots, y_i(M-2)]^T$  为序列  $y_i$  的前  $M-1$  个采样值。

综上所述, 通过对各频点信号进行相位补偿, 使得物理孔径重构为更大的虚拟孔径, 从而获得更高的角度分辨, 其孔径大小主要取决于重构频点个数  $N$ 。虚拟孔径重构算法的具体步骤如下: 1) 测量前  $N-1$  个频点信号在第 1 个阵元与第  $M$  个阵元间的空间相位差; 2) 取各个频点导向矢量前  $M-1$  个值进行排列, 形成采样序列; 3) 将测量得到的空间相位差作为补偿相位  $\varphi_i$  加入到采样序列, 使其重构为一条复正弦信号的非均匀采样序列; 4) 得到虚拟导向矢量  $\hat{a}_k$ 。

### 2.3 多目标相位补偿性能分析

在单目标的相位补偿原理中, 可知补偿相位与目标角度有关, 本节对多目标的相位补偿进行性能分析。假设阵列接收到来自  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  方向的两个入射信号, 则式 (2) 中的第  $i$  个频点的接收信号在第  $n$  次的采样快拍模型可表示为:

$$\mathbf{x}_i(n) = \sum_{k=1}^2 \mathbf{a}_i(\theta_k) s_k(n) + \mathbf{v}_i(n) = \tilde{\mathbf{a}}_i s_k(n) + \mathbf{v}_i(n) \quad (14)$$

式中,  $\tilde{\mathbf{a}}_i$  是两目标在第  $i$  个频点处的接收导向矢量, 定义为:

$$\tilde{\mathbf{a}}_i = \mathbf{a}_i(\theta_1) + \mathbf{a}_i(\theta_2) = [2, e^{-j\phi_0(\theta_1)} + e^{-j\phi_0(\theta_2)}, \dots, e^{-j(M-1)\phi_i(\theta_1)} + e^{-j(M-1)\phi_i(\theta_2)}]^T \quad (15)$$

以  $\tilde{\mathbf{a}}_0$ 、 $\tilde{\mathbf{a}}_1$  为例, 根据单目标补偿方式对  $\tilde{\mathbf{a}}_1$  进行相位补偿, 此时补偿相位为接收信号在第 1 个阵元与第  $M$  个阵元之间的相位差之和, 有:

$$e^{-j\varphi_1} = \{e^{-j(M-1)\phi_0(\theta_1)} + e^{-j(M-1)\phi_0(\theta_2)}\} / 2 \quad (16)$$

同理, 第  $i$  个频点的补偿相位  $\varphi_i$  可表示为:

$$e^{-j\varphi_i} = \frac{1}{2^i} \{e^{-j(M-1)\phi_1(\theta_1)} + e^{-j(M-1)\phi_1(\theta_2)}\} \times \{e^{-j(M-1)\phi_2(\theta_1)} + e^{-j(M-1)\phi_2(\theta_2)}\} \times \dots \times \{e^{-j(M-1)\phi_{i-1}(\theta_1)} + e^{-j(M-1)\phi_{i-1}(\theta_2)}\} \quad (17)$$

根据式 (16), 可知  $e^{-j\varphi_1}$  由两个相位差叠加形成, 因此,  $\tilde{\mathbf{a}}_1$  加入补偿相位  $\varphi_1$  后, 可得到导向矢量  $\tilde{\mathbf{a}}_1 e^{-j\varphi_1}$  如下:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{a}}_1 e^{-j\varphi_1} &= \{\mathbf{a}_1(\theta_1) + \mathbf{a}_1(\theta_2)\} e^{-j\varphi_1} = \\ &= \frac{1}{2} \{\mathbf{a}_1(\theta_1) + \mathbf{a}_1(\theta_2)\} \{e^{-j(M-1)\phi_0(\theta_1)} + e^{-j(M-1)\phi_0(\theta_2)}\} = \\ &= \frac{1}{2} \{\mathbf{a}_1(\theta_1) e^{-j(M-1)\phi_0(\theta_1)} + \mathbf{a}_1(\theta_2) e^{-j(M-1)\phi_0(\theta_2)} + \Delta\} \quad (18) \end{aligned}$$

式中,  $\Delta = \mathbf{a}_1(\theta_1) e^{-j(M-1)\phi_0(\theta_2)} + \mathbf{a}_1(\theta_2) e^{-j(M-1)\phi_0(\theta_1)}$  为多余的交叉项。

式 (18) 中, 前两项分别为不同目标的导向矢量通过相位补偿重构形成的虚拟导向矢量, 而最后一项为多余的交叉项。在此交叉项中, 由于补偿相位中的角度与目标导向矢量的角度不匹配, 因此会对 DOA 估计性能以及其旁瓣形状造成不同程度的影响。

## 3 仿真结果

本节主要通过仿真实验分析评估所提方法的有效性及其性能。设置阵元个数为  $M = 16$ , 其余参数如表 1 所示。

表 1 仿真参数表

参数	值
阵元间距 $d$	$\lambda/2 (\lambda=c/f_0)$
频率范围 $(f_0 \sim f_{N-1})/\text{GHz}$	10~12
频率间隔 $\Delta f/\text{MHz}$	200
信号带宽 $B/\text{GHz}$	2
跳频个数 $N/\text{个}$	10
信噪比 $\text{SNR}/\text{dB}$	20

### 3.1 单目标场景

假设单目标的入射角度为  $\theta_k = 20^\circ$ , 信噪比设为 20 dB, 采用相位补偿的方法对各频点信号向量进行虚拟导向矢量的重构。图 6a 表示了第一个频点  $\mathbf{a}_1(\theta_k)$  的实部采样序列, 而图 6b 表示了前 4 个频点重构之后的虚拟导向矢量  $\hat{\mathbf{a}}_k$  的实部采样序列。

从图 6b 的仿真结果可知, 对前 4 个频点导向矢量进行补偿相位后, 能有效地将采样序列重构为一个更长的正弦信号的采样序列, 此序列为虚拟导向矢量的采样序列。由于不同频点序列采样间隔不一致, 所以该序列是一个非均匀的采样序列。

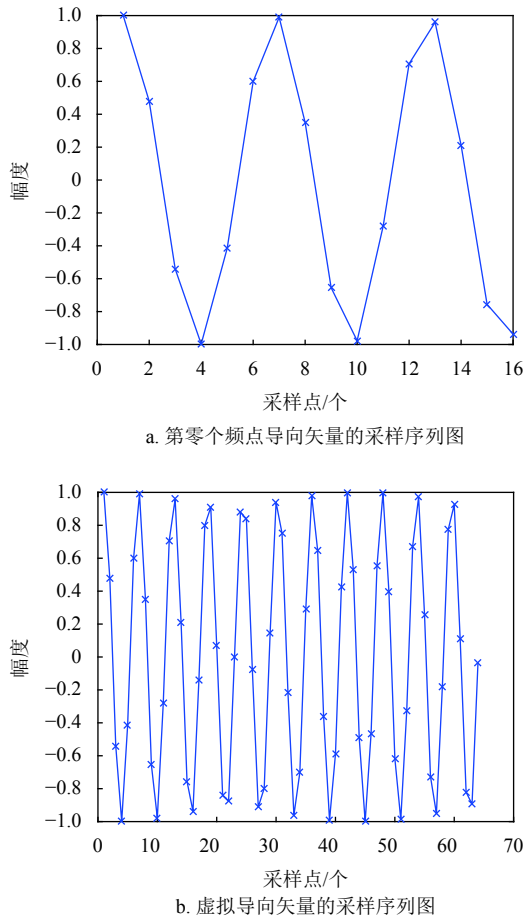


图 6 重构前后导向矢量的实部采样序列对比图

接下来, 对虚拟孔径重构的接收信号进行空间非均匀傅里叶变换。图 7 表示了对虚拟导向矢量  $\hat{\mathbf{a}}_k$  进行空间非均匀傅里叶变换的归一化 DOA 估计图, 其中虚线为物理孔径的 DOA 估计图, 实线为虚拟孔径的 DOA 估计图。

图 7a 的虚拟孔径使用了 4 个频点进行重构, 然后使用虚拟孔径进行 DOA 估计, 其中物理孔径方向图的主瓣宽度约为  $6.8^\circ$ , 而虚拟孔径 DOA 估计图的主瓣宽度约为  $1.8^\circ$ , 其角度分辨率大约提高了 4 倍。图 7b 的虚拟孔径重构了 10 个频点, 其主瓣宽度能达到  $0.7^\circ$ , 角度分辨率大约提高了 9 倍。因此, 在单目标的场景下, 通过虚拟孔径的重构可有效地提高角度分辨率, 其提升的倍数约为重构的频点数。

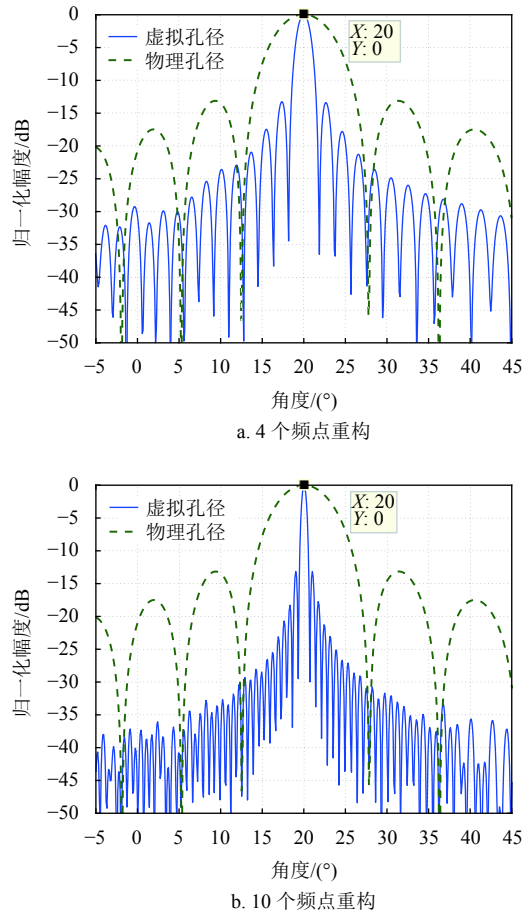


图 7 空间非均匀傅里叶变换的 DOA 估计对比图

### 3.2 多目标场景性能分析

假设阵列接收到两个信号, 其入射角度分别为  $\theta_1 = 20^\circ$ 、 $\theta_2 = 25^\circ$ , 信噪比均为 20 dB, 同样使用单目标的相位补偿方法对两目标的各频点导向矢量进行重构, 从而构建虚拟孔径。图 8 为重构了 4 个频点的导向矢量后的归一化 DOA 估计图。

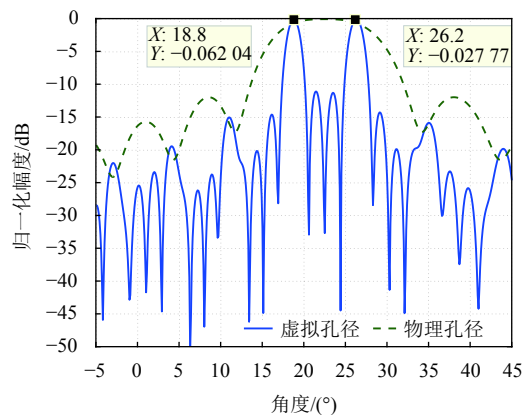


图 8 两目标空间非均匀傅里叶变换的 DOA 估计对比图

由图 8 可知, 实际的物理孔径已无法有效区分两个目标, 而通过单目标的相位补偿方法重构形成

虚拟孔径, 可有效地分辨出角度相近的两个目标, 其 DOA 估计的角度分别为 $18.8^\circ$ 、 $26.3^\circ$ 。但由于交叉项的影响, DOA 估计角度与实际目标角度存在 $1^\circ$ 左右的误差。

若设置阵元个数为 $M = 50$ , 其目标角度分别为 $\theta_1 = 20^\circ$ 、 $\theta_2 = 21.5^\circ$ 。图 9 为重构了 10 个频点导向矢量的 DOA 估计对比图, 从图中可知, 通过虚拟孔径的重构, 有效地实现了目标角度相差 $1.5^\circ$ 的分辨, 同时由交叉项带来的误差仅有 $0.4^\circ$ 左右。所以, 其角度分辨率也会受实际物理阵元个数的影响, 物理阵元越多, 由交叉项引起的多目标 DOA 估计误差越小。

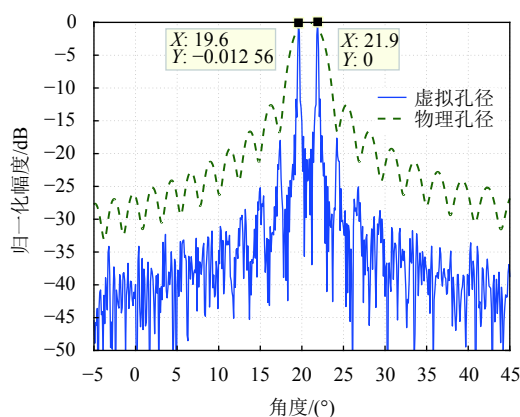


图 9 两目标空间非均匀傅里叶变换的 DOA 估计对比图

## 4 结束语

本文针对阵列孔径有限而导致 DOA 估计角度分辨率较低的问题, 通过利用虚拟孔径重构的思想, 提出了一种基于信号宽频跳变的相位补偿虚拟孔径重构方法。通过对宽频跳变信号的各个频点进行相位补偿, 使物理阵列发生平移, 然后进行虚拟孔径重构, 实现了虚拟阵列的扩展, 从而达到了形成远大于物理孔径的虚拟孔径的目的, 有效地提高了 DOA 估计的分辨率, 且计算较为简单。通过仿真实验和数值分析, 证明了该方法的有效性。

### 参 考 文 献

- [1] GU Y J, GOODMAN N A. Information-theoretic compressive sensing kernel optimization and bayesian Cramér-Rao bound for time delay estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(17): 4525-4537.
- [2] SHI C G, FEI W, SELLATHURAI M, et al. Power minimization-based robust OFDM radar waveform design for radar and communication systems in coexistence[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(5): 1316-1330.
- [3] YANG C Q, LI F, HENG Z, et al. A novel data fusion algorithm to combat false data injection attacks in networked radar systems[J]. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks*, 2018, 4(1): 125-136.
- [4] 何子述. 现代数字信号处理及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.  
HE Z S. Modern digital signal processing and its application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.
- [5] CHEVALIER P, ALBERA L, FERREOL A, et al. On the virtual array concept for higher order array processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(4): 1254-1271.
- [6] DOGAN M C, MENDEL J M. Applications of cumulants to array processing—part I: Aperture extension and array calibration[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(5): 1200-1216.
- [7] 李弋鹏. 基于内插变换的虚拟天线波束形成技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2012.  
LI Y P. Research on virtual antenna beamforming technology based on interpolation transform[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2012.
- [8] LANG H, HONG S. Systems and methods for virtual aperture radar tracking: US, 1048366. B1[P]. 2018-08-14.
- [9] WANG Y L, CHEN H, WAN S H. An effective DOA method via virtual array transformation[J]. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 2001, 44(1): 75-82.
- [10] 张斌, 韦立登, 胡庆荣, 等. 基于四阶累积量的机载多基线 SAR 谱估计解叠掩方法[J]. *雷达学报*, 2018, 7(6): 740-749.  
ZHANG B, WEI L D, HU Q R, et al. Solution to layover problem in airborne multi-baseline SAR based on spectrum estimation with Fourth-order cumulant[J]. *Journal of Radars*, 2018, 7(6): 740-749.
- [11] 陈建, 王树勋. 基于高阶累积量虚拟阵列扩展的 DOA 估计[J]. *电子与信息学报*, 2007, 5(1): 1041-1044.  
CHEN J, WANG S X. DOA Estimation based on high order cumulant virtual array expansion[J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2007, 5(1): 1041-1044.
- [12] BIROT G, ALBERA L, CHEVALIER P. Sequential high-resolution direction finding from higher order statistics[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(8): 4144-4155.
- [13] MA W, HSIEHH T, CHI C Y. DOA Estimation of quasi-stationary signals with less sensors than sources and unknown spatial noise covariance: A Khatri-Rao subspace approach[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 58(4): 2168-2180.
- [14] 窦育强, 王晖. 基于 KR 积的稀疏重构近场源定位[J]. *电子科技大学学报*, 2019, 48(6): 845-849.  
DOU Y Q, WANG H. Near-field sound source localization via dparse reconstruction based on KR product[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2019, 48(6): 845-849.
- [15] SWINGLER D N, WALKER R S. Line-array beamfor-

- ming using linear prediction for aperture interpolation and extrapolation[J]. *IEEE Transactions on Acoustics*, 1989, 37(1): 16-30.
- [16] KASILINGAM D, CHEN H L. Super resolution processing for smart antennas[C]//2002 IEEE Radio and Wireless Conference. Boston: IEEE, 2002: 137-140.
- [17] CHEN H L, KASILINGAM D. Performance analysis of linear predictive super-resolution processing for antenna arrays[C]//2006 IEEE Workshop on Sensor Array and Multichannel Processing. Waltham: IEEE, 2006: 157-161.
- [18] 莫期坚, 马子龙, 于长军. 基于改进的 AR-MUSIC 算法实现角度方法超分辨[J]. *科学技术与工程*, 2015, 20(15): 66-71.
- MO Q J, MA Z L, YU C J. Realization of angle method super-resolution based on improved AR-MUSIC algorithm[J]. *Science Technology and Engineering*, 2015, 20(15): 66-71.
- [19] ZHANG W, WANG P, HE N Y, et al. Super resolution DOA based on relative motion for FMCW automotive radar[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(8): 8698-8709.
- [20] 赵翔, 张伟, 何子述. 正交波形虚拟孔径 MIMO 雷达原理与性能讨论[J]. *系统工程与电子技术*, 2017, 39(6): 1244-1249.
- ZHAO X, ZHANG W, HE Z S. Theory and performance of virtual aperture MIMO radar with orthogonal waveform[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2017, 39(6): 1244-1249.
- [21] 张洪波. 子阵级数字阵列雷达单脉冲测角精度影响因素分析[J]. *航天电子对抗*, 2017, 33(3): 38-41.
- ZHANG H B. Analysis of influencing factors of monopulse angle measuring accuracy of subarray digital array radar[J]. *Aerospace Electronic Countermeasure*, 2017, 33(3): 38-41.

编辑 刘飞阳